

DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2025.03.008

靠系泊工况下码头平台极值载荷数值模拟研究

孟繁涛¹, 刘成龙¹, 李亮², 李璐¹, 王建华^{2*}, 万德成²

(1. 中国船舶及海洋工程设计研究院, 上海 200011;

2. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 船舶与海洋工程计算水动力学研究中心(CMHL), 上海 200240,

E-mail: jianhuawang@sjtu.edu.cn)

摘要: 全球贸易的快速发展推动了航运业船舶设计和建造技术的革新, 促进了大型海上设施和船舶建造, 以支持资源开发和海洋经济的发展。然而, 这也引发了诸多安全问题, 其中船舶在靠泊和系泊作业时对码头平台造成的过载尤为突出, 严重时可导致码头平台破损及船舶严重变形。因此, 研究船舶在靠泊和系泊工况下码头平台受到的极值载荷至关重要。该文以2艘“中远盛世号”滚装船为研究对象, 针对码头平台进行转运作业的场景(一艘船系泊在码头平台一侧, 另一艘船以不同泊速同时进行靠泊), 通过建立船舶、护舷球和码头平台的数值模型, 并考虑复杂的风浪流环境载荷条件, 基于 ANSYS 双模块 AQWA 和 LS-DYNA 建立了码头平台在船舶靠泊和系泊联合工况下极值载荷的预测方法。该方法为船舶安全靠泊和系泊码头平台提供了理论依据和设计参考, 有助于预防码头平台过载事故, 提高安全阈值。

关键词: 靠系泊; AQWA; LS-DYNA; 极值载荷

中图分类号: U661.1

文献标志码: A

Numerical Simulation Study of Extreme Load of Dock Platform under Berthing and Mooring Conditions

Meng Fantao¹, Liu Chenglong¹, Li Liang², Li Lu¹, Wang Jianhua^{2*}, Wan Decheng²

(1. Marine Design and Research Institute of China, Shanghai 200011, China;

2. Center for Computational Hydrodynamics of Naval Architecture and Offshore Engineering (CMHL),

School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: With the rapid development of global trade, the innovation of ship design and construction technology in the shipping industry has been promoted. So that many countries have built more large-scale offshore facilities and ships for resource development and the development of marine economy, but it has also produced a lot of safety problems, mainly because of the overload of the ship on the dock platform when berthing is particularly prominent, which can lead to the damage of the dock platform and the serious deformation of the ship in serious cases. It is particularly important to study the extreme load of the dock platform under the mooring condition of the ship. Two COSCO Shengshi ro-ro ships during transshipment operations are investigated in this study, with one vessel moored alongside the dock while the other simultaneously berths at varying speeds. By establishing numerical models of the ship, fender balls and the dock platform, and accounting for complex environmental loads from wind, waves, and currents, the prediction method of the extreme load of the dock platform under the berthing and mooring condition of the ship is established based on the ANSYS dual module AQWA and LS-DYNA. This method provides reasonable and safe opinions for the ship to berth the dock platform. It is beneficial to reduce the overload of the terminal platform and improve the safety threshold.

Key words: Berthing and mooring; AQWA; LS-DYNA; Extreme load

0 引言

随着经济全球化的不断深入, 国际贸易交流规模屡创新高, 国际航运事业持续发展, 水上交通日

趋繁忙^[1]。海洋运输作为国际贸易的重要通道, 约90%的全球货物通过海洋运输, 为全球经济的持续增长提供支持。作为海洋运输的重要载体, 在经济效益的刺激下, 船舶的设计和建造能力不断提升, 迭代速度加快, 逐渐实现标准化、大型化^[2], 以减轻运输成本, 提高航运公司的竞争力。同时, 在全球节

收稿日期: 2024-12-09 修改稿收到日期: 2025-01-18

作者简介: 孟繁涛(1980—), 男, 研究员。

能减排的号召下,航运业同样需要承担减排任务^[3]。为应对气候变化、推动可持续发展并减少对化石燃料的依赖,国际海事组织(International Maritime Organization, IMO)在2018年通过了《初步气候变化战略》,计划到2050年将航运业的温室气体排放至少减少50%。环境保护的压力也促使船舶向大型化的方向发展,以减少温室气体以及其他污染物的释放。

船舶的日益大型化加剧了各种碰撞风险^[4],对码头平台的要求随之提高。船舶靠系泊时会对平台产生各类载荷,若平台难以承受,轻则出现磨损变形,严重时可使船体、平台发生损坏。故研究双侧靠系泊工况时平台所受极值载荷尤为重要,有利于预防平台过载事故,提高平台安全阈值。多艘船舶靠系泊作业属于多浮体水动力问题^[5],国内外很多学者已对多浮体间水动力分析以及靠泊和系泊作业等方面开展了相关研究。黄高新等^[6]结合舢装船舶排水量小、吃水浅等特点,提出码头并靠系泊布置方案,并结合OPTIMOOR系泊软件模拟验证了该方案的可行性。Kim^[7]通过时域分析方法研究了多浮体之间的水动力干扰效应,并在分析过程中考虑了船体之间的系缆方式对水动力响应的影响。Koo等^[8]采用时域耦合方法研究了附加质量、阻尼等水动力系数对两浮体在旁靠泊和系泊方式下进行卸载作业时,浮体相对运动及系泊缆受力的影响。黄熠等^[9]以2艘补给船靠泊浮式码头为研究对象,基于三维势流软件ANSYS软件中AQWA模块建立数值模型运算,对靠泊时的耐波性能和锚泊性能进行研究,验证了数值模拟的可靠性。陆冬青等^[10]和匡晓峰等^[11]分别研究了在考虑水动力相互作用的情况下2艘船靠泊时的运动性能。Shin等^[12]采用三维势流方法分析了2个浮体间的相互作用,重点研究了通过优化设计减小浮体垂向运动的策略,以提升系统稳定性。Li^[13]通过数值模拟和物理试验方法研究了浮式生产储油船(Floating Production Storage and Offloading, FPSO)在靠泊过程中出现的水体共振现象。黄河等^[14]研究了系泊状态下FSRU(Floating Storage and Regasification Unit)船与LNG(Liquefied Natural Gas)船组成的多浮体系统在波浪作用下的运动响应特性。

本文通过ANSYS软件中AQWA和LS-DYNA模块,建立在复杂的风浪流环境载荷的影响下一艘“中远盛世号”滚装船系泊在平台一侧,另一艘“中远盛世号”以不同的泊速靠泊在平台另外一侧的模型,以研究平台所受极值载荷的问题。对于靠泊部分,运用AQWA模块预测船舶在复杂环境中受到的最大环境载荷。AQWA是一款海洋工程领域内的水动力分析软件模块^[15],基于三维势流理论方法开展载荷计算。在LS-DYNA模块中建立船舶、码头平台及护舷球的碰撞模型,以预测得到的最大环境载荷为初值,将其代入碰撞模型,从而得到在该环境载荷条件下平台受到的最大碰撞载荷。对于系泊部分,运用AQWA模块建立船舶、缆绳和平台的系泊模型,预测相同环境载荷条件下平台所受的最大系泊载荷,不考虑系泊与靠泊之间的耦合作用,从而得到码头平台在该环境载荷条件下受到的极值载荷。本文建立由船舶、码头平台、缆绳、护舷球以及风浪流等组成的流固耦合系统,以研究不同环境载荷条件下平台所受到的极值载荷,为研究船舶靠系泊码头平台受到的极值载荷建立一套行之有效的数值模拟方法。

通过平台极值载荷数值模型的建立,计算不同工况条件下平台受到的极值载荷,进而分析不同环境条件(流速、波高、泊速和风浪载荷角度)对极值载荷的影响,从而为船舶靠系泊码头平台时提供安全合理的意见,保障平台、船舶安全。

1 数值模拟理论

1.1 势流理论

本文运用AQWA模块模拟船舶的复杂风浪流环境载荷,基于三维势流理论开展环境载荷计算。假设流体在重力场中表现为不可压缩、无黏性且无旋的理想流体,速度势 $\phi(x, y, z, t)$ 的流体运动满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \phi(x, y, z, t) = 0 \quad (1)$$

式中: x 、 y 和 z 为坐标位置; t 为时间。

式(1)作为流体运动时的控制方程,需结合底面和自由面边界条件(由自由面运动和动力条件决

定)才能求得唯一解。当流体不可穿透且底面静止时, $z = -h(x, y)$ 需满足条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

式中: h 为水深。当 h 为固定值时, 底面边界条件可以简化为

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \quad (3)$$

自由面上的运动学条件为

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (4)$$

式中: $\xi(x, y, t)$ 为自由表面流体的偏移量。

假设自由面水压为大气压 p_0 , 且随时空变化, 则自由面的动力学方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi \cdot \nabla \phi) + g\xi = 0, \quad z = -\xi \quad (5)$$

式中: g 为重力加速度。浮体所在流场的速度势定解问题由式(5)解决。

环境载荷模拟主要通过风、浪和流的数值模拟来实现。风和流主要通过船舶风流载荷系数计算实现, 风流载荷系数 $F'_{\text{wind\¤t}}$ 在 x 和 y 方向可表示为

$$F'_{X\text{-wind\¤t}} = \frac{1}{2} \rho C_d A \cos \beta \quad (6a)$$

$$F'_{Y\text{-wind\¤t}} = \frac{1}{2} \rho C_d A \sin \beta \quad (6b)$$

式中: ρ 为空气或海水密度; C_d 为风力或流系数; A 为迎风或迎流面积; β 为面积与风或流方向相对角度。

对于波浪, 本文采用不规则波 JONSWAP 谱进行波浪的数值模拟, 更加真实地模拟海上波浪情况, 其波浪谱公式为

$$S_{\xi}(\omega) = \alpha g^2 \omega^5 \exp \left\{ -\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^4 \right\} \gamma^{\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \right)^2 \right\}} \quad (7)$$

式中: S_{ξ} 为波浪能量谱密度; α 为无因次常数; ω 为波浪频率; ω_0 为谱峰频率; γ 为峰值因子, 取值范围为 1.5~6, 平均值为 3.3; σ 为谱峰形状参数。

1.2 碰撞理论

靠泊是将船舶缓慢地停靠在泊位上的过程^[16], 研究船舶靠泊过程中的受力非常重要。船舶在复杂环境载荷下的靠泊过程可通过 LS-DYNA 模块进行数值模拟。LS-DYNA 是一款高度非线性动力学分析软件^[17], 运用 Lagrange 法对质点的运动轨迹进行跟踪, 对于处理靠泊过程中船体与护舷球之间的碰撞问题十分简便, 其碰撞系统的控制方程为

$$\delta \Pi = \int_V \rho \frac{d^2 x_i}{dt^2} \delta x_i dV + \int_V \sigma_{ij} \delta x_{i,j} dV - \int_V \rho f_i \delta x_i dV - \int_S t_i \delta x_i dS = 0 \quad (8)$$

式中: δ 为虚变量; Π 为总势能; 下标 “ i ”、“ j ” 为不同坐标方向; δx_i 为虚位移; $\delta x_{i,j}$ 为虚应变; σ_{ij} 为应力张量; f_i 为单位质量体积力; t_i 为表面牵引力; dS 为表面微元; dV 为体积微元。

式(8)阐明了内力、惯性力、表面力和体积力在单位时间内对系统所做的虚功, 将其离散化, 得到

$$M a_n + C v_n + K d_n = F_n^{\text{ext}} \quad (9)$$

式中: M 为整体的质量矩阵; a_n 为整体节点的加速度矢量; v_n 为整体节点的速度矢量; d_n 为整体节点的位移矢量; C 为整体的阻尼矩阵; K 为整体的刚度矩阵; F_n^{ext} 为整体的外力载荷矢量。

2 算例设置

本节主要对预测码头平台所受极值载荷的数学模型进行详细说明, 数值计算模型如图1所示。

极值载荷计算可分为靠泊载荷计算和系泊载荷计算两部分。该模型应用了自适应网格划分技术, 网格划分结果如图2所示。靠泊、系泊工况所采用的船型均为“中远盛世号”, 如图3所示, 该船型基本参数如表1所示。

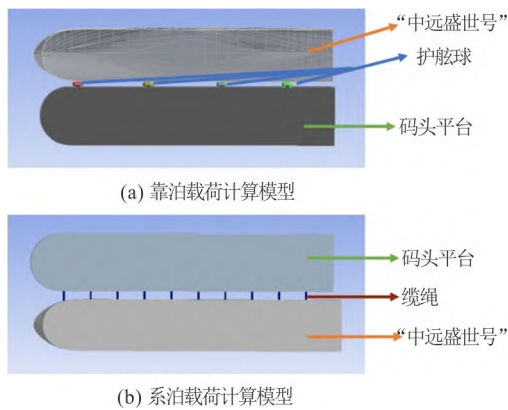


图 1 数值计算模型
Fig.1 Numerical calculation model

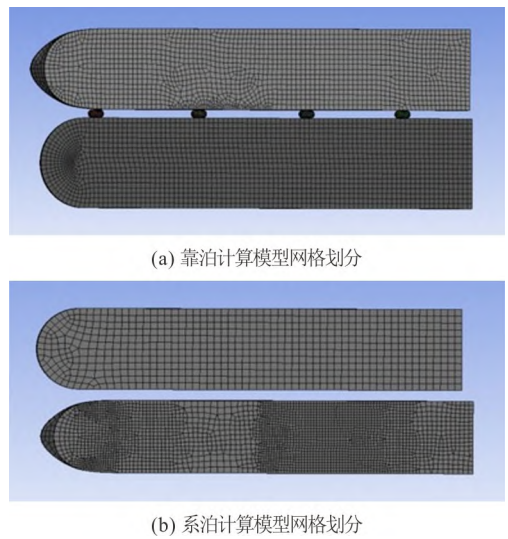


图 2 网格划分
Fig.2 Mesh subdivision



图 3 “中远盛世号”
Fig.3 COSCO Shengshi ro-ro ship

表 1 “中远盛世号”基本参数

Table 1 Basic parameters of COSCO Shengshi ro-ro ship					
船型	总长 /m	型宽 /m	型深 /m	吃水 /m	排水量 /t
“中远盛世号”	182	32	40	8.5	21 000

本文工况见图4，图中 θ 为风浪角。图中，码头平台左侧展示了平台靠泊部分，该部分联合使用AQWA和LS-DYNA双模块预测平台所受最大靠泊载荷。码头平台右侧为系泊部分，使用AQWA预测平台所受最大系泊载荷。为保证靠泊与系泊间环境

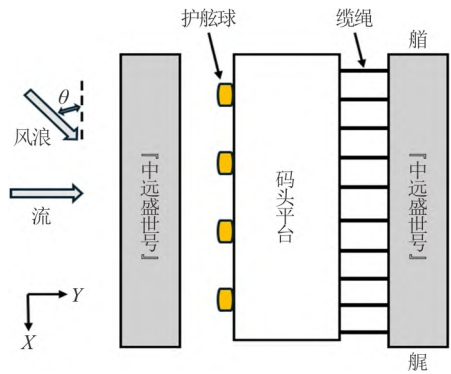


图 4 工况示意图
Fig.4 Working condition diagram

载荷输入初始条件一致，两者均通过AQWA模块设定环境载荷：流设为直流，风浪同向；不考虑靠泊和系泊之间的耦合作用。

在靠泊工况中，船舶靠泊时只开放 Y 方向的自由度。码头平台总长为184 m，沿平台艏部28 m开始，每间隔41 m布置1个护舷球，共布置4个，护舷球与船底基线间的垂直距离为12 m。护舷球采用Ogden 1st Order超弹性模型模拟，Ogden模型能有效描述非线性弹性材料行为并体现出相当程度的不可压缩性^[18]。模型参数为：剪切模量 $\mu_1=10$ MPa，材料常数 $a_1=1$ ，不可压缩性参数 $d_1=0.1$ /MPa。以AQWA模拟得到的船舶 Y 方向最大环境载荷为初值条件，将其代入LS-DYNA建立的碰撞模型，再结合设定的靠泊速度，计算得到该环境载荷条件下平台受到的最大靠泊载荷。

在系泊工况中，保持与靠泊工况相同的环境载荷条件。为简化计算，假设缆绳两端在船和平台上的系点等高。船上系点位于中纵剖面，平台系点位于边缘位置，缆绳长度为20.45 m，与船底基线的距离为20 m。沿平台艏部22 m开始，每间隔16 m布置1根缆绳，共布置10根。缆绳采用AQWA的Cable功能模拟，缆绳类型为Linear，刚度系数为600 000 N/m，每根缆绳预拉力设为60 kN。由此可得相同环境载荷条件下平台受到的最大系泊载荷，若不考虑最大靠泊与系泊载荷在时间维度上的差异，可得平台所受极值载荷。

3 工况分析

运用本文建立的预测码头平台所受极值载荷的数学模型，计算不同工况条件下平台所受极值载荷，进而分析流速、波高、泊速和风浪载荷角度单

一变量对极值载荷的影响以及多变量情况下其对极值载荷的影响。

3.1 单变量影响

计算4种工况下码头所受极值载荷，以分析流速、波高、泊速和风浪载荷角度对极值载荷的影响，风速均为13.8 m/s，具体工况参数如表2所示。

依次对4种工况进行数值模拟。工况1研究风浪载荷角度 θ 对平台极值载荷的影响，计算结果如表3所示。由表中数据可知：当风浪角介于75°至105°之间时，码头平台所受极值载荷相较于顶浪和顺浪时更加显著；当风浪角为90°时，平台所受极值载荷为27 058 kN，此时平台遭受损坏的风险大大增加。因此，船舶停靠系泊码头平台时，应充分考虑风浪角对平台受力的影响，尽量不在风浪角较大时进行作业，可有效避免平台损坏。

工况2、工况3和工况4分别研究流速、波高和泊速对极值载荷的影响，计算结果如表4所示。将流速、波高和泊速的4种取值从小到大依次编号为①、②、③和④，作为自变量，计算结果为码头平台所受极值载荷，其曲线如图5所示。

由图5可知，流速、波高和泊速与平台所受极值载荷之间呈正相关关系。其中，流速、泊速对平台所受极值载荷的影响显著大于波高的影响，原因

在于流速和泊速产生的流体动力载荷合力方向或主要分量近似垂直于船舶中纵剖面，会更直接地作用于平台；波浪载荷的作用方向通常与船中纵剖面呈一定夹角，削弱了其对平台所受极值载荷的影响。因此，在船舶靠泊和系泊作业的安全评估与管理中，应特别关注并严格控制流速和泊速，确保靠泊和系泊作业的安全进行。

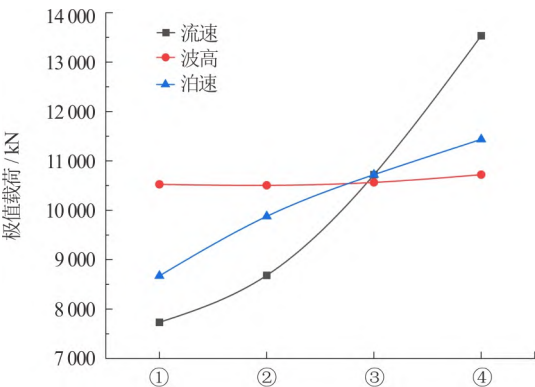


图5 流速、波高和泊速与平台所受极值载荷关系
Fig.5 The relationship between flow velocity, wave height, berthing speed and extreme load on the platform is shown

3.2 多变量影响

为同时考虑风浪角及泊速对于码头平台所受极值载荷的影响，本文给出了在2 kn横流情况下，风速为13.8 m/s，波高为2.5 m，风浪角为0°、15°、

表2 工况参数信息
Table 2 Details of working conditions

工况	泊速/(m/s)	$\theta/(^{\circ})$	流速/kn	波高/m
1	0.5	15、30、45、60、120、135、150 和 165	3	2.50
2	0.5	30	1、2、3 和 4	2.50
3	0.5	30	3	1.25、1.50、2.00 和 2.50
4	0.3、0.4、0.5 和 0.6	30	3	2.50

表3 工况1数值计算结果
Table 3 Numerical calculation results of condition 1

$\theta/(^{\circ})$	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165
极值载荷/kN	10 182	10 721	11 192	12 260	20 649	27 058	13 945	11 701	11 192	10 231	10 006

表4 工况2、工况3、工况4数值计算结果
Table 4 Numerical calculation results of condition 2, condition 3 and condition 4

编号	流速/kn	极值载荷/kN	波高/m	极值载荷/kN	泊速/(m/s)	极值载荷/kN
①	1	7 732	1.25	10 525	0.3	8 673
②	2	8 683	1.50	10 506	0.4	9 878
③	3	10 721	2.00	10 564	0.5	10 721
④	4	13 534	2.50	10 721	0.6	11 437

30°、45°、60°、75°、90°、105°、120°、135°、145°、150°、165°和180°时的平台所受极值载荷数值计算结果。一艘“中远盛世号”滚装船系泊在码头平台，另一艘“中远盛世号”以不同的靠泊速度（0.3 m/s、0.4 m/s、0.5 m/s和0.6 m/s）靠泊在码头平台，平台所受极值载荷如表5所示。

在2 kn横流、风速13.8 m/s的情况下，当风浪角为90°时，泊速在0.3 m/s、0.4 m/s、0.5 m/s和0.6 m/s时码头平台所受极值载荷的变化情况如图6所示。由图6可知，码头平台所受极值载荷与泊速呈正相关趋势。

当“中远盛世号”泊速为0.6 m/s，风浪角为0°、15°、30°、45°、60°、75°、90°、105°、120°、135°、

145°、150°、165°和180°时，码头平台所受极值载荷的变化情况如图7所示。结合表5可知，风浪角在75°至105°时，平台所受极值载荷波动较大，最大载荷为22 785 kN，故不考虑风浪角为75°、90°和105°这3个角度下码头平台所受极值载荷。

根据表5数据绘制码头平台极值载荷包络图，如图8所示。由图可知：随着泊速增大，平台所受极值载荷整体上升，且风浪角度越接近90°，极值载荷越大；当风浪角为60°、泊速为0.6 m/s时，平台所受极值载荷较泊速为0.3 m/s时增加29.7%。当风浪角为75°至105°时，平台所受极值载荷变化剧烈，故实际靠泊作业中应避免船舶在大角度环境下靠泊，以确保船体和码头平台的安全。

表5 平台所受极值载荷数值计算结果（kN）
Table 5 Numerical calculation results of extreme load on the platform (kN)

泊速/(m/s)	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
0.3	5 586	6 076	6 693	7 507	9 320	15 043	20 021	10 123	7 987	7 183	6 566	5 860	5 586
0.4	6 791	7 281	7 899	8 712	10 525	16 248	21 227	11 329	9 192	8 389	7 771	7 066	6 791
0.5	7 634	8 124	8 742	9 555	11 368	17 091	22 070	12 172	10 035	9 232	8 614	7 909	7 634
0.6	8 350	8 840	9 457	10 270	12 083	17 807	22 785	12 887	10 751	9 947	9 330	8 624	8 350

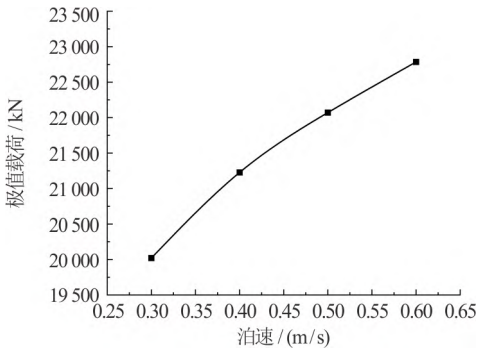


图6 风浪角为90°时，极值载荷随泊速变化情况
Fig.6 Wind wave 90°, extreme load with the change of mooring speed diagram

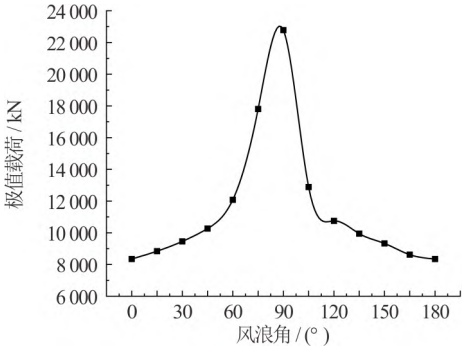


图7 泊速为0.6 m/s时，极值载荷随风浪角变化
Fig.7 The mooring speed 0.6 m/s, variation diagram of extreme load with wind and wave angle

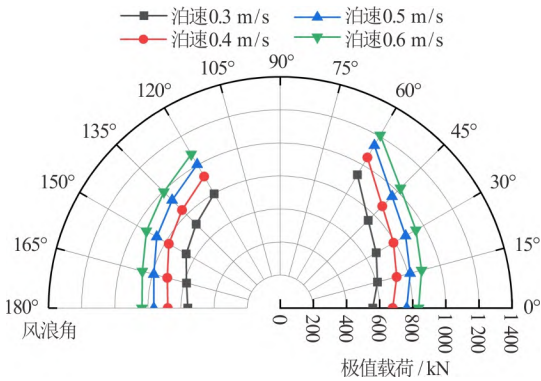


图8 平台所受极值载荷包络图
Fig.8 Envelope diagram of extreme load on platform

4 结 论

本文通过运用ANSYS软件中的AQWA和LS-DYNA模块，针对一艘船系泊在平台一侧、另一艘船以不同泊速靠泊在平台另外一侧的联合工况，在复杂环境载荷影响下建立了研究码头平台所受极值载荷的数学模型。该方法为研究船舶在靠泊和系泊过程中的平台受力问题提供了一套有效的数值模拟手段。

将数学模型应用于不同工况的计算，发现流速、波高和泊速与平台所受极值载荷呈正相关关

系。具体而言,流速、泊速对平台所受极值载荷的影响远大于波高。此外,风浪载荷角度的变化对平台所受极值载荷影响显著。因此,当船舶靠泊和系泊作业时,应考虑到风浪载荷角度对靠系泊作业安全性的影响,避免在风浪载荷处于大角度时进行作业,以保障平台结构安全。上述研究结果为船舶在复杂环境载荷下安全靠泊和系泊码头平台提供了重要支持。

参 考 文 献:

- [1] 宋明, 马骏. 船速对船舶碰撞仿真影响的研究 [C]. 第十六届中国海洋(岸)工程学术讨论会, 大连, 2013.
- [2] 袁培银, 赵宇, 雷林, 等. 基于 Ls-dyna 的船舶与码头碰撞动力特性仿真分析 [J]. 舰船科学技术, 2021, 43(5): 29-32.
- [3] 曹兴国. 我国海运碳排放市场机制构建的进路统筹 [J]. 太平洋学报, 2024, 32(1): 72-85.
- [4] Le Sourne H, Couty N, Besnier F, et al. LS-DYNA applications in shipbuilding [C]. 4th European LS-DYNA Users Conference, Ulm, Germany, 2003.
- [5] 范洪军, 王曦, 齐奎利. 江中型 LNG 加注趸船旁靠系泊作业的安全性 [J]. 船舶工程, 2019, 41(4): 119-124.
- [6] 黄高新, 张淼. 大型舾装码头并靠系泊方案设计 [J]. 港口航道与近海工程, 2024, 61(3): 8-12.
- [7] Kim Y B. Dynamic analysis of multiple-body floating platforms coupled with mooring lines and risers [D]. Texas, USA: Texas A & M University, 2003.
- [8] Koo B J, Kim M H. Hydrodynamic interactions and relative motions of two floating platforms with mooring lines in side-by-side offloading operation [J]. *Applied Ocean Research*, 2005, 27(6): 292-310.
- [9] 黄熠, 杜洋, 韩玉龙, 等. 双船靠泊状态下的浮式码头运动响应研究 [J]. 中国造船, 2022, 63(5): 92-100.
- [10] 陆冬青, 芮震峰, 石爱国, 等. 波浪中并靠两船运动计算 [J]. 船舶工程, 2005(5): 46-50.
- [11] 匡晓峰, 缪泉明, 周德才, 等. 两船在波浪中靠帮模型运动的试验预报 [C]. 2007 年度海洋工程学术会议, 无锡, 2007.
- [12] Shin M J, Koo W, Kim S J. Numerical analysis of vertical motion control of a floating structure with a two-body interaction [J]. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2018, 13(1): 511-519.
- [13] Li B. Multi-body hydrodynamic resonance and shielding effect of vessels parallel and nonparallel side-by-side [J]. *Ocean Engineering*, 2020, 218: 108188.
- [14] 黄河, 陈谦. 缅甸 LNG 码头船舶并靠和双侧靠泊动态系泊分析 [J]. 水运工程, 2020(5): 82-85, 92.
- [15] 滕媛媛, 苏焕婷, 朱勤健. 基于 Workbench-AQWA 的铺管船托管架结构时程分析 [J]. 船舶工程, 2023, 45(S1): 445-450.
- [16] Eskenazi J, Wang J H. Analysis of angular side berthing against a rubber Cone Fender [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 2015, 20: 571-583.
- [17] 杨金超, 朱发新, 吴文锋, 等. 基于 ANSYS/LS-DYNA 的船冰碰撞数值分析 [J]. 造船技术, 2017 (3): 30-33, 38.
- [18] Park S M, Kim H J, Cho H R, et al. Effect of pneumatic rubber fenders on the prevention of structural damage during collisions between a ship-shaped offshore installation and a shuttle tanker working side-by-side [J]. *Ships and Offshore Structures*, 2023, 18(4): 596-608.