DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2024.01.017

基于壁面模化大涡模拟的 SUBOFF

壁面脉动压力数值研究

范国庆,何宜航,赵伟文*,万德成

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 船海计算水动力学研究中心(CMHL), 上海 200240, E-mail: weiwen.zhao@sjtu.edu.cn)

摘 要: 该文基于开源计算流体力学平台 OpenFOAM,采用壁面模化大涡模拟中的非平衡壁面模型,对雷诺数 Re_L=1.2×10⁷ (L 为艇长)下的 SUBOFF 艇体绕流问题开展了数值研究。通过 Liutex 涡识别方法,该文给出了艇体近壁流动的涡结构分布, 提取了艇体表面的时均压力系数,与实验数据进行了对比,并在此基础上重点研究了壁面模化大涡模拟对壁面脉动压力的预 测,给出了不同区域的壁面脉动压力频率谱、平行中体处流向和周向波数-频率谱。研究结果表明:壁面模化大涡模拟能够 准确预测艇体表面时均压力分布;脉动压力预测方面,艇体首部转捩区的压力脉动更为剧烈,脉动压力谱级整体高于充分发 展湍流区;从脉动压力流向波数-频率谱中可观察到湍流能量集中的迁移脊,很好地反映了湍流的时空关联特性。

关 键 词:壁面模化大涡模拟;壁面应力模型;壁面压力脉动;SUBOFF;波数-频率谱 **中图分类号**:U661.1 **文献标志码:**A

Numerical Investigation of Wall Pressure Fluctuations of SUBOFF Based on Wall-Modeled Large-Eddy Simulation

Fan Guoqing, He Yihang, Zhao Weiwen*, Wan Decheng

(Computational Marine Hydrodynamics Lab (CMHL), School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: In this paper, the numerical investigation of the flow around the SUBOFF at a Reynolds number of Re_L =1.2×107 is conducted using the non-equilibrium wall model in wall-modeled large-eddy simulation via OpenFOAM. The Liutex vortex identification method is employed to analyze the vortex structure distribution near the hull surface. The time-averaged pressure coefficients on the hull surface are compared with experimental data. Subsequently, the prediction of wall pressure fluctuation is focused research by the wall model. And the wall pressure fluctuation frequency spectra on different areas of the hull and the wavenumber frequency spectra in different directions are provided. The results show that the wall-modeled large-eddy simulation can accurately predict the time-averaged pressure distribution on the hull surface. In terms of the wall pressure fluctuation spectra, the bow region of the hull exhibits higher fluctuating pressure levels compared to the fully developed turbulent region, indicating more intense pressure fluctuations. Additionally, the streamwise wavenumber frequency spectra of wall pressure fluctuation showcases the convective ridges of turbulent energy, effectively reflecting the spatial and temporal correlations of turbulence.

Key words: Wall-modeled large-eddy simulation; Wall stress model; Wall pressure fluctuation; SUBOFF; Wavenumber frequency spectrum

0 引 言

水下航行体表面湍流脉动压力作为水下噪声 的激励力源,是航行体水动力噪声预报亟需解决的 关键问题,提高对其进行数值模拟的精度和效率, 在工程中具有重要意义。目前的湍流数值模拟主要 有直接数值模拟方法(direct numerical simulation, DNS)、雷诺时均模拟方法(Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS)以及大涡模拟方法(large-eddy simulation, LES)。LES方法作为一种介于DNS和 RANS的数值模拟方法:相较于DNS,LES可在更

收稿日期: 2023-12-11 修改稿收到日期: 2023-12-26 作者简介: 范国庆(2000-), 男, 硕士研究生.

为粗糙的网格上求解N-S方程,计算成本较少;相 对于RANS,网格解析不到的部分,LES可通过建 立亚格子模型获得亚格子应力,反映小尺度涡对流 动的影响,在流场脉动量、涡系结构及噪声预报方 面具有更高的计算精度。因此,LES在工程领域的 应用越来越广泛。

对于高雷诺数近壁面流动,壁面解析大涡模拟 (wall-resolved LES, WRLES)将绝大多数网格用于 解析边界层内层的流动,这对成本计算提出了很高 的要求^[1]。壁面模化大涡模拟(wall-modeled LES, WMLES)的基本思想是对边界层外层流场进行直 接计算解析,而对边界层内层流场则采取建立模型 的思路进行模化。其中,壁面应力模型(wall stress model)是WMLES中应用最为广泛的一种模型^[2],其 需要在距离壁面法向方向*h*(*h*为采样高度)处的LES 区域网格中心采样,通过代数模型、平衡壁面模型 或非平衡壁面模型等求解得到正确的壁面切应力 边界条件^[3]。

SUBOFF为水下航行体标模,国内外学者采用 不同方法对SUBOFF开展了数值模拟工作,已积累 了丰富的实验数据^[4-5]。Kumar等^[6]采用WRLES方法 对艇长雷诺数ReL=1.1×10⁶的SUBOFF裸艇体开展数 值模拟,分析了艇体表面压力及摩擦力系数、近壁 流动的速度剖面及雷诺应力,模拟结果与实验数据 吻合良好,但其网格数量为60亿,计算成本极高。 Liu等^[7]采用混合LES/RANS方法对Re_L=1.2×10⁶的 SUBOFF裸艇体开展数值模拟,统计了艇体表面受 力及速度分布,重点分析了尾部逆压梯度诱导流动 分离的预测准确性。Shi等^[8]采用扩散界面浸没边界 法结合壁模型数值模拟了 Re_I =1.2×10⁶的SUBOFF裸 艇体,并探讨不同壁模型对计算精度的影响。Chen 等^[9]采用WMLES对Re₁=1.2×10⁷下的SUBOFF艇体 绕流开展研究,系统分析了壁面模型、采样高度对 SUBOFF时均量数值模拟结果的影响,发现:相较 于平衡壁模型,考虑压力梯度的非平衡壁模型能够 更好地预测艇体表面切应力;采样高度ν/δ=0.05时(δ 为边界层厚度),得到的数值模拟结果最好。

上述工作重点关注了艇体受力、近壁速度等时 均量,或是雷诺应力等统计量,但针对水下航行体 脉动压力等脉动量的研究相对较少。此外,壁面应 力模型在高雷诺数艇体流动中的预测准确性仍需 进一步验证。为此,本文基于开源计算流体力学平 台OpenFOAM,采用壁面应力模型中的非平衡壁面 模型,对雷诺数*Re_L*=1.2×10⁷下的SUBOFF艇体绕流 问题开展数值研究,可视化分析基于Liutex涡识别 方法^[10]计算出的艇体近壁流动的流场涡结构分布, 并对比艇体表面的时均压力系数与实验数据,进一 步研究艇体表面脉动压力,获得艇体不同区域的壁 面脉动压力频率谱及不同方向上的波数-频率谱。

1 数值方法与模型设置

1.1 大涡模拟及亚格子模型

LES无法直接捕捉流场中所有尺度的涡,因此 可通过滤波函数直接解析计算尺度较大的涡,而对 于尺度较小的涡,则需对其进行建模。对不可压缩 流体的N-S方程做滤波可得LES控制方程,即

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^{\text{sgs}}}{\partial x_i}$$
(2)

式中: \tilde{u}_i 为 x_i 方向解析速度分量; \tilde{p} 为解析运动压力; v为流体运动黏性系数; ρ 为流体密度; t为时间; τ_{ij}^{ses} 为亚格子应力项, Smagorinsky^[11]根据局部平衡假设 对其定义为

$$\tau_{ij}^{\text{sgs}} = 2\nu_{\text{sgs}}\tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{kk}^{\text{sgs}}\delta_{ij}$$
(3)

式中: \tilde{S}_{ij} 为解析应变率张量; δ_{ij} 为克罗内克符号; v_{sos} 为亚格子运动黏性。

本文所采用的为局部黏度的壁面自适应 (wall-adapting local eddy-viscosity, WALE)亚格子 模型^[12],表达式为

$$\nu_{\rm sgs} = (C_{\rm W}\Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{\frac{5}{2}} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}}$$
(4)

式中: Cw=0.325为WALE模型系数。

1.2 壁面应力模型

壁面应力模型中的常微分模型主要基于简化的薄边界层方程(thin boundary layer equations, TBLE)。由于边界层内壁面法向方向上的压力梯度为0,因此N-S方程在边界层内可简化为^[13]

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left[\left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \right] = F_i, \quad i = 1,3$$
(5)

式中: v_i为涡黏度; F_i为源项, 表达式为

$$F_{i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial u_{i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} u_{i} u_{j}$$
(6)

涡黏度v_t可由近壁阻尼函数的混合长度理论^[14]得到,即

$$v_{t} = \kappa v x_{2}^{*} (1 - e^{-x_{2}^{*}/A})^{2}$$
(7)

式中: *к*=0.4; *A*=17.8。

在存在逆压梯度的流动中,通常仅考虑源项中 的压力梯度项^[15],此时源项 $F_i=1/\rho(\partial p/\partial x_i)$,通过对 高度h处的速度及压力梯度采样及简化的TBLE积 分,即可得到正确的壁面切应力边界 τ_{w_i} 条件

$$\tau_{\mathrm{w},i} = \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \bigg|_{x_2=0} = \frac{\rho}{\int_0^h \frac{\mathrm{d}x_2}{\nu + \nu_1}} \bigg\{ u_{h_i} - F_i \int_0^h \frac{x_2 \mathrm{d}x_2}{\nu + \nu_1} \bigg\}$$
(8)

1.3 计算域及网格划分

本文选择SUBOFF裸艇体为研究对象,模型平 行中体部分直径D=0.508 m,全长L=8.6D=4.356 m, 艇长雷诺数Re_L=1.2×10⁷。计算模型及计算域划分如 图1所示,SUBOFF艇体首部驻点为原点,*x*轴为来 流方向,-10D<*x*<30D,-10D<*y*<10D,-10D<*z*<10D。 入口处为均匀来流,来流速度U_∞=2.836 8 m/s;出 口处为零法向梯度边界条件;SUBOFF壁面采用无 滑移速度边界条件;其余为对称边界。

图2给出了*x-y、y-z*剖面及近壁网格分布,总网格量约4 800万。沿壁面法向方向向外依次采用不同的加密等级,在艇体靠近壁面处对流向、法向和展向网格进行局部细化,满足δ/Δy≈50、δ/Δx≈15和 δ/Δz≈15(δ为根据RANS结果估计的边界层厚度)。





(c) 近壁网格分布
图 2 (网上彩图) 网格划分示意图
Fig.2 (Color online) Computational mesh

1.4 计算参数设置

为获得LES计算稳定的初始场,在WMLES数值 模拟前,本文基于RANS方法的*k-ω*SST模型,使用 同一套网格,以计算得到收敛解(速度场和压力场) 为LES初始条件。LES计算中,在*x/L*=0.087处施加 数值绊线诱导流动发生人工转捩。采样高度方面, Mukha等^[16]对比了以壁面法向上不同网格中心的 流场信息作为壁面模型输入值时槽道流的计算误 差,指出应避免将采样位置设在壁面法向方向上的 第1个网格中心处。因此,本文WMLES计算的采样 位置设在第3个网格中心处。

数值离散格式方面,对于RANS模拟,动量方 程和湍动能输运方程的对流项采用二阶线性迎风 格式;湍流比耗散率输运方程对流项采用一阶迎风 格式。对于WMLES模拟,时间项采用二阶隐式向 后格式离散,计算时间步为 $\Delta t^* = \Delta t U_{\infty}/L = 6.5 \times 10^{-5}$, 满足*CFL*<1;对流项采用二阶线性迎风稳定输送^[17] (linear-upwind stabilized transport, LUST)格式离散, 使用75%的线性格式附加25%的线性迎风格式的加 权平均计算面心值;梯度项和拉普拉斯项均采用二 阶线性离散格式。

离散方程求解方面,RANS模拟采用SIMPLE算法^[18]。湍流输运方程使用带有对称Gauss-Seidel光顺求解器迭代求解,容差设置为10⁻⁶,所有变量的收敛标准均设定为10⁻⁵。对于WMLES模拟,采用PISO算法^[19]处理压力-速度耦合。动量方程采用双共轭梯度(PBiCGStab)求解器和基于对角线的不完全LU(DILU)预处理器求解,容差设置为10⁻⁷。对于压力泊松方程,采用共轭梯度(PCG)求解器和基于对角的不完全Cholesky预处理器(DIC)求解,容差设置为10⁻⁷。

2 结果与讨论

图3给出了基于Liutex涡识别方法^[10],采用 WMLES计算得到的瞬时三维涡结构图,图中做 $\tilde{\Omega}_{R} = 0.52$ 等值面,并使用无因次化流向速度进行着 色。通过涡结构图可明显观察到:在数值绊线后, 流动迅速从层流状态发展为湍流状态;沿流动方 向,湍流边界层不断发展,附着在船体上的涡旋结 构迅速生长并增厚;由于尾部的逆压梯度,流动发 生分离,尾流区包含了大量的旋涡结构。

2.1 时均压力分析

图4给出了艇体周围流场的时均压力系数的分布,压力系数Cp的定义为

$$C_p = \frac{p - p_{\infty}}{0.5\rho U_{\infty}^2} \tag{9}$$

式中: p为流体压力; p∞为参考压力。

由图4可知,压力峰值存在于艇体首部;而后, 由于有利的压力梯度,流体在艇首加速流动,并在 数值绊线之后迅速转变为湍流;在艇体的平行中体 部分向下游发展,压力系数几乎不变,处于零压力 梯度区域;艇体尾部处于逆压梯度区域,流动减速 并发生分离形成尾流。



图 3 (网上彩图) 艇体表面瞬时涡结构图, $\tilde{\Omega}_R = 0.52$ Fig.3 (Color online) Instantaneous vortical structures using the iso-surface of $\tilde{\Omega}_R = 0.52$



图 4 (网上彩图) 艇体周围流场时均压力分布 Fig.4 (Color online) Time-averaged pressure distribution around the hull

图5给出RANS及WMLES计算得出的艇体表 面时均压力系数,并与DARPA SUBOFF的实验数 据^[4]进行对比,可以发现:在艇体首部*x/L*=0.08~0.1 区域,WMLES的计算结果出现小的波动,这主要 由于数值绊线的作用。总体而言,WMLES方法在 时均压力的预测方面与RANS计算结果及实验数 据吻合良好,沿流向压力分布趋势与图4中压力分 布相吻合。



图 5 (网上彩图) 艇体表面时均压力系数 Fig.5 (Color online) Time-averaged pressure coefficient on the hull surface

2.2 脉动压力分析

图6展示了WMLES计算得到的艇体表面瞬时 压力分布,从图中可看出:艇体首部形成了压力峰 值,这与该处存在速度驻点有关,模型尾部的末端



图 6 (网上彩图) 艇体表面瞬时压力分布 Fig.6 (Color online) Instantaneous pressure distribution on the hull surface

也存在小范围的压力峰值; 艇体首部处于层流状态, 没有压力脉动, 在施加数值绊线后发生转捩 逐渐发展成湍流, 并在湍流区能够观察到明显的 压力波动。

图7给出了艇体不同区域的壁面脉动压力功率 谱,频谱数据通过边界层厚度 δ 、壁面切应力 τ_w 及 壁面摩擦速度 u_r 进行无因次化。x/L=0.12位于艇首 转捩区,x/L=0.5位于平行中体充分发展湍流区。 由图7可以看出:脉动压力在高频处的衰减规律约 为 ω^{-5} ,这与Schewe^[20]的实验测量结果一致;在低 频处,脉动压力频谱以 ω 的趋势变化,这与Lee^[21] 的壁面脉动压力经验模型相一致。此外,通过对比 可以发现,转捩区的脉动压力谱级整体高于充分发 展湍流区,转捩区的压力脉动相较充分发展湍流区 更为剧烈。



图 7 (网上彩图) 艇体不同区域壁面脉动压力频谱 Fig.7 (Color online) Wall pressure fluctuation spectra in different regions of the hull

为考察艇体湍流边界层的涡运动和能量分布,通 常需布置压力监测阵列以获得脉动压力时空信号,对 脉动压力进行从时间-空间至波数-频率域的二维傅 里叶变换,进而能在波数-频率域内研究湍流脉动信 号的统计特性。湍流脉动压力波数-频率谱定义为湍 流脉动压力时空信号的相关函数,在时间和空间内的 傅里叶变换,其数学表达式为

$$\phi(\mathbf{k},\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\boldsymbol{\xi},\tau) e^{-(\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\xi}+\omega\tau)} \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \mathrm{d}\tau$$
(10)

在本文计算中,通过对湍流脉动压力离散时空 信号进行快速傅里叶变换(FFT),对其幅值的平方进 行系综平均,得到湍流脉动压力的波数-频率谱。此 时,湍流脉动压力波数-频率谱表达式为

$$\phi_{pp}(k,\omega) =$$

$$\frac{\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}W(x_{m},t_{n})p_{m}(x_{m},t_{n})e^{-i(k_{x}x_{m}+\omega t_{n})}\Delta x\Delta t\Big|^{2}}{(2\pi)^{2}NMC_{W}}$$
(11)

式中: p_m 为第m个测点测得的脉动压力;N为总采样时间个数;M为测点个数; Δx 为测点间距; Δt 为时间步长; $W(x_m, t_n)$ 为窗函数,本文选用汉宁窗; C_W 表达式为

$$C_{\rm W} = \frac{\sum\limits_{n=1}^{N} \sum\limits_{m=1}^{M} W^2\left(x_m, t_n\right)}{NM}$$
(12)

为分析充分发展湍流区的脉动压力时空关联 特性,在平行中体附近沿艇体流向及周向分别布 置了两条压力监测阵列。图8展示了平行中体附近 流向及周向的脉动压力波数-频率谱,从图中可以



图 8 (网上彩图) 艇体表面脉动压力波数-频率谱 Fig.8 (Color online) The wall pressure fluctuation wavenumber-frequency spectra

看到:与文献[22-23]类似,在流向波数-频率谱中 观察到了湍流能量较为集中的迁移脊,主要分布在 $-10 < k_x \delta < 0$, $0 < \omega \delta / u_\tau < 400$ 范围内,迁移速度约 为来流速度的60%;周向波数频率谱大致关于 $k_\theta \delta = 0$ 中心对称,迁移速度为0,并且随着频率的增大,谱级逐渐降低。

3 结 论

本文基于开源计算流体力学平台OpenFOAM, 采用壁面模化大涡模拟中的非平衡壁面模型,对雷 诺数*Re_L*=1.2×10⁷下的SUBOFF艇体绕流问题开展 了数值研究。通过Liutex涡识别方法给出了艇体近 壁流动的涡结构分布,提取了艇体表面的时均压力 系数,并与实验数据进行对比。在此基础上,重 点研究了壁面模化大涡模拟对艇体表面脉动压力 的预测,给出了艇体不同区域的壁面脉动压力频 率谱及平行中体处流向和周向波数-频率谱,得出 如下主要结论:

(1) 时均压力预测方面: WMLES方法能够准确 预测艇体表面压力分布,计算结果与RANS计算结 果及实验数据吻合良好。

(2) 脉动压力频谱方面:脉动压力在高频处的 衰减规律约为ω⁻⁵;在低频处,脉动压力频谱则以ω 的趋势变化;转捩区的脉动压力谱级整体高于充分 发展湍流区,转捩区的压力脉动相较充分发展湍流 区更为剧烈。

(3) 脉动压力波数-频率谱方面:在流向波数-频率谱中观察到了湍流能量较为集中的迁移脊,主 要分布在-10<k_xδ<0,0<ωδ/u_t<400范围内,迁移速 度约为来流速度的60%;周向波数频率谱大致关于 k_θδ=0中心对称,迁移速度为0,并且随着频率的增 大,谱级逐渐降低。

参考文献:

- Piomelli U, Balaras E. Wall-layer models for large-eddy simulations [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2002, 34(1): 349-374.
- [2] 吴霆,时北极,王士召,等.大涡模拟的壁模型及其应用 [J].力学学报,2018,50(3):453-466.

- [3] Schumann U. Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli [J]. *Journal of Computational Physics*, 1975, 18(4): 376-404.
- [4] Huang T, Liu H L, Groves N, et al. Measurements of flows over an axisymmetric body with various appendages in a wind tunnel: The DARPA SUBOFF experimental pro-gram [C]. *19th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Seoul, Korea, 1992.
- [5] Liu H L, Huang T T. Summary of DARPA SUBOFF experimental program data [R]. Bethesda, USA: Naval Surface Warfare Center, 1998.
- [6] Kumar P, Mahesh K. Large-eddy simulation of flow over an axisymmetric body of revolution [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 853: 537-563.
- [7] Liu Y, Zhou Z, Zhu L, et al. Numerical investigation of flows around an axisymmetric body of revolution by using Reynolds-stress model based hybrid Reynoldsaveraged Navier-Stokes/large eddy simulation [J]. *Physics of Fluids*, 2021, 33(8): 085115.
- [8] Shi B, Yang X, Jin G, et al. Wall-modeling for large eddy simulation of flows around an axisymmetric body using the diffuse-interface immersed boundary method [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, 40(3): 305-320.
- [9] Chen S T, Yang L C, Zhao W W, et al. Wall-modeled large eddy simulation for the flows around an axisymmetric body of revolution [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2023, 35(2): 199-209.
- [10] Liu C, Gao Y, Tian S, et al. Rortex-A new vortex vector definition and vorticity tensor and vector decompositions
 [J]. *Physics of Fluids*, 2018, 30(3): 035103.
- [11] Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment [J]. *Monthly Weather Review*, 1963, 91(3): 99-164.
- [12] Nicoud F, Ducros F. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor [J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 1999, 62(3): 183-200.
- [13] Wang M, Moin P. Dynamic wall modeling for largeeddy simulation of complex turbulent flows [J]. *Physics* of Fluids, 2002, 14(7): 2043-2051.
- [14] Van Driest E R. On turbulent flow near a wall [J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1956, 23(11): 1007-1011.
- [15] Larsson J, Kawai S, Bodart J, et al. Large eddy simulation with modeled wall-stress: Recent progress and future directions [J]. *Mechanical Engineering Reviews*, 2016, 3(1): 15-00418.

- [16] Mukha T, Rezaeiravesh S, Liefvendahl M. A library for wall-modelled large-eddy simulation based on Open-FOAM technology [J]. *Computer Physics Communications*, 2019, 239: 204-224.
- [17] Weller H. Controlling the computational modes of the arbitrarily structured C grid [J]. *Monthly Weather Review*, 2012, 140(10): 3220-3234.
- [18] Caretto L S, Gosman A D, Patankar S V, et al. Two calculation procedures for steady, three-dimensional flows with recirculation [C]. *Third International Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics*, Paris, France, 1973.
- [19] Issa R I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting [J]. *Journal of Computational Physics*, 1986, 62(1): 40-65.

- [20] Schewe G. On the structure and resolution of wall pressure fluctuations associated with turbulent boundary layer flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1983, 134: 311-328.
- [21] Lee S. Empirical wall-pressure spectral modeling for zero and adverse pressure gradient flows [J]. AIAA Journal, 2018, 56(5): 1818-1829.
- [22] Foley A W, Keith W L, Cipolla K M. Comparison of theoretical and experimental wall pressure wave number frequency spectra for axisymmetric and flatplate turbulent boundary layers [J]. Ocean Engineering, 2011, 38(10): 1123-1129.
- [23] He G W, Jin G, Yang Y. Space-time correlations and dynamic coupling in turbulent flows [J]. *Annual Review* of Fluid Mechanics, 2017, 49: 51-70.