

文章编号: 1000-4882 (2024) 01-0000-10

# 湍流破碎波中气泡运动与动力性能分析

邵聿明, 王建华, 万德成\*

(上海交通大学 船海计算水动力学研究中心, 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

## 摘 要

应用自适应网格加密技术对三维波浪破碎进行研究。通过对波浪破碎动力学特征进行分析, 将波浪破碎划分为波浪稳定发展、撞击自由面、空腔坍塌、飞溅射流形成和波浪破碎后耗散 5 个阶段。分析气泡尺寸和速度的统计数据发现, 大部分气泡半径为 2~3 mm, 气泡的数密度符合 $-10/3$  幂律分布。在波浪破碎过程中气泡的纵向速度占主导地位。随着半径的增加, 气泡的平均速度增大, 而气泡最大速度呈现递减趋势。进一步分析湍流旋涡与气泡运动之间的关系发现, 表面张力的增大会诱导波浪提前破碎, 并阻止大尺度气泡分解为小尺度气泡。

**关键词:** 波浪破碎; 空气夹带; 气泡运动; 气泡动力性能

**中图分类号:** U661.1

**文献标志码:** A

## 0 引 言

波浪破碎是海洋中发生在多尺度范围的强非线性物理现象, 它限制了海面上波浪的高度, 增强了质量、动量和热量在大气和海洋之间的传递<sup>[1]</sup>。在波浪破碎的过程中, 一方面海洋飞沫喷溅到大气中形成气溶胶, 另一方面大量的空气被夹带到水体中形成气泡。波浪破碎引起的气泡增强了海气交换过程, 促进了海洋溢油入水混合, 甚至改变了海洋混合层的物理性质, 影响海洋遥感与海洋声学信号的传递。为了提高对海洋、大气和气候系统的理解, 需要详细了解波浪破碎过程中空气夹带和随后的气泡动力性能。但是由于波浪破碎过程的复杂性, 了解波浪破碎气泡的动力性能和统计特性比较困难。

在实验室条件下捕捉和测量波浪破碎比较困难, Deane等<sup>[2]</sup>和Leifer等<sup>[3]</sup>通过光学和声学技术测量了破碎波浪下的气泡尺寸分布, 但是缺乏进一步分析。近年来, 伴随着计算能力和数值方法的发展, Hu等<sup>[4-5]</sup>和Zhang等<sup>[6]</sup>通过数值模拟技术对波浪破碎进行研究。Wang等<sup>[7]</sup>采用均匀直角网格对三维波浪破碎进行了数值模拟, 总网格数达到了120亿, 展示了波浪破碎气泡夹带和液滴飞溅的形成过程。为了进一步节省计算资源, 学者们发展了自适应网格加密技术 (adaptive mesh refinement, AMR), 通过指定物理量的变化对流场中关键区域的网格进行动态自适应加密。Deike等<sup>[8]</sup>通过AMR技术, 结合DNS (direct numerical simulation) 方法对二维波浪破碎现象进行了数值模拟, 研究了翻卷波浪破碎过程中吸入的空气总体积和气泡尺寸的分布。Erinin等<sup>[9]</sup>和Li等<sup>[10]</sup>通过研究得出, 波浪破碎产生的气泡群粒径谱  $N(r)$  分布符合幂律分布特性,  $N(r) \propto r^{-m}$ , 其中  $m \in [2.5, 3.5]$ ,  $r$  为气泡半径。试验<sup>[2]</sup>和数值模拟<sup>[7,9]</sup>明确指出波浪破碎气泡的Hinze尺度约为1 mm, 其中大于Hinze尺度的气泡由湍流的剪切破碎产生, 其幂指数为 $-10/3$ ,

小于Hinze尺度的气泡由表面张力引起的流动不稳定性主导，其幂指数为 $-3/2$ 。

本文基于开源程序Basilisk<sup>[11]</sup>，采用自适应网格加密技术（AMR）进行动态加密网格，采用VOF-PLIC重构气液交界面，对三维波浪破碎现象进行数值模拟。通过DNS数值方法模拟了3个不同最大加密等级下的波浪破碎现象，并开展了网格收敛性验证。进一步从波浪破碎动力学特征、气泡尺寸与速度分布和气泡动力性能三方面对湍流破碎波进行分析总结。

## 1 数值方法

### 1.1 控制方程

对于具有表面张力的不可压缩、变密度的流体N-S方程可以写为

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\sigma \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (3)$$

式中， $\rho$ 为流体密度； $\mathbf{U} = (u, v, w)$ ，为流体速度； $P$ 为流体压力； $\mu$ 为流体动力粘性系数； $\mathbf{D}$ 为变形系数，定义为 $\mathbf{D} = [\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T] / 2$ ； $\mathbf{f}_\sigma$ 为表面张力项，采用改进的CSF（balanced-forced continuum surface force）模型，并结合高度函数（HF）曲率方法解决低分辨率下界面曲率不一致的问题。表面张力项可表示为

$$\mathbf{f}_\sigma = \sigma \kappa \delta_s \mathbf{n} \quad (4)$$

式中， $\sigma$ 为表面张力系数； $\delta_s$ 为界面Dirac函数，表示表面张力项作用在界面上； $\kappa$ 和 $\mathbf{n}$ 分别为界面的曲率和法线。

对时域的离散，采用分数步映射法，对上述方程离散得到：

$$\rho_{n+\frac{1}{2}} \left[ \frac{\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_n}{\Delta t} + \mathbf{U}_{n+\frac{1}{2}} \cdot \nabla \mathbf{U}_{n+\frac{1}{2}} \right] = \nabla \left[ \mu_{n+\frac{1}{2}} (\mathbf{D}_n + \mathbf{D}_*) \right] + (\rho \mathbf{g})_{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{f}_{\sigma n+\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{U}_* - \frac{\Delta t}{\rho_{n+\frac{1}{2}}} \nabla P_{n+\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U}_{n+1} = 0 \quad (7)$$

式中， $\mathbf{U}_*$ 为临时速度场。

### 1.2 相界面追踪

Basilisk采用动量守恒的MCVOF（momentum-conserving volume-of-fluid）方法追踪相界面<sup>[12]</sup>，通过PLIC（piecewise linear interface construction）方法重构流体的体积分数场，界面法线方向由MYC（mixed-youngs-centered）方法计算。

对于两相流问题，定义网格中1种流体体积分数为 $\alpha(x, t)$ ，那么混合流体的密度和黏度为

$$\rho(\alpha) = \rho_1 \alpha + \rho_2 (1 - \alpha) \quad (8)$$

$$\mu(\alpha) = \mu_1 \alpha + \mu_2 (1 - \alpha) \quad (9)$$

式中,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\mu_1$  和  $\mu_2$  分别为 2 种流体的密度和黏度, 则式 (2) 的密度对流方程可由等效的体积分数对流方程替换:

$$\partial_t \alpha + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{U}) = 0 \quad (10)$$

## 2 计算设置及网格收敛性验证

### 2.1 计算设置

参考 Deike 等<sup>[8]</sup>设置计算域为  $L_x = L_y = L_z = 1 \text{ m}$  的正方体, 如图 1 所示, 坐标原点位于正方体的几何中心, 左右两边设置为对称边界条件。使用 3 阶 Stokes 波进行初始化设置, 初始水深  $d = 0.5 \text{ m}$ , 无量纲初始波面  $\bar{\eta}$  定义为

$$\bar{\eta}(\bar{x}) = \frac{1}{2\pi} \left( \epsilon \cos(2\pi\bar{x}) + \frac{1}{2} \epsilon^2 \cos(4\pi\bar{x}) + \frac{3}{8} \epsilon^3 \cos(6\pi\bar{x}) \right) \quad (11)$$

式中,  $\bar{\eta} = \eta/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长, 本文  $\lambda = 1 \text{ m}$ ;  $\epsilon$  为波陡,  $\epsilon = ak = 0.6$ ,  $a$  为波幅,  $k$  为波数,  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\bar{x}$  为坐标,  $\bar{x} = x/\lambda$ 。初始波速根据势流理论进行计算。

初始水体速度定义为

$$U_x = a\sqrt{gk(1+\epsilon^2)}\exp(ky)\cos(kx) \quad (12)$$

$$U_y = a\sqrt{gk(1+\epsilon^2)}\exp(kx)\cos(ky) \quad (13)$$

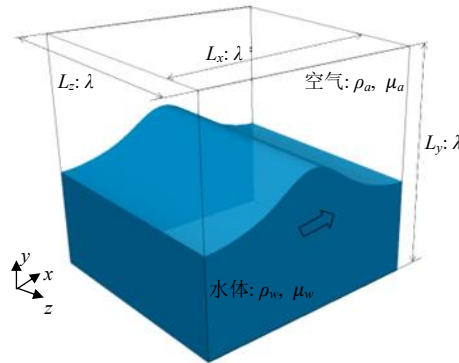


图 1 计算域设置

文中空气和水的动力粘性系数比为  $\mu_a/\mu_w = 1.784 \times 10^{-5}/1.138 \times 10^{-3}$ , 密度比为  $\rho_a/\rho_w = 1/999$ , 雷诺数  $Re = \rho_w cL/\mu_w = 50000$ , 重力波波速  $c = \sqrt{g/k} = \sqrt{g\lambda/2\pi}$ , 波浪破碎周期  $T = \lambda/c$ , 重力与表面张力的关系用邦德数  $Bo$  表示,  $Bo = \Delta\rho g/(\sigma k^2) = 2000$ ,  $\Delta\rho$  为水和空气的密度差,  $\sigma$  为表面张力系数。

### 2.2 网格收敛性验证

自适应加密的网格分辨率定义为  $\Delta = L/2^{l_{\max}}$ ,  $l_{\max}$  为定义的最大加密等级。对  $l_{\max} = 9, 10$  和  $11$  这 3 个加密等级下的三维波浪破碎进行网格收敛性验证。这 3 个加密等级对应的最小网格尺寸分别为  $1.95, 0.98$  和  $0.49 \text{ mm}$ 。本文采用的自适应加密准则是通过小波误差进行判断的<sup>[8]</sup>, 速度场  $u_{\text{err}} = 0.02$ , 体积分数  $\alpha_{\text{err}} = 10^{-8}$ 。最大库朗数 (Courant–Friedrichs–Lewy, CFL) 设置为  $0.2$ 。

图 2 所示为不同网格分辨率对波浪自由面的影响。图中无量纲时刻为  $t/T = 0.62$ , 此时波浪即将撞击水面, 波的前部已经形成了倾斜的水锤。从图中可以观察到随着加密等级从 9 提升到 11, 波浪翻卷

的尖端差异很小。

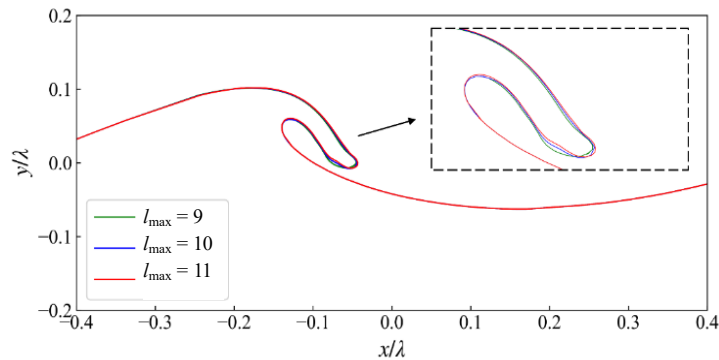


图2 3个加密等级下  $t/T = 0.62$  时刻的波浪剖面对比

图3所示为3个加密等级下波浪演化各时刻的总能量时历对比。其中，总能量  $E$  由动能  $E_k$  和重力势能  $E_p$  组成， $E_0$  为初始总能量。从图中可以发现，3个加密等级下的总能量耗散趋势和大小基本一致，可以得出动能与重力势能之间的能量转化在3套网格下都已经收敛。

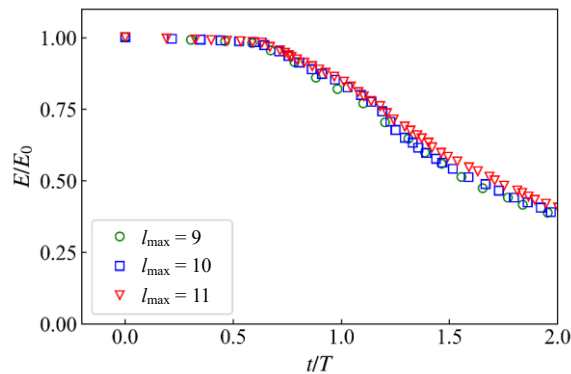


图3 3个加密等级下的总能量时历对比

上述收敛性研究表明，当加密等级从9级增加到11级时，流场计算结果没有明显的变化，都能较好地收敛，因此本文选择  $l_{\max} = 9$  进行三维波浪破碎研究。此时，网格分辨率为  $1.95 \text{ mm}$ ，若采用均匀网格，对应的网格数为  $512 \times 512 \times 512 = 1.34 \times 10^8$ 。

### 3 计算结果和讨论

#### 3.1 波浪破碎动力学特征

图4(a)显示了波浪破碎过程中的能量耗散速率  $\varepsilon = \sum_{i,j} \varepsilon_{ij} = \sum_{i,j} (v_w / 2V_0) \int_V (\partial_i u_j + \partial_j u_i)^2 dV$ ，结合波浪破碎过程中夹带的气泡总体积  $V(t)$  (图4(a) 右上角)，可以将波浪破碎分成5个阶段，如图4(b)所示：第I个阶段  $t/T \in [0.0, 0.63)$ ，波浪稳定地向前发展，没有发生破碎，能量基本没有发生耗散；第II个阶段  $t/T \in [0.63, 1.0)$ ，波浪前端形成水锤砰击自由面，夹带大量的气体形成较大气腔，夹带的气体体积出现最大值，能量耗散出现第一个高峰；第III个阶段  $t/T \in [1.0, 1.3)$ ，前一个阶段夹带的空腔发生了坍塌，形成的大气泡上浮至自由面并逃逸离开水体，夹带的气体含量骤降并出现低谷，同时对能量耗散出现最高峰；第IV个阶段  $t/T \in [1.3, 1.7)$ ，波浪翻卷着向前飞溅，形成射流并发生二次卷吸，能量耗散速率逐渐降低，但夹带的空气含量出现了第二个最高峰；第V个阶段  $t/T \in [1.7, 4.0)$ ，属于波浪破

碎后的耗散阶段, 大气泡逐渐上浮, 小气泡长时间滞留在水中后耗散, 能量耗散和夹带气体体积都缓慢降低并趋于零。

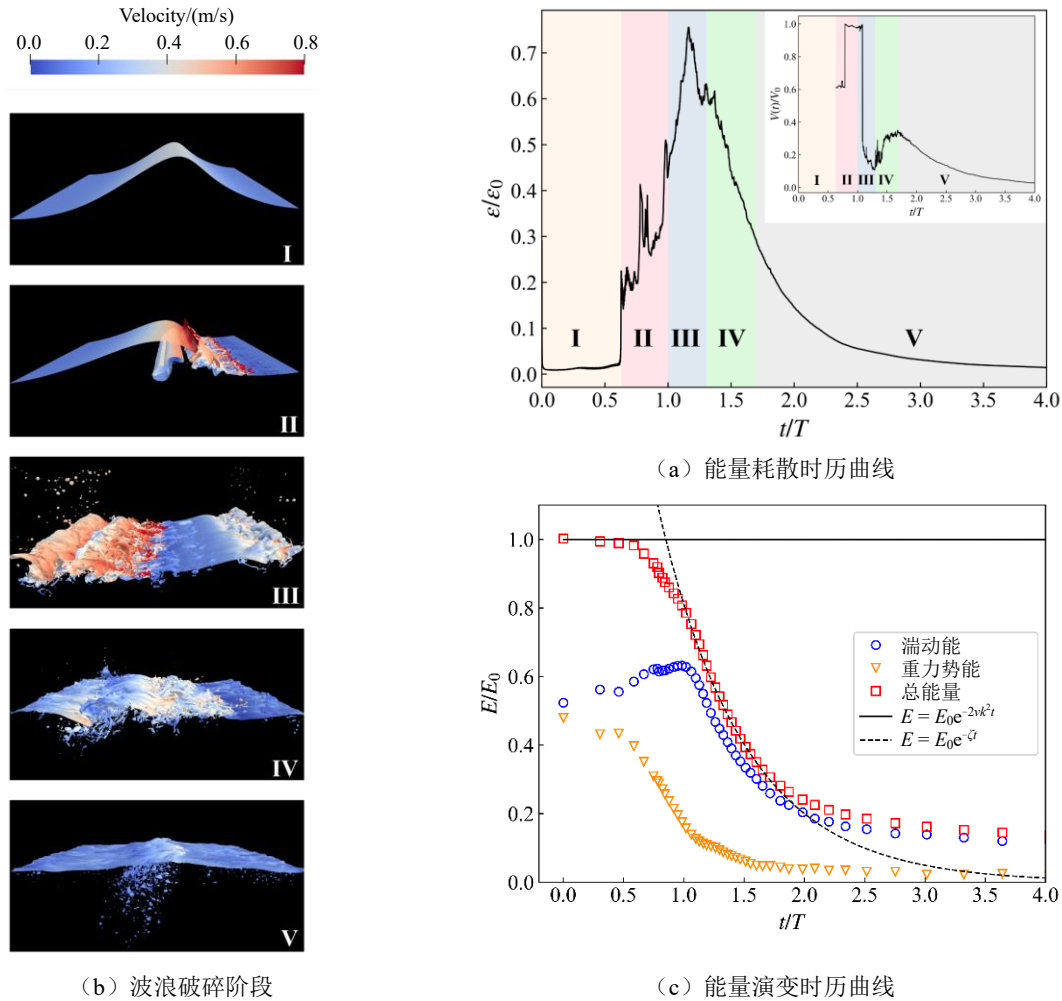


图 4 波浪破碎动力学结果

图 4(c) 展示了波浪破碎过程中能量随时间的演变, 湍动能、重力势能和总能量分别为

$$E_k = \frac{1}{2} \int \rho U^2 dx dy dz \tag{14}$$

$$E_p = \int \rho g y dx dy dz \tag{15}$$

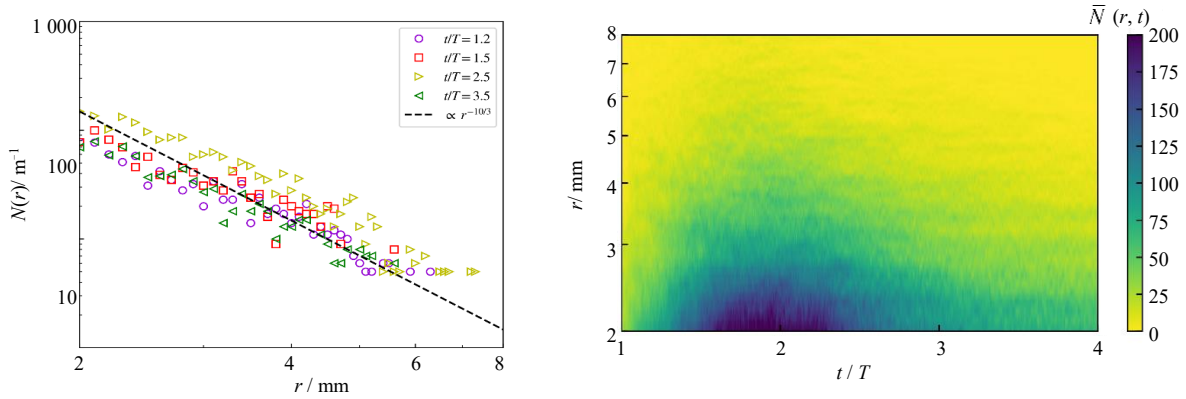
$$E = E_k + E_p \tag{16}$$

波浪破碎阶段, 湍动能和重力势能相互转换, 但是总能量不断下降。  $E = E_0 e^{-2\nu k^2 t}$  代表线性粘性耗散,  $E = E_0 e^{-\zeta t}$  代表指数耗散。从图中可以发现, 在波浪破碎积极阶段 (阶段 III 和 IV), 总能量的衰减率基本符合指数分布。

### 3.2 气泡尺寸和速度分布

图 5(a) 所示为  $t/T = 1.2, 1.5, 2.5$  和  $3.5$  时刻的气泡瞬时数密度分布, 由图可见波浪破碎过程中气泡尺寸大致上符合  $-10/3$  幂律分布。图 5(b) 所示为气泡尺寸平均分布结果, 其中  $\Delta t = 0.001 s$ ,  $\Delta r = 0.1 mm$ ,  $\bar{N}(r, t)$  表示瞬时气泡数量, 时间上对应波浪破碎的第三, IV 和 V 阶段。在波浪破碎的第

III阶段 ( $t/T \in [1.0, 1.3)$ ), 此时气泡数量较少, 粒径分布较均匀。在波浪破碎的第IV阶段 ( $t/T \in [1.3, 1.7)$ ), 大量的气体被夹带并破碎成小气泡, 半径在  $2 \sim 3 \text{ mm}$  的气泡出现增多趋势。在波浪破碎的第V阶段 ( $t/T \in [1.7, 4.0)$ ), 大粒径气泡逐渐减少, 半径  $3 \text{ mm}$  以下的气泡占主导地位, 同时总气泡数也在此阶段达到顶峰。

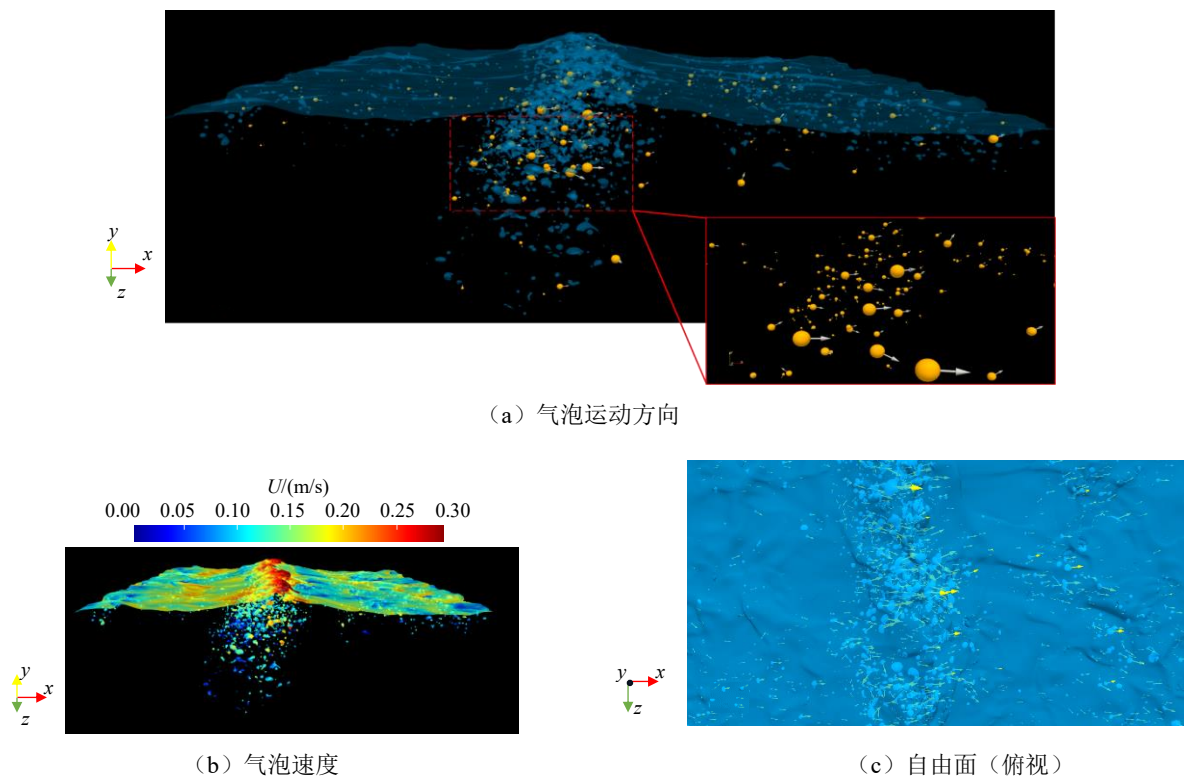


(a) 瞬时气泡数密度分布

(b) 气泡尺寸分布平均结果

图5 气泡数密度和尺寸分布

图6从多个视角展示了  $t/T = 2.5$  时刻气泡的速度分布, 图中圆球表示气泡的位置, 圆球大小表示气泡体积大小, 箭头表示速度方向, 箭头长短表示速度大小。从图6(a)和图6(c)可以看出, 气泡运动以纵向运动为主, 并且向下(下扫)和向上(上浮)的气泡同时存在。从图6(b)和图6(c)可以看出, 相比于小气泡, 大气泡的速度较低, 且越深处气泡的速度越低。



(a) 气泡运动方向

(b) 气泡速度

(c) 自由面(俯视)

图6 气泡速度分布云图

图 7 展示了总速度和  $x, y, z$  这 3 个方向的无量纲速度分布平均结果,  $\Delta t = 0.001 \text{ s}$ ,  $\Delta r = 0.1 \text{ mm}$ ,  $\Delta(u, v, w) = 0.01 \text{ m/s}$ 。图中,  $U$  为总速度,  $u, v$  和  $w$  分别为  $x, y$  和  $z$  方向的速度,  $\bar{N}(r)$  为波浪破碎周期内气泡数量, 蓝色虚线表示对称轴。由图 7(a) 和图 7(b) 可知,  $x$  方向 (纵向) 速度在速度分布中占主导地位, 多数气泡随着波浪破碎的方向翻卷前进。此外, 通过蓝色的对称轴可以观察到平均速度随着半径的增加而增加, 而最大速度随着半径的增加呈现递减趋势。由图 7(c) 可以发现, 气泡  $z$  方向 (横向) 速度基本关于零对称, 可见气泡速度分布在三维效应上并不明显。图 7(d) 中, 蓝色的对称轴略微倾斜, 这表明较大的气泡倾向于上升, 这与图 6 观察的结果一致。

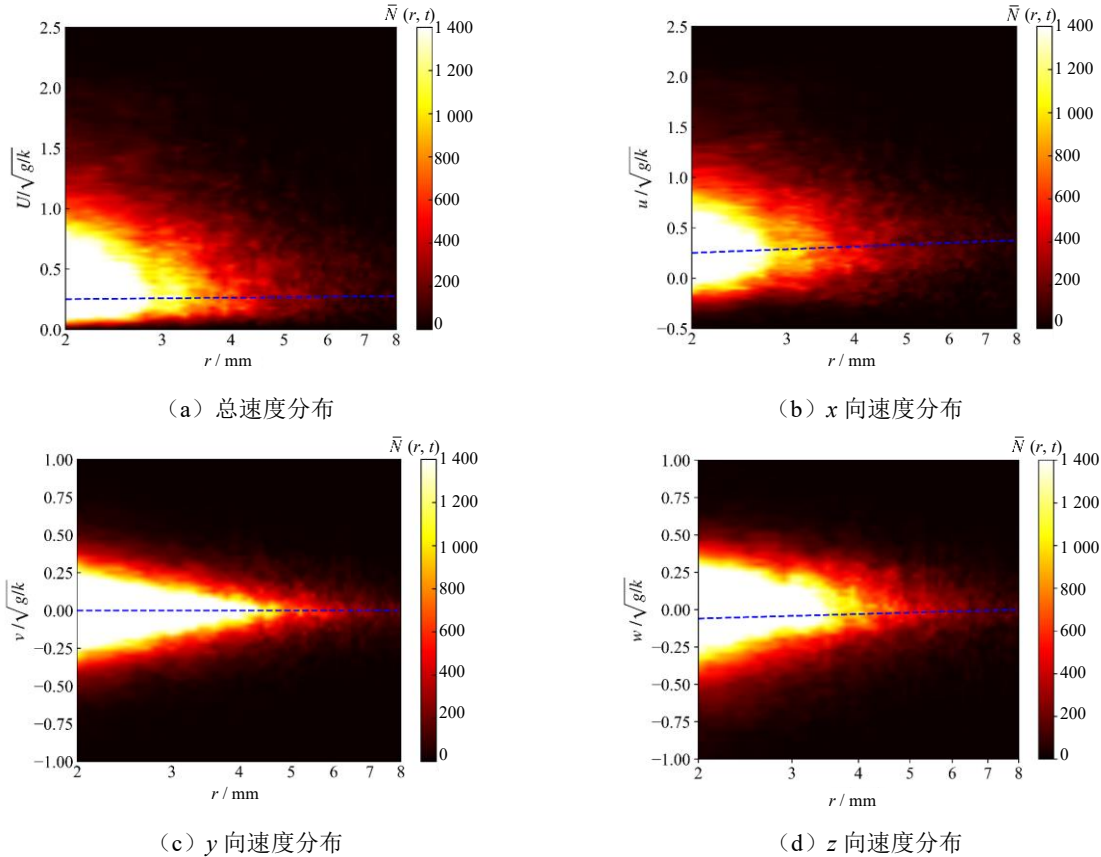


图 7 气泡速度分布时间平均结果

### 3.3 气泡动力性能分析

图 8 展示了气泡与周围湍流的相互作用, 黄色的圆圈表示气泡的位置, 圆圈的大小表示气泡体积。黄色箭头表示气泡的速度方向, 箭头的长短表示气泡速度。由图可见, 在气泡附近存在着较大的涡量区域, 气泡的运动会引起湍流的产生, 同时气泡自身的运动也受到湍流场的影响。如图中红色矩形区域放大图所示, 该区域的气泡受到旋涡的作用, 大尺度气泡旋转着破碎成小尺度气泡, 例如大尺度气泡 Bubble 3 破碎成小尺度气泡 Bubble 5 和 Bubble 6。另外小尺度气泡运动也会受到大尺度气泡的作用, 围绕在大尺度气泡周围破碎聚合, 例如小尺度 Bubble 1 和 Bubble 2 聚合成大尺度气泡 Bubble 4。

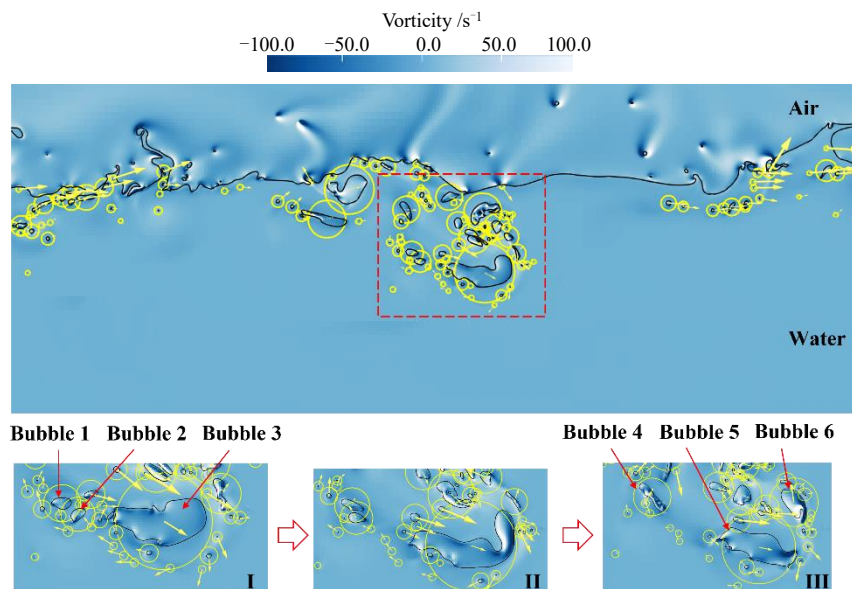


图8 气泡与湍流相互作用

为了进一步探寻邦德数  $Bo$  对气泡动力性能的影响, 改变表面张力系数  $\sigma$ , 对邦德数  $Bo = 2000$ , 1000 和 200 这 3 种工况下的波浪破碎进行数值模拟, 结果如图 9 所示。从图 9(a) 可以看出, 相比于  $Bo = 1000$  和 2000,  $Bo = 200$  时能量耗散的最高峰出现得更早, 三者的最高峰值非常接近, 且在波浪破碎的第 V 阶段, 三者的耗散趋势和大小基本相同。从图 9(b) 和图 9(c) 可以看出, 邦德数越大, 气泡的个数越多, 体积越大, 且差距十分明显, 这是因为更大的重力与表面张力的比值使得夹带的气泡更容易破碎成小尺度气泡, 在水体中存在的时间也更加长久。并且邦德数越小, 气泡总个数的最高峰出现得越早, 说明表面张力增大会诱导波浪破碎提前发生。

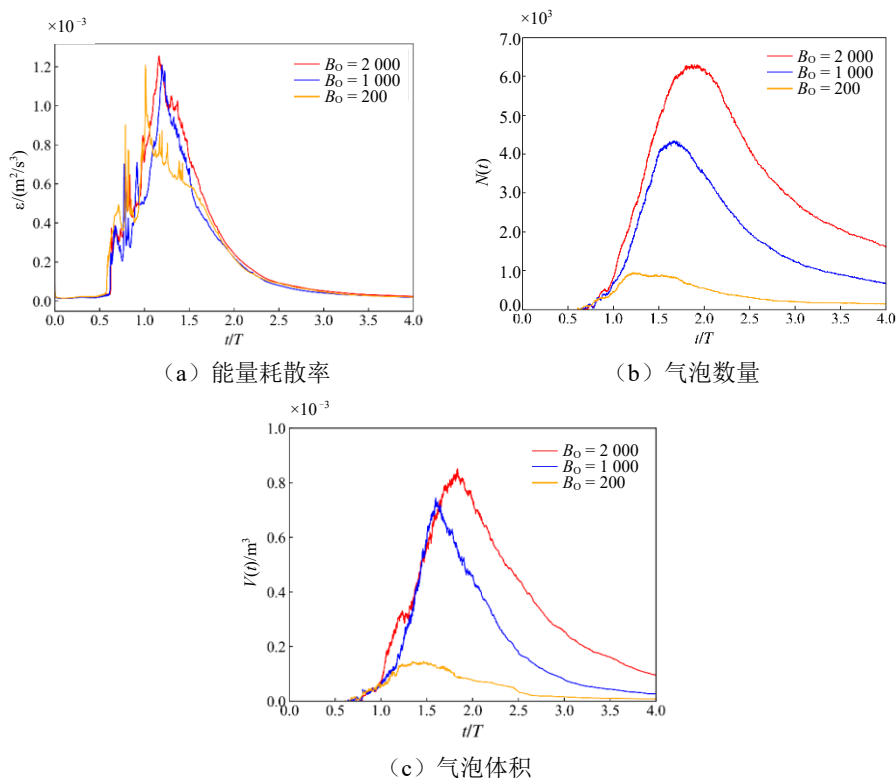


图9 不同邦德数下的波浪破碎对比结果



## 4 结 论

本文采用自适应网格加密技术对三维波浪破碎进行了高保真的数值模拟。从能量耗散和夹带气体体积角度出发, 将波浪破碎过程划分为波浪稳定发展、砰击自由面、空腔坍塌、飞溅射流形成和波浪破碎后耗散 5 个阶段, 并对每个阶段的波浪破碎动力学特征进行了分析。通过对气泡尺寸分布分析发现, 气泡半径主要分布在 2~3 mm, 且气泡的数密度符合 $-10/3$  幂律分布。对气泡速度进行分析发现, 气泡的纵向速度占主导地位, 气泡的平均速度随着半径的增加而增大, 而气泡最大速度随着半径的增加呈现递减趋势。进一步对气泡动力性能特征进行了研究, 发现气泡在湍流旋涡的作用下发生分裂和聚合。最后对比了 3 个不同邦德数下的气泡特征, 发现表面张力增大会诱导波浪提前破碎, 并阻止夹带的大尺度气泡分解为小尺度气泡。

## 参 考 文 献

- [1] DEIKE L. Mass transfer at the ocean-atmosphere interface: the role of wave breaking, droplets, and bubbles[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2022, 54: 191-224.
- [2] DEANE G B, STOKES M D. Scale dependence of bubble creation mechanisms in breaking waves[J]. *Nature*, 2002, 418(6900): 839-844.
- [3] LEIFER I, DE LEEUW G. Bubbles generated from wind - steepened breaking waves: 1. Bubble plume bubbles[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2006, 111(C6): C06020.
- [4] HU Y D, LIU C, HU C H, et al. Numerical investigation of flow structure and air entrainment of breaking bow wave generated by a rectangular plate[J]. *Physics of Fluids*, 2021, 33(12): 122113.
- [5] HU Y, LIU C, ZHAO M, et al. High-fidelity simulation of an aerated cavity around a surface-piercing rectangular plate[J]. *Physical Review Fluids*, 2023, 8(4): 044003.
- [6] ZHANG X, HE K, WAN D. Research progress on mechanism and numerical simulation methods of water-air-bubble mixed flow around marine structure[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2022, 17(3): 1-28.
- [7] WANG Z, YANG J, STERN F. High-fidelity simulations of bubble, droplet and spray formation in breaking waves[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 792: 307-327.
- [8] DEIKE L, POPINET S, MELVILLE W K. Capillary effects on wave breaking[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 769: 541-569.
- [9] ERININ M A, LIU X, WANG S D, et al. Plunging breakers. Part 1. Analysis of an ensemble of wave profiles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2023, 967: A35.
- [10] LI Z, ZHANG X, WAN D. Research progress on the hydrodynamic performance of water-air-bubble mixed flows around a ship[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2022, 34(2): 171-188.
- [11] POPINET S. An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(16): 5838-5866.
- [12] FUSTER D, POPINET S. An all-Mach method for the simulation of bubble dynamics problems in the presence of surface tension[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 374: 752-768.

# Numerical Investigation of Bubble Motion and Dynamic Properties in Turbulent Breaking Waves

SHAO Yuming, WANG Jianhua, WAN Decheng\*

(Computational Marine Hydrodynamics Lab (CMHL), School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

## Abstract

Wave breaking and fragmentation represent prevalent physical phenomena within the domain of ship hydrodynamics. This paper undertakes a comprehensive examination of three-dimensional wave breaking through the utilization of adaptive grid refinement techniques. By meticulously scrutinizing the dynamic features associated with wave breaking, the process is systematically deconstructed into five discernible stages: the phase of wave stable development, the occurrence of a free surface slam, the subsequent collapse of the created cavity, the formation of spray jets, and the eventual dissipation following wave breaking. Furthermore, an intricate analysis of the statistical characteristics pertaining to bubble size and velocity is conducted. This analysis reveals a compelling observation: the number density of bubbles adheres to a power-law distribution characterized by  $-10/3$  exponent. Most notably, this statistical investigation underscores that the majority of bubbles display a radius concentrated within the narrow range of 2 to 3 mm. It is also observed that large bubbles swiftly ascend towards the water surface, either rising buoyantly or fragmenting into smaller bubbles. Lastly, an in-depth exploration is carried out to elucidate the interplay between turbulent vortices and the motion of bubbles, with a particular focus on assessing the influence of variations in surface tension on the dynamic characteristics of bubbles.

**Key words:** wave breaking; air entrainment; bubble motion; bubble dynamic properties

## 作者简介

邵聿明 男, 1998 年生, 博士研究生。主要从事高精度两相流、气泡流研究。

王建华 男, 1988 年生, 博士, 助理研究员, 博士生导师。主要从事船舶计算水动力学研究。

万德成 男, 1967 年生, 博士, 教授, 博士生导师。主要从事船海计算水动力学、高性能计算研究与 CFD 和 CAE 软件研发。

\*通讯作者: 万德成