

改进的 MPS 方法在晃荡问题中的应用

张雨新, 万德成

(海洋工程国家重点实验室, 船舶海洋与建筑工程学院, 上海交通大学, 上海 200240, Email: dcwan@sjtu.edu.cn)

摘要: 液体晃荡是一种非线性、自由面流动现象, 本研究将移动粒子半隐式法 (Moving Particle Semi-Implicit, MPS) 应用到二维液舱晃荡问题中, 并针对压力振荡问题对传统 MPS 方法做了改进: 采用更合理的不可压缩条件作为压力 Poisson 方程的源项, 同时提出了新的自由面判断方法。计算结果表明, 改进后的 MPS 方法能够给出光滑、合理的压力场, 十分有效地抑制了压力的振荡现象, 数值模拟得到的压力随时间变化曲线与实验结果吻合很好。

关键词: 液体晃荡; 移动粒子半隐式法 (MPS); 自由面流动; 压力振荡

1 引言

晃荡是一种非线性的自由面流动问题, 常表现为驻波、行进波、水跃, 剧烈时甚至带有液体的飞溅、自由面的翻卷等现象。由于流动的复杂性, 解析方法常常难以处理这类问题, 于是 CFD 成为人们研究晃荡问题的有力工具。一些基于网格的数值方法已经在晃荡问题中得到了较为广泛的应用。近年来, 无网格粒子法发展较快, 在许多流动问题中得到了应用, 与传统的网格类方法相比, 粒子法则具有较大的灵活性, 易于处理一些大变形的自由面问题, 其中 MPS (Moving Particle Semi-Implicit) 方法是一种常用的粒子法, 最早由 Koshizuka 于 1996 年提出^[1]。MPS 主要用于求解不可压缩流体动力学问题, 其基本思想是将连续的流体域离散成一系列拉格朗日粒子, 这些粒子具有质量、动量、能量等物理量, 粒子间的相互影响是通过“核函数”的积分来实现的, 控制方程也被写成粒子形式, 于是计算粒子的受力并追踪粒子的移动即可模拟整个流动问题。MPS 方法以其显著的特点受到人们的欢迎, 被应用到许多流动问题中, 如 Koshizuka^[2]用 MPS 模拟的破波问题以及浮体的运动, Chikazawa 等^[3]结合 MPS 研究了弹性和黏塑性结构问题, Sueyoshi 等^[4]模拟了浮体在波浪中的大幅运动, 包括在破舱时的运动情况, Gotoh 等^[5-6]对溢流和破波进行了研究, Pan (2008)^[7]研究了晃荡和二维船体剖面的横摇阻尼问题。随着研究的深入, MPS 方法的一些内在问题也逐渐被人们注意到, 如传统的 MPS 方法在计算中压力场带有很强的非物理振荡, 这不仅影响计算的稳定性而且影响结果的可靠性。为了消除这种非真实的压力振荡问题, 本研究对传统的 MPS 方法做了改进: 将压力 Poisson 方程的源项进行修改, 采用 Tanaka^[8]提出的基于速度散度的表达式; 同时提出了一种新的自由面判断方法, 消除了自由面粒子误判带来的压力振荡。基于这种改进的 MPS 方法,

本文对二维液舱在共振频率下受迫运动时的晃荡问题进行了数值模拟，并与实验结果进行比较，验证改进后的 MPS 方法的有效性和可靠性。

2 数值方法

2.1 控制方程

控制方程包括连续性方程和 N-S 方程，对于不可压缩流体，可写成如下形式：

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{g} \quad (2)$$

式中： ρ 为流体密度； P 为压力； \mathbf{V} 为速度向量； \mathbf{g} 为重力； ν 是运动黏性系数。式 (1) 和式 (2) 的时间导数项是以物质导数的形式给出的，在粒子法中，粒子的位置和其他物理量都是基于拉格朗日描述法表达的，因此不需要计算对流项。

2.2 粒子作用模型

在粒子法中，控制方程将被写成粒子形式，粒子间的相互影响是通过核函数来实现的，核函数的形式可以有很多种，在 MPS 中常用的核函数是由 Koshizuka^[1]给出的：

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_c - r}{r} - 1 & 0 < r < r_c \\ 0 & r_c \leq r \end{cases} \quad (3)$$

式中： $r = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$ ；为两个粒子间的距离；下标 i, j 表示粒子编号； r_c 为粒子作用域的半径；一般取一适当的有限距离。

2.3 梯度模型

梯度算子的离散可表示成径向函数的加权平均，如对于粒子 i ，其压力梯度有如下形式：

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j + P_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

式中： D 为空间维数， n^0 为初始粒子数密度。在 MPS 中粒子数密度定义为：

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \circ$$

式 (4) 是满足动量守恒的，形式上与 SPH 中的梯度模型相似，粒子 j 对 i 的影响与 i 对 j 的影响是相同的，同时压力将是对称的推力。

2.4 Laplacian 模型

在 MPS 方法中，Laplacian 模型是由 Koshizuka^[1]给出的，如下式所示：

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (5)$$

式中： D 为空间维数， n^0 为粒子的初始数密度。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) \cdot |r_j - r_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|)} \quad (6)$$

式 (5) 是一种守恒格式，其推导源于非定常扩散问题， λ 的引入是为了使数值结果与扩散方程的解析解相一致。

2.5 时间积分

MPS 中一个时间步的计算过程是分成两步完成的：基于质量力、黏性力的显式修正和压力的隐式修正。具体求解过程如下：

(1) 以黏性力和质量力为源项对粒子速度进行显式修正，获得临时速度 V_i^* ，按照该速度移动粒子至临时位置 r_i^* ：

$$V_i^* = V_i^n + \Delta t (v \nabla^2 V + g) \quad (7)$$

$$r_i^* = r_i^n + \Delta t \cdot V_i^* \quad (8)$$

式中： Δt 为时间步长。

(2) 计算粒子在临时位置处的粒子数密度 n^* 。

(3) 求解压力 Poisson 方程，获得下一时刻的压力：

$$\langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (9)$$

式中： n^0 为初始时流体内部粒子的数密度。

(4) 根据求得的压力，对速度和粒子位置进行隐式修正：

$$V_i^{n+1} = V_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1} \quad (10)$$

$$r_i^{n+1} = r_i^* + \Delta t \cdot V_i^{n+1} \quad (11)$$

式 (9) 中的右端项为 Poisson 方程的源项，从式中可以看到，源项的大小取决于粒子数密度与初始值的差值。在传统 MPS 方法，不可压缩条件就是通过保持粒子数密度为常数来实现的，这种不可压缩条件的表达方式过于刚性，Tanaka^[8]提出了一种基于散度的表达式：

$$\langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i = (1 - \gamma) \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot V_i^* - \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (12)$$

式中： γ 为一参数。当 $\gamma = 1$ 时，上式与传统 MPS 方法表达式相同，当 $\gamma = 0$ 时，Poisson 方程源项则完全由速度散度决定，一般而言 γ 越小压力场越光滑，但过小的 γ 容易造成流体体积的不守恒，参照 Tanaka 和 Lee 的数值实验，本文取 $\gamma = 0.01$ 。

2.6 自由面的判断

在 MPS 方法中, 自由液面的判断相对较为简单, 当粒子的数密度 $\langle n \rangle_i^*$ 满足:

$$\langle n \rangle_i^* < \beta \cdot n^0 \quad (13)$$

即被判定为自由面粒子。在求解压力 Poisson 方程时, 自由面粒子被指定 0 压力边界条件, β 是一参数, 本文取 $\beta = 0.97$ 。式 (13) 所示的判断准则过于简单, 流体域内部粒子容易因粒子数密度过小而被误判为自由面粒子, 从而被指定压力为 0, 这会造成压力的振荡。Tanaka^[8] 提出另外一种判断方法:

$$N_i < \beta \cdot N^0 \quad (14)$$

式中: N_i 为粒子 i 的邻居粒子数, N^0 为初始时刻流体域内部粒子的邻居粒子数。

Tanaka 的数值实验表明当使用改进的不可压缩表达式[(12)]时, 式 (14) 比式 (13) 更加精确。式 (14) 能够提高自由面的判断精度, 但在剧烈流动时, 流体内部粒子仍然有可能因邻居粒子数较少而被误判为自由面粒子, Lee^[9] 提出使用更大的粒子作用域半径来计算式 (14), 但这需要在搜寻邻居粒子时进行额外的处理, 而且使用粒子数作为判断指标不能将粒子间距离远近的影响考虑进来。本文提出一种更为合理的自由面判断方法, 定义如下矢量:

$$\langle \mathbf{F} \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|r_i - r_j|} (r_i - r_j) W(r_{ij}) \quad (15)$$

计算 \mathbf{F} 的模 $|\mathbf{F}|$, 当粒子满足:

$$\langle |\mathbf{F}| \rangle_i > \alpha \quad (16)$$

即被判定为自由面粒子, 其中 α 为一参数, 本文取 $\alpha = 0.5$ 。

需要注意的是式 (16) 仅被应用于满足 $0.8 < n^* < 0.97$ 的粒子, 因为 $n^* \leq 0.8$ 的粒子其粒子数密度过小应该被判定为自由面粒子, 无需进行多余的判断, 而 $0.97 \leq n^*$ 的粒子不是自由面粒子, 应该参与压力 Poisson 方程的求解。

与其他的判断方法不同, 式 (16) 是通过判断函数值是否大于某个给定的值来决定粒子是否为自由面粒子。如果将式 (16) 乘上粒子质量, 则不难看出其物理意义, 即式 (16) 等价于质量梯度。对于在自由面上的粒子, 其邻居粒子的分布具有很大的不对称性, 其质量梯度较大, 而内部粒子质量梯度接近于 0, 因此使用式 (16) 作为判断方法更加合理。对于模拟某些需要考虑表面张力的流动问题时, 精确判断自由面显得比较重要, 式 (16) 将具有更大的应用价值。

3 数值结果

计算模型为二维矩形液舱, 大小为 $0.8\text{m(L)} \times 0.5\text{m(H)}$, 模型来自 DSME(Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co., Ltd.)^[10], 为了便于与实验结果进行比较, 在舱壁处设置了 9 个压力监测点, 如图 1 所示。舱内水深为 $0.7H$ 。液舱做受迫横荡运动:

$$X = A \sin(2\pi\omega t) \quad (17)$$

式中: 运动幅值 $A=0.02\text{m}$, 频率 ω 为共振频率, $\omega^2 = \frac{g\pi}{L} \tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right)$, h 为初始时舱内水深。粒子总数为 19287, 其中水粒子 17313, 粒子初始间距为 0.004m 。初始粒子分布如图 2 所示。

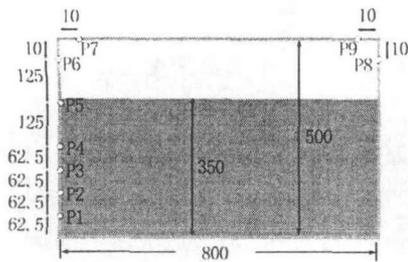


图 1 液舱尺寸示意图

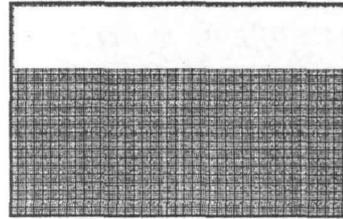


图 2 初始粒子分布

图 3 给出了传统的 MPS 方法在 P3 处的压力计算结果，图 4 为相应的实验结果^[10]，对比可以看到，MPS 方法的压力带有非常强烈的振荡，压力峰值远大于实验测得的数值，主要原因是由于在传统的 MPS 方法中压力 Poisson 方程的右端项完全由粒子数密度决定，而粒子数密度的大小则由粒子间的相对距离决定，因此粒子运动时，易造成粒子数密度的振荡，从而导致压力的振荡。此外，自由面粒子的误判、核函数的奇异性及离散格式的精度等因素都是导致压力振荡的原因。Sueyoshi^[11]提出对压力在空间和时间上做平均来缓解压力的振荡，这是一种后处理方法，潘徐杰^[7]对平均的参数选取做了比较分析，适当的平均可获得较为合理的压力结果。然而平均法具有很大的局限性，如当模拟浮体或流固耦合问题时，需要每个时间步都获得较为合理的压力场，这种后处理式的方法就不合适了，因此需要更加有效的方法来抑制压力的振荡。

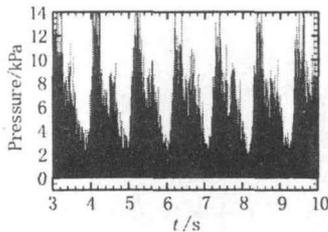


图 3 P3 点处压力随时间变化曲线(传统 MPS 方法)

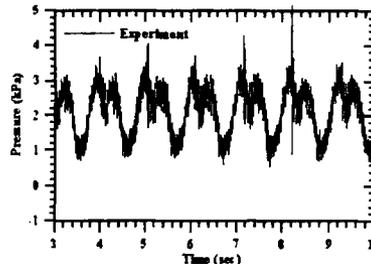


图 4 P3 点处压力随时间变化曲线(实验结果)

Tanaka 提出了式 (12) 所示的基于速度散度的不可压条件，数值实验表明该方法能够较好地光滑压力场^[8]，这主要是因为虽然粒子相对位置在计算中的不均匀性易导致数密度场在空间上的振荡，但速度场却相对较为光滑，因此使用式 (12) 时 Poisson 方程的源项变得光滑了，得到的压力也变得更加合理。为了方便后面的描述，这里对不同方法的组合做了简写，(表 1)。

图 5 给出了 MPS-MST 的压力计算结果，从图 5 中可以看到压力的振荡现象得到了比较明显的缓解，压力峰值减小，压力曲线的变化趋势与实验更加吻合。但振荡现象仍然存在，这是由于使用式 (13) 做自由面判断时容易导致流体内部粒子被误判为自由面粒子，从而导致压力场的求解失真，采用改进的自由面判断方法式 (16) 可以避免这一现象的发生，如图 6 所示 (其中 (a1) 和 (b1) 为 MPS-MST 计算结果，(a2) 和 (b2) 为 MPS-MST-MFS 计算结果)，从图中可以看到 MPS-MST-MFS 方法的计算结果中没有内部粒子被判定为自由面，因此压力场更加光滑、合理。

图 7 给出了 MPS-MST-MFS 方法在 P3 处压力的计算结果, 可以看到, MPS-MST-MFS 方法得到的压力曲线能够很好地与实验结果吻合, 压力的峰值也比较接近实验结果, 但略微低于实验值。造成这一现象可能是由于实际晃荡是气液两相流动, 而本文数值模拟使用的是单相模型, 空气的影响也许是不可忽视的, 尤其是当液体撞击到舱壁顶部时, 空气的存在会影响液体的流动及水面的破碎, 此外, 本文模拟的是二维流动, 与实验中的三维模型有一定的差别, 空间维数的影响还需要进一步的研究和验证。

表 1 MPS 方法及改进方法说明

名称	计算方法
传统 MPS	使用式 (9) 和式 (13)
MPS-MST	使用式 (12) 和式 (13)
MPS-MST-MFS	使用式 (12) 和式 (16)

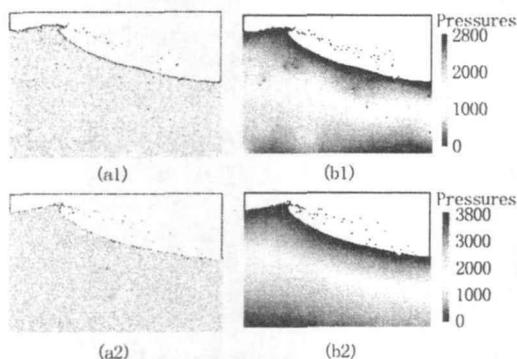
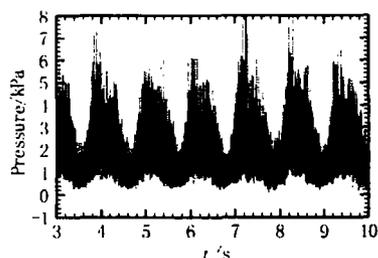
图 6 $t=7.6s$ 时自由面粒子分布(a)和压力场(b)

图 5 P3 处压力随时间变化曲线 (MPS-MST)

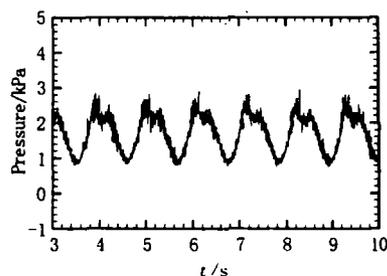


图 7 MPS-MST-MFS 方法压力计算结果

4 结论

本文将移动粒子法(MPS)用于研究二维液舱在共振频率下受迫运动时的晃荡问题, 计算结果表明: 传统 MPS 方法中的压力带有非常强烈的非物理震荡现象, 通过使用 Tanaka 提出的改进的压力 Poisson 源项可以减小压力的振荡幅值, 但自由面粒子的误判仍然会导致压力在空间上和时间内存在较大幅度振荡, 本文提出的自由面判断方法十分有效地解决了自由面粒子的误判问题。数值模拟结果表明改进后的 MPS 方法能够给出光滑、合理的压力场, 计算得到的抨击压力曲线及自由面形状能够很好地与实验结果相吻合。这种改进的 MPS 方法对于模拟带有浮体的流动问题具有很好的参考价值。

5 致谢

本文工作得到国家自然科学基金项目 (Grant No. 11072154, 50739004), 海洋工程国家重点实验室自主研究课题基金 (Grant No. GKZD010053-11) 和上海东方学者人才计划基金资助。在此一并表示衷心感谢。

参 考 文 献

- 1 Koshizuka S, Oka Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nucl. Sci. Eng.*, 1996, 123(3): 421-434
- 2 Koshizuka S, Nobe A. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method. *Intern. J. Num. Meth. Fluids*, 1998, 26(7): 751-769
- 3 Chikazawa Y, Koshizuka S. A particle method for elastic and visco-plastic structures and fluid-structure interactions. *Comput. Mech.*, 2001, 27(2): 97-106
- 4 Sueyoshi M. Numerical simulation of extreme motions of a floating body by MPS method. *Proc. Ocean MTS/IEEE Techno: Bridges across the Oceans*. Kobe, Japan, 2004, pp. 566-572.
- 5 Gotoh H. Lagrangian particle method for simulation of wave overtopping on a vertical seawall. *Coast. Eng. J.*, 2005, 47(2-3): 157-181
- 6 Gotoh H, Sakai T. Key issues in the particle method for computation of wave breaking. *Coast. Eng.*, 2006, 53(2-3): 171-179
- 7 潘徐杰, 张怀新. 移动粒子半隐式法晃荡模拟中的压力震荡现象研究. *水动力学研究与进展 A 辑*, 2008, (04): 453-463
- 8 Tanaka M, Masunaga T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. *J. Comput. Phys.*, 2010, 229(11): 4279-4290
- 9 Lee BH. Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads. *Comp. Meth. App. Mech. Eng.*, 2011, 200(9-12): 1113-1125
- 10 Lee SG. Numerical simulation of 2D sloshing by using ALE2D technique of LS-DYNA and CCUP methods. *Proc. 20th ISOPE*, 2010, Beijing, China, pp. 192-199.
- 11 Sueyoshi M, Naito S. A Study of Nonlinear Fluid Phenomena with Particle Method (Part 2): Two Dimensional Hydrodynamics Forces. *J. of Kansai Soc. Naval Archit.*, 2001, 235: 125-132

Application of improved MPS method in sloshing problem

Yuxin Zhang and Decheng Wan

(State Key laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240. Email: dcwan@sjtu.edu.cn)

Abstract: Liquid sloshing is a kind of nonlinear free-surface flows. In this paper Moving Particle Semi-Implicit(MPS) method is applied to simulate 2-D sloshing problem, and improvements are made to suppress the pressure oscillation which is commonly observed in traditional MPS method. A new representation for incompressible condition is employed, and a new free-surface detection method is proposed. Numerical results show that the improved MPS method can give smooth pressure field, successfully suppress pressure oscillation, the time history of pressure measured at the specified point has a good agreement with experimental results.

Key words: Liquid sloshing; Moving Particle Semi-Implicit(MPS); Free-surface flow; Pressure oscillation