

DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2018.03.004

水下潜器航行水动力导数 CFD 计算*

漆小舟, 缪爱琴, 万德成

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 海洋工程国家重点实验室
高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240, E-mail: 2506759741@qq.com)

摘要: 良好的操纵性能, 对于水下潜器顺利高效地执行任务至关重要。因此, 在新型水下机器人的初步设计阶段, 就应该对其操纵性能给与评估。精确计算水下机器人的水动力导数, 是准确评价其操纵性能的关键。目前, 计算水动力导数最流行的方法是船模实验法, 但需要复杂的实验设备, 且成本高并费大量时间, 而采用数值模拟方法计算水动力导数就能克服上述缺点。本文基于开源 CFD 工具包 OpenFOAM 开发的水动力学求解器 naoe-FOAM-SJTU^[1], 采用 SST-DES 方法, 对万米水下潜器 (ARV) 在不同漂角和攻角工况下, 进行了数值斜航实验模拟。通过数值计算得到了作用在 ARV 上的水动力和力矩, 回归得到相应的水动力导数值。为进一步根据潜艇六自由度运动方程, 进行运动仿真模拟提供了基础。结果表明, 对 ARV 进行数值模拟能够高效快速地计算 ARV 的水动力导数, 进而对 ARV 的操纵性能进行预报, 指导水下机器人的设计。

关键词: 水动力导数求解; SST-DES 方法; naoe-FOAM-SJTU 求解器

中图分类号: O357

文献标志码: A

CFD calculation of hydrodynamic derivatives of underwater vehicle

Qi Xiao-zhou, Miao Ai-qin, WAN De-cheng

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai 200240, China)

* **收稿日期:** 2017-08-30(2018-02-26 修改稿)

基金项目: 国家自然科学基金项目(51490675、11432009 和 51579145), 长江学者奖励计划(T2014099)和上海高校东方学者特聘教授岗位跟踪计划(2013022)

作者简介: 漆小舟(1995-), 男, 湖南岳阳人, 硕士研究生。

通讯作者: 万德成, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

Received: August 30, 2017 (**Revised** February 26, 2018)

Project supported by foundations: Supported by the National Natural Science Foundation of China (51490675, 11432009, 51579145), Chang Jiang Scholars Program(T2014099), Program for Professor of Special Appointment (Eastern Scholar) at Shanghai Institutions of Higher Learning (2013022)

Biography: Qi Xiao-zhou (1995-), Male, Master Candidate.

Corresponding author: WAN De-cheng, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

Abstract: Having a good maneuverability is significant to Underwater Vehicle for carrying out assignment efficiently. At the preliminary design stage, it is necessary to evaluate the performance of its maneuverability. The calculation of the hydrodynamic derivatives accurately is the key. At present, the most popular method to calculate the hydrodynamic derivatives is ship model experiment. But it needs complex equipment and costs lots of money and time. Adopting numerical simulation method to calculate the hydrodynamic derivatives can overcome these disadvantages. In this paper, the numerical simulation of the autonomous and remotely-operated vehicle (ARV) at different drift and attack angles is carried out by using in-house solver named naoe-FOAM-SJTU^[1] based on SST-DES method, which is developed from OpenFOAM, to predict the hydrodynamic derivatives. The hydrodynamic forces and moments acting on the ARV can be obtained through numerical calculation. By regression, the hydrodynamic derivatives are attained, which form the basis for motion simulation according to submarine 6-DOF motion model. Results show that the hydrodynamic derivatives of ARV can be calculated by numerical simulation method efficiently, which can be used to predict the maneuverability of underwater vehicle and guide us to design ARV.

Key words: hydrodynamic derivatives; SST-DES method; naoe-FOAM-SJTU solver

引言

近年来,人类加快了对深海勘探和开发的步伐,其中水下机器人由于在军事与科研方面有重要应用,引起了广泛关注。目前,世界作业深度最大的潜水器“蛟龙号”,已经能在7 000 m的深海进行科研考察活动。水下潜器具有体积小、航行阻力低、噪声小、突击能力强、良好的隐身性、成本低和可批量生产等优点。未来水下机器人将在深海空间中执行复杂的任务,因此需要良好的操纵性能予以保证。因此,在水下机器人的初步设计阶段,就应该重点考虑其操纵性能。本文对某新型无人远程遥控水下机器人(ARV)的水动性能进行数值模拟研究,采用SST-DES方法,计算其在水平面和垂直面斜航时的水动力,通过线性回归方法,计算得到水下机器人的水动力导数,并详细分析了该型水下机器人在设计航速下,周围流场的详细信息,包括速度云图、压力云图和涡结构图。数值模拟相比船模试验,能够更高效地获得水动力系数,为进一步研究其操纵性打下基础。而且能在设计初期给予参考,指导水下机器人各部件的设计与改型。

目前,获得水下机器人水动力导数的方法有:理论计算方法、近似计算方法、操纵性试验方法以及近年来发展起来的数值计算方法(CFD)。

惯性类水动力计算可以采用势流理论,推导出积分方程,然后进行计算空间和积分方程的双重离散。对于机器人而言,计算空间的离散就是在机器人表面划分网格。积分方程的求解采用数值解法,即用离散量来代替连续变量,将积分方程转化为线性代数方程求解,这种方法就是Hess-Smith方法。Hess-Smith方法可以计算单个水下机器人的附加质量,也可以计算两个以上水下机器人在相对运动时的附加质量。但是该方法由于没有考虑流体黏性,

所以存在内在缺陷。

近似估算是在已有简单几何体理论公式基础上,根据具体计算所用的复杂模型,做出相应修正,得到近似的水动力系数。也有些是在大量船模试验结果的基础上整理得出的半经验公式或图谱。近似计算方法假定的前提是:潜水器的水动力系数等于艇体和各附体(舵、翼等)的水动力系数之和,并考虑艇体与各附体的相互影响;其中艇体和各附体分别可用等值椭球体和等值平板的理论计算结果来确定。如果计算模型与母型相近,那么使用近似计算方法可以得到较为可靠的结果,而且计算速度较快;但近似计算方法受制于母型船资料与以往经验。

目前计算水动力系数最为广泛、也是最有效的方法是模型试验,其是目前解决工程实际问题主要手段。操纵性模型试验可分为约束模型试验和自由航模试验,其中约束模型试验主要用于求得水动力导数。约束模型实验有:斜航试验、回转臂试验及平面运动机构试验(PMM)。平面运动机构试验有其特有的优势,可以很好地实现多个运动的叠加,但是同样也有很多自身的缺点:设备成本高、需要进行重复性工作、对于传感器的灵敏度要求较高及物理试验不能给出船体周围流场的详细结构信息等。

近年来,伴随着计算流体力学(CFD)在船舶水动力学领域的迅猛发展,使得采用黏性流场模拟复杂潜器在操纵运动中的水动力特性成为可能。在很多情况下,数值计算已能达到与模型试验相当的精度,数值计算不仅能提供一般的阻力、尾流场等结果,还能提供更详细的流场信息。目前关于数值分析潜水器操纵性方面的研究已有很多,中国科学院沈阳自动化研究所^[2]采用计算流体力学软件CFX计算了某型水下机器人的黏性水动力,获得了操纵仿真时使用的全套水动力系数;武汉理工大学^[3]用FLUENT软件数值计算了某潜艇在不同漂角下运动的升力系数和表面压力分布,其结果与试验及理论计算结果吻合较好,在此基础上,对作操纵运动的

潜艇主体和带附体的全艇体,在一定攻角和漂角下的垂向力、俯仰力矩和横向力、纵倾力矩进行计算,取得了工程上较为满意、实用的精度;哈尔滨工程大学黄昆仑等^[4]应用商用软件FLUENT,选择标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型和壁面函数法,利用动网格技术数值模拟计算了椭球体和潜器纯升沉、纯俯仰、纯首摇和纯横荡等运动中的水动力。并使用傅氏分析法计算出潜水器的多种惯性类水动力系数和黏性类水动力系数。根据计算所得,发现关于水动力系数的椭球体计算值与理论值相互吻合。

1 数学模型

1.1 SST-DES模型

本文研究的水下机器人形状较为复杂,采用传统的雷诺平均方法(RANS),则由于RANS是对Navier-Stokes方程进行了时间平均处理,忽略了流体的湍流脉动影响,从而难以捕捉到流场的瞬时脉动。因此本文采用混合RANS/LES方法中的SST-DES^[5]方法进行数值模拟水下机器人运动,计算其不同工况下所受阻力以及得到详细流场信息。该方法一方面可以捕捉到ARV周围流场的涡结构,分析ARV不同部件的涡情况,指导ARV的改型设计;另一方面,相比于直接数值模拟(DNS)和大涡数值模拟(LES)要求网格十分精细,导致计算资源消耗巨大,该方法结合了RANS和LES的优点,即在近壁面区域采用RANS方法模拟,减少网格和计算量,在远离壁面的区域使用LES方法模拟,保证能捕捉到大尺度分离流动。

SST-DES方法在近壁面采用SST $k-\omega$ 湍流模型来实现RANS方程的封闭。该湍流模型综合了标准 $k-\omega$ 模型和 $k-\varepsilon$ 模型的优点,既保留了 $k-\omega$ 模型对近壁面处边界条件的良好处理能力,同时避免了 $k-\omega$ 模型在自由剪切流区域对入口参数过于敏感的不足。湍动能 k 和特定湍流耗散率 ω 的运输方程分别为式(1)和式(2):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} = \tilde{G} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + \alpha_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \omega)}{\partial x_j} = \gamma S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + \alpha_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + (1 - F_1) CD_{k\omega} \quad (2)$$

式(2)中 F_1 是混合函数,定义如式(3)和式(4):

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3)$$

$$\arg_1 = \min[\max(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega}), \frac{4\alpha_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2}] \quad (4)$$

式中, y 表示场点到最近壁面的距离, F_1 在近壁面处的值为1,随着 y 的增大 F_1 的值逐渐减小,在远离壁面的区域变为0,由此来控制 $k-\omega$ 和 $k-\varepsilon$ 模型的切换。

而基于SST模型的DES方法,对湍动能 k 的输运方程进行改造,将式中(1)的耗散项乘上系数 F_{DES} ,得到新的输运方程(5):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} = \tilde{G} - \beta^* k \omega F_{DES} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + \alpha_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (5)$$

$$F_{DES} = \max[\frac{L_t}{C_{DES} \Delta} (1 - F_s), 1] \quad (6)$$

式中: $L_t = \sqrt{k} / (\beta^* \omega)$ 为SST-RANS模型中的湍流长度尺度; $\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ 为亚格子长度尺度; C_{DES} 为常数,在此取0.61; F_s 为混合函数,控制RANS和LES的切换,可以是 F_1 或 F_2 ,本文取 F_2 ,其中

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad \arg_2 = \max(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega})$$

在数值模拟水下机器人斜航试验前,首先采用上面介绍的SST-RANS方法和SST-DES方法,对水下机器人以航速0.7716 m/s直航时的工况进行了数值模拟,两个算例的网格设置以及其他物性参数等设置保持一致。表1对比分析了两种方法在阻力计算的差别。

表1 SST-RANS 和 SST-DES 阻力计算对比
Table 1. Comparison of resistance between SST-RANS and SST-DES

阻力对比	SST-RANS	SST-DES	相对误差
R_p	101.356	88.4704	-12.713%
R_f	30.3169	29.6010	-2.361%
R_t	131.6729	115.1658	-12.536%

从表中可以看出,两者在摩擦阻力 R_f 的计算上保持一致,主要的区别在于压差阻力 R_p 的计算。这可以从用两种方法计算得到的水下机器人艏部的速度云图和涡量图对比中得到解释,两种方法得到

的速度切面等值线云图如图1所示:

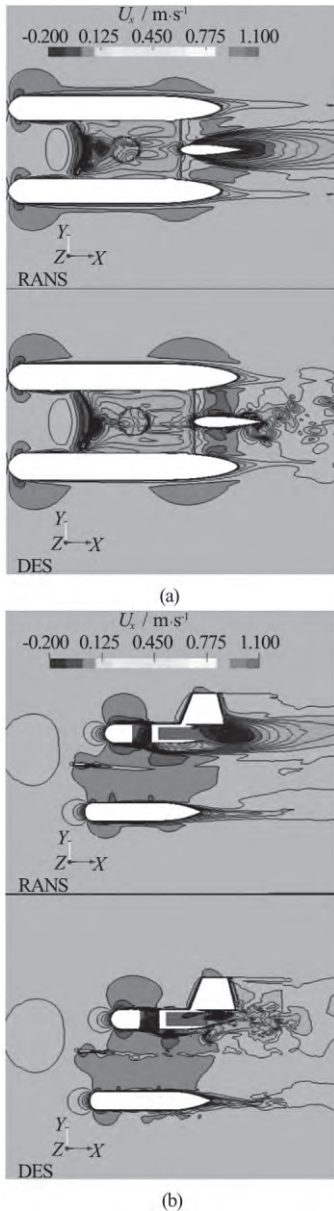


图1 切面速度云图对比
Fig.1 Comparison of velocity clouds

从图中可以看出, SST-RANS与SST-DES速度分布的差异主要集中在尾流区域, SST-RANS相比于SST-DES在尾流区域,具有更大的速度回流,因此船艏压力差更大。两种方法得到的涡量对比,如图2所示。由图2可以看出, SST-DES方法可以捕捉到中体开孔处以及尾流区域的涡流情况,而SST-RANS方法由于是时均处理方法,没有捕捉到开孔处以及艏部涡流情况。因此,本文后续计算都采用SST-DES方法。

1.2 潜艇运动数学模型

对水下机器人的操纵性进行预报,需要建立潜器的空间六自由度运动一般方程,可以参考相关资

料^[6]得到,这里不再详述。要求解空间六自由度运动方程,必须知道潜器在流体中所受的水动力和力矩。为了简化问题,通常都假设潜器在无限深、广及静水域中运动,并且以速度和加速度标志的潜器运动状态,随着时间的变化比较缓慢。此时,潜器所受流体动力只取决于潜器的运动情况,即潜器的运动参数、以及舵的转动、螺旋桨的转速。本文中不考虑螺旋桨以及舵的转动,此时可以简化成如下函数关系式

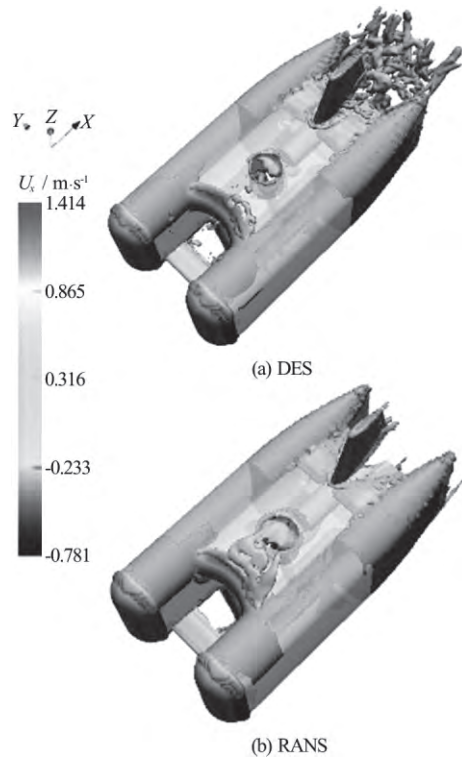


图2 DES和RANS涡量等值面, Q=10
Fig.2 Comparison of isosurfaces of Q=10 between DES and RANS

$$F = f(u, v, w, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, p, q, r, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}) \tag{7}$$

式中, u 、 v 和 w 为操纵性运动坐标系下潜器三个坐标方向速度分量, p 、 q 和 r 为动系下的绕三个轴的旋转变角速度。将上式近似作为潜器所受水动力的表达式,并做多元泰勒展开,忽略高于二阶的水动力项。对于在水平面和垂直面做斜航的潜器,水动力和力矩可以进一步简化。水平斜航时,有如下水动力和力矩表达式:

$$Y = Y_0 + Y_v v \tag{8a}$$

$$N = N_0 + N_v v + N_{|v|} v^2 \tag{8b}$$

垂直斜航时,有如下水动力和力矩表达式:

$$Z = Z_0 + Z_w w \tag{9a}$$

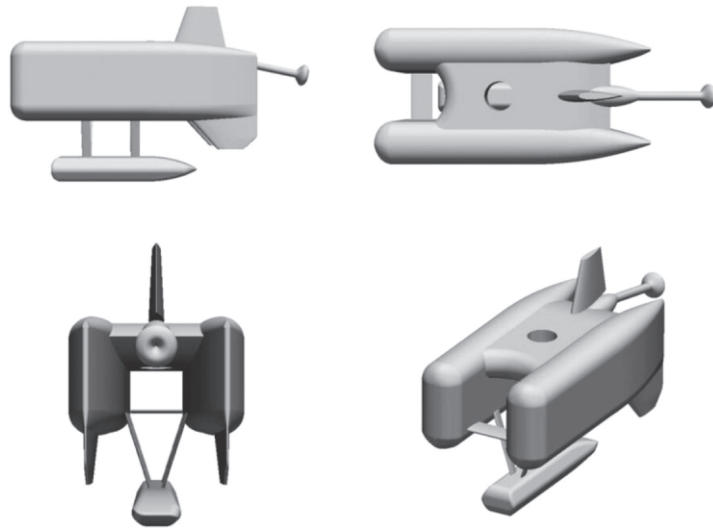


图3 ARV 三维模型图
Fig.3 The 3-D models of ARV

$$M = M_0 + M_w w + M_{|w|} w^2 \quad (9b)$$

数值模拟水下机器人水平面和垂直面斜航试验, 可以分别得到不同漂角和攻角下, 水下机器人所受力和力矩, 通过最小二乘法, 回归得到相应的一阶和二阶水动力系数。当得到了主要的水动力系数后, 便可以带入潜艇空间六自由度运动方程, 进行运动仿真, 进一步研究该水下机器人的运动特性。

2 计算模型

2.1 计算模型

本文的ARV模型主要由双体、底盘、立柱、艏舵、尾翼和光纤包组成, 长为4.81 m, 宽为 1.9 m, 高为2.9 m。ARV的三维模型见图3。环境条件设置为: 4℃条件下海水, 海水密度为 1027.77 kg/m^3 , 运动黏性系数为 $1.61 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

2.2 计算域和网格划分

本文采用实尺度ARV模型进行数值模拟, 计算域为: $-1.5 L < x < 4 L$, $-2.5 B < y < 2.5 B$, $-2 D < z < 1.5 D$ 。计算分为两套网格, 一个是ARV周围网格, 另外一个则是背景网格, 如图4。计算网格由OpenFOAM自带的网格生成工具SnappyHexMesh生成。首先生成均匀的笛卡尔坐标系下的背景网格, 再通过将均匀背景网格分割成多个六面体单元, 形成八叉树(octree)的网格结构, 来得到最后所需的网格。

为了提高计算精度, 捕捉模型附近的流场相关参数的变化情况, 对模型壁面附近处的网格进行了

适当加密, 两套网格在船体周围的局部分布如图5所示。

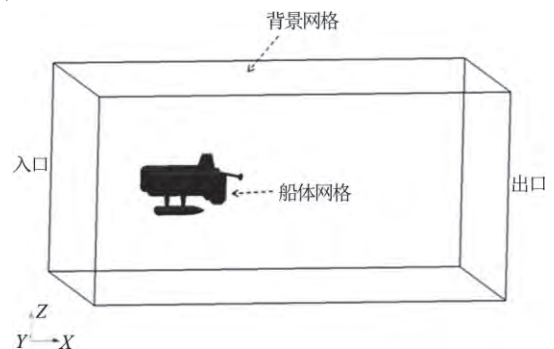


图4 计算域设置
Fig.4 Computational domain

2.3 网格收敛性验证

本文所有工况都采用同一套网格配置参数, 为减少计算量和分析计算结果的不确定性, 对该网格进行网格收敛性验证。所采用的方法为 IITC 推荐的不确定性分析中关于网格收敛性的建议, 采用3套不同的网格, 网格缩放的比例为 $\sqrt{2}$ 。为了节省计算时间, 仅选取单体模型进行网格收敛验证, 网格收敛性验证结果如表2:

计算网格量/W	总阻力 R_t /N	
	$U=0.7716 \text{ m/s}$	$U=1.5432 \text{ m/s}$
18	14.900	53.65
48	11.285	39.78
128	10.940	38.15

从表2中可以看出, 随着网格量的增大, 模型受到的总阻力有收敛趋势, 但是考虑到计算效率,

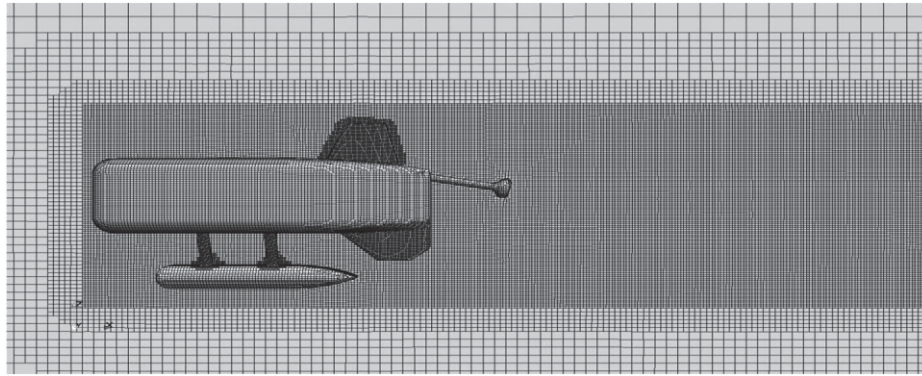


图 5 ARV 周围网格分布
Fig.5 Mesh arrangement around ARV

最终选择48W中等网格量级的背景网格布置，其它加密方式一样。

3 计算工况及数值结果分析

3.1 计算工况

由船舶运动数学模型可知，每个水动力导数，都有明确的物理意义，其表示船舶在匀速直线运动时，保持其它一切参数不变，只将某个运动参数改变单位值时所引起的作用于船舶水动力（或力矩）分量的变化量。当船舶在小漂角下斜航时，可以认为，这时相当于在船舶以速度 u 沿 x 轴方向匀速直线运动上，叠加一侧向扰动速度 v ，改变漂角，可得不同的侧向速度，做出侧向力和力矩关于 v 的曲线图，则在原点切线的斜率就是相应的位置导数 Y_v 和 N_v ，垂直面斜航同上。

数值模拟斜航试验时，采用同直航阻力试验相同的参数设置。本文来流速度设为0.7716 m/s，漂角选择以每隔 2° 设置，从 2° 至 12° ；攻角以每隔 2° 设置，从 -12° 至 12° ，依次计算了模型的水动力和力矩。本文操纵性坐标系的规定与转换，遵循国际水池会议（ITTC）和造船与轮机工程协会（SNAME）术语公报的体系。

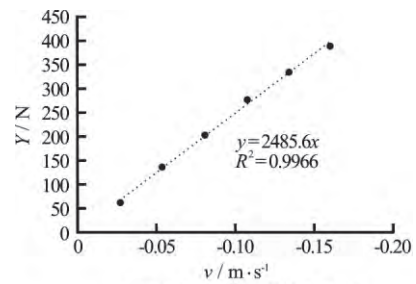
3.2 水平面斜航

为了得到不同计算工况，采用的方法是旋转ARV模型，从而改变来流与 X 轴夹角，得到相应的漂角，这样的好处在于不需要旋转计算域。最终得到机器人所受横向力 Y 和摇艏力矩 N 与横向速度 v 的关系，绘制成曲线，如图6所示。

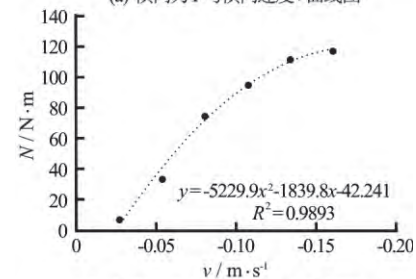
根据回归分析，并无因次化得到无因次化水动力系数，见表3。

3.3 垂直斜航

由于本文中，整个机器人上、下并无对称关系，



(a) 横向力 Y 与横向速度 v 曲线图



(b) 横向力矩 N 与横向速度 v 曲线图

图 6 机器人所受水动力与速度关系曲线图

Fig.6 Relationships between velocity and forces acting on ARV

表 3 不同漂角下斜航时所得水动力系数

Table 3. Hydrodynamic derivatives obtained under different drift angles

Y_v	$N_{v/v}$	N_v
0.270946	-0.091452	-0.041672

以正负攻角斜航时应分开分析。将机器人所受垂向力 Z 和纵摇力矩 N 与垂向速度 w 的关系绘制成曲线，如图7和图8所示。

3.3.1 机器人前端朝上倾斜

根据回归分析，并无因次化得到无因次化水动力系数，如图7和表4。

表 4 不同攻角下斜航时所得水动力系数

Table 4. Hydrodynamic derivatives obtained under different attack angles

Z_w	$N_{w/w}$	N_w
0.11837	-0.033263	0.061166

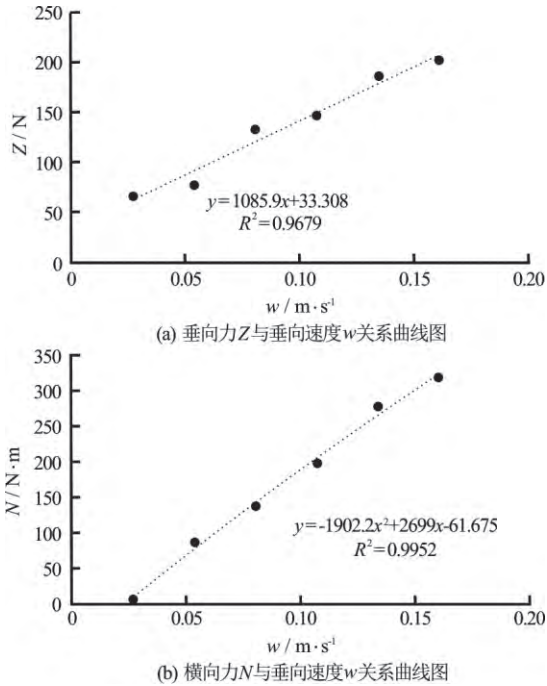


图7 机器人所受水动力与速度关系曲线图

Fig.7 Relationships between velocity and forces acting on ARV

3.3.2 机器人前端朝下倾斜

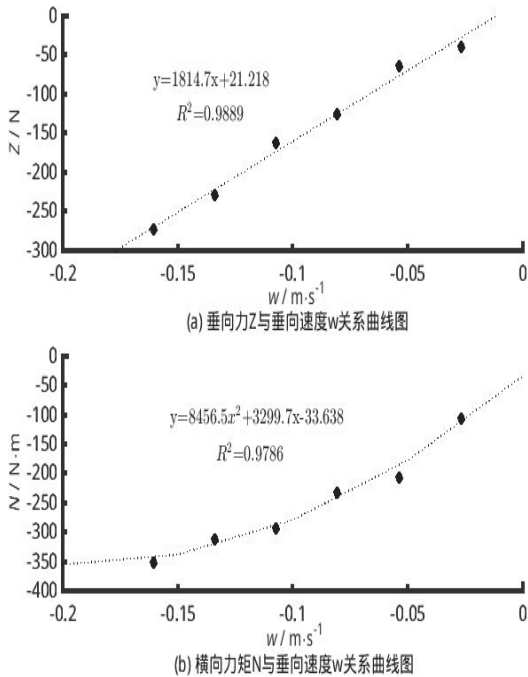


图8 机器人所受水动力与速度关系曲线图

Fig.8 Relationships between velocity and forces acting on ARV

根据回归分析, 并无因次化得到无因次化水动力系数, 见图8和表5。

表5 不同攻角下斜航时所得水动力系数

Table 5. Hydrodynamic derivatives obtained under different attack angle

Z_w	$N_{w/w}$	N_w
0.197814	0.147873	0.074779

以上水动力系数无因次化方式如下:

$$Y'_v = \frac{Y_v}{0.5\rho L^2 U}, Y_v = \frac{Y_v}{0.5\rho L^2 U}, N'_v = \frac{N_v}{0.5\rho L^3 U}$$

$$Z'_w = \frac{Z_w}{0.5\rho L^2 U}, N'_{w/w} = \frac{N_{w/w}}{0.5\rho L^3}, N'_w = \frac{N_w}{0.5\rho L^3 U} \quad (10)$$

其中: U 为航速, 值为0.7716 m/s; ρ 为海水密度, 值为1027.77 kg/m³; L 为模型的纵向长度, 值为4.81 m。

4 结论

本文基于naoe-FOAM-SJTU求解器, 对设计初期得到的某新型万米水下机器人模型, 采用SST-DES方法, 数值模拟了其在不同漂角与攻角下的斜航试验, 通过回归分析, 计算得到了部分水动力系数。首先采用SST-RANS和SST-DES两种方法, 数值模拟ARV在设计航速下的直航试验, 比较了两种方法阻力计算以及详细的流场结构区别。相比于SST-RANS方法, 采用SST-DES方法, 能够捕捉到ARV开孔处以及尾流的涡流情况, 因此后续计算都采用SST-DES方法。然后对计算所用的网格进行了收敛性验证, 通过三套不同网格计算同一模型, 验证了当前网格的可靠性。给出了 $U=0.7716$ m/s下, 不同漂角和攻角下水下机器人所受的力和力矩曲线。并通过回归方法, 得到了主要的水动力导数值。今后可以进一步根据潜艇空间六自由度运动方程的简化模型, 对水下机器人的操纵运动进行数值仿真模拟, 研究相关因素对水下机器人的操纵性能的影响, 指导水下机器人设计工作。后续将进行包括纯横荡、纯摇艏等在内的数值模拟, 得到数值仿真所需要的大部分水动力导数。也将会进行船模试验, 进一步对比分析数值模拟结果与试验结果。

致谢

本文工作得到了上海市优秀学术带头人计划(17XD1402300), 以及工信部数值水池创新专项VIV/VIM项目(2016-23/09)的资助。在此一并表示衷心感谢。

参 考 文 献:

[1] SHEN Z R, WAN D C. Manual of CFD solver for ship

- and ocean engineering flows: Naoe-FOAM-SJTU [R]. Technical Report for Solver Manual, No. 2012SR118110, Shanghai Jiao Tong University, 2012.
- [2] 胡志强, 林扬, 谷海涛. 水下机器人粘性类水动力数值计算方法研究[J]. 机器人, 2007, 29(2): 145-150.
HU Zhi-qiang, LIN Yang, GU Hai-tao. On numerical computation of viscous hydrodynamics of unmanned underwater vehicle[J]. Robot, 2007, 29(2): 145-150.
- [3] 林小平, 刘祖源, 程细得. 操纵运动潜艇水动力计算研究[J]. 船海工程, 2006 (03): 12-15.
LIN Xiao-ping, LIU Zu-yuan, CHENG Xi-de. Computational study on the hydrodynamic loading of submarine in maneuvering motion[J]. Ship & Ocean Engineering, 2006 (03): 12-15.
- [4] 黄昆仑, 庞永杰, 苏玉民, 等. 潜器线性水动力系数计算方法研究[J]. 船舶力学, 2008 (05): 697-703.
HUANG Kun-lun, PANG Yong-jie, SU Yu-ming, et al. Research on linearity hydrodynamic coefficients calculation method of submergible vehicle[J]. Journal of Ship Mechanics, 2008 (05): 697-703.
- [5] 赵伟文, 万德成. 用 SST-DES 和 SST-URANS 方法数值模拟亚临界雷诺数下三维圆柱绕流问题[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2016, 31(1): 1-8.
ZHAO Wei-wen, WAN De-cheng. Numerical study of 3D flow past a circular cylinder at subcritical Reynolds number using SST-DES and SST-URANS[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2016, 31(1): 1-8.
- [6] 施生达. 潜艇操纵性[M]. 北京, 中国: 国防工业出版社, 1995.
SHI Sheng-da. Submarine maneuverability[M]. Beijing, China: National Defense Industry Press, 1995.