

# 基于 MPS 方法模拟薄膜型液舱晃荡问题

杨亚强, 唐振远, 万德成\*

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 海洋工程国家重点实验室,  
高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240)

\*通信作者 Email: dcwan@sjtu.edu.cn

**摘要:** 基于万德成教授课题组自主开发的无网格粒子方法求解器 MLParticle-SJTU, 将 MPS 方法应用到三维薄膜型液舱的晃荡问题中, 分别研究了在单自由度纵摇和单自由度横摇作用下, 激励频率对液舱内液体晃荡作用的影响。首先, 对薄膜型液舱在单自由度纵摇和单自由度横摇激励下的晃荡问题分别进行了数值模拟, 并将计算结果与实验结果进行比较, 验证了 MPS 方法的可靠性。其次, 对比不同激励频率下, 单自由度横摇和单自由度纵摇激励作用下液体晃荡的拍击压力和流场情况, 分析了激励频率对晃荡作用的影响。数值结果表明: 激励频率对晃荡幅度影响较大。当激励频率在固有频率附近时, 晃荡幅度最大, 随着激励频率远离固有频率, 晃荡幅度减小。

**关键词:** 液体晃荡; MLParticle-SJTU 求解器; 激励频率; 横摇激励; 纵摇激励

## 1 引言

晃荡是指两种或两种以上的互不相容的流体在有限容器内的运动。近几年来, 液化天然气 (LNG) 和液化石油气 (LPG) 的需求量的快速增长, 使得液货船 (包括 LNG 船, LPG 船的) 向着大型化发展, 由此引起的液体晃荡问题也越来越突出。当外界激励频率接近舱内液体的固有频率或者激励振幅非常大时, 液舱内液体会产生剧烈的晃荡, 对舱壁产生较大的拍击压力, 容易造成舱壁结构的破坏; 同时拍击产生的力矩还会影响液货船的稳性, 严重时可导致船舶的倾覆<sup>[1-4]</sup>。因此, 准确预报晃荡产生的拍击压力具有重要的工程意义。

液体晃荡呈现出强烈的非线性和随机性, 这给数值模拟晃荡问题带来很大的挑战。近年来兴起无网格粒子法可以较好地模拟晃荡问题。与传统的网格类方法不同, 粒子法基于拉格朗日方法, 对处理一些大变形的自由面问题具有很大的灵活性, 其中 MPS (Moving Particle Semi-Implicit) 方法是一种常用的粒子法<sup>[2-4]</sup>, 由于 MPS 方法粒子间没有固定的拓扑关系, 因此 MPS 法在处理复杂自由面问题时具有很大的优势<sup>[2-3]</sup>。MLParticle-SJTU 求解器正是基于 MPS 方法开发出来的。为了获得光滑的压力场, 在传统 MPS 方法的基础上,

MLParticle-SJTU 求解器做了一些改进：无奇点的核函数、动量守恒型的压力梯度模型、压力 Poisson 方程的混合源项法以及使用了改进的自由面判别方法<sup>[2-3]</sup>。

本文主要工作是基于我们自主开发的无网格粒子方法求解器 MLParticle-SJTU，探究了激励频率对薄膜液舱内液体晃荡作用的影响。首先，本文分别对单自由度横摇和单自由度纵摇激励作用下充水率为 70% 的薄膜型液舱内的晃荡问题进行数值模拟，验证了 MLParticle-SJTU 的可靠性。其次，对比不同激励频率下液体晃荡的拍击压力和流场情况，分析了不同激励形式下激励频率对晃荡作用的影响。

## 2 数值方法

### 2.1 控制方程

控制方程包括连续性方程和 N-S 方程，对于不可压缩流体，可写成如下形式：

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{f} \quad (2)$$

其中： $\rho$  为流体密度， $P$  为压力， $\mathbf{V}$  为速度向量， $\mathbf{f}$  是质量力，一般为重力， $\nu$  是流体的运动黏性系数。式 (1) 和式 (2) 的时间导数项是以物质导数的形式给出的，因此不存在对流项，避免了对流项计算引起的数值耗散。

### 2.2 核函数

与传统的核函数不同。MLParticle-SJTU 求解器采用了张雨新<sup>[2,3]</sup>提出的核函数：

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{0.85r + 0.15r_e} - 1 & 0 \leq r < r_e \\ 0 & r_e \leq r \end{cases} \quad (3)$$

式 (3) 是一种无奇点的核函数，可以保证计算的稳定性。

### 2.3 梯度模型

MPS 中梯度模型是通过作用域内粒子间的相对位置矢量的加权平均来获得。MLParticle-SJTU 求解器中所采用的梯度模型为<sup>[2-3]</sup>：

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j + P_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

式 (4) 既满足了动量守恒定律，同时保证了任意两个粒子间的压力始终是排斥力。

## 2.4 Laplacian 模型

在MPS法中, Laplacian模型是由Koshizuka<sup>[5]</sup>给出的, 如下式所示:

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (5)$$

其中:  $D$  为空间维数,  $n^0$  为粒子的初始数密度。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \cdot |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)} \quad (6)$$

式(5)是一种守恒格式, 其推导源于非正常扩散问题,  $\lambda$  的引入是为了使数值结果与扩散方程的解析解相一致。

## 2.5 不可压缩条件

MLParticle-SJTU求解器采用的PPE是Tanaka<sup>[6]</sup>提出一个混合源项法 (mixed source term method), 该方法结合了传统的速度散度和粒子数密度方法。混合源项法后来被Lee<sup>[6]</sup>写成了更为合理的表达形式:

$$\langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i = (1-\gamma) \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{V}_i^* - \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (7)$$

其中:  $\gamma$  是一系数, 可取0~1之间的任意数。

## 2.6 自由面的判断

在单相流计算中, 空气中是没有粒子的, 因此自由面附近的粒子数密度过小, 基于该特点 Koshizuka<sup>[7]</sup>提出了一种较为简单的自由面粒子判断方法。然而该方法判断精度较低。张雨新<sup>[2,3]</sup>提出了一种更为合理的自由面判断方法。定义如下矢量:

$$\langle \mathbf{F} \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) W(r_{ij}) \quad (8)$$

计算可得到  $\mathbf{F}$  的模为  $|\mathbf{F}|$ , 当粒子满足:

$$\langle |\mathbf{F}| \rangle_i > \alpha \quad (9)$$

即被判定为自由面粒子,  $\alpha$  为一参数, 本文取  $\alpha=0.9|\mathbf{F}^0|$ , 其中  $|\mathbf{F}^0|$  为一参考值, 等于初始时刻自由面粒子的  $|\mathbf{F}|$ 。

## 3 模型验证

为了验证 MLParticle-SJTU 求解器的可靠性, 本文分别对薄膜型液舱在单自由度横摇和单自由度纵摇激励下的晃动问题进行数值模拟, 并将计算结果与实验结果作对比。液舱

尺度为：高 0.477m，宽 0.664，长 0.834m，吃水为 0.334m，对应的充水率位 70%。在舱壁左侧和前侧水面附近分别设有两个个压力监测点 P1 和 P2，具体位置如图 1 所示。

计算所用的粒子总数为 523434，其中水粒子为 396990，对应粒子初始间距为 0.0075 m。水的密度取为  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ ，运动黏性系数为  $\nu=1.01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ，重力加速度为  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ，时间步长取为  $\Delta t=5 \times 10^{-4} \text{ s}$ 。

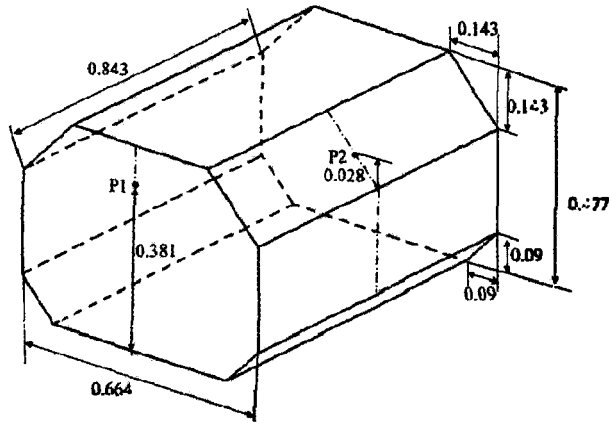


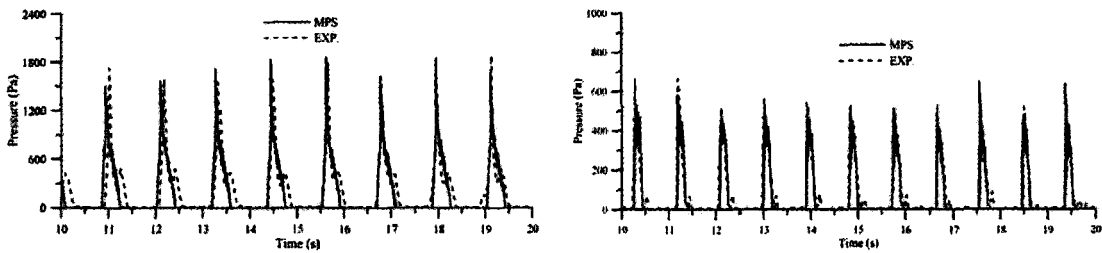
图 1 薄膜型液舱尺寸示意图

本文的验证算例为在单自由度纵摇和单自由度横摇两种不同的激励形式下的晃荡问题，两个算例的激励参数如表 1 所示。其中，激励运动的旋转中心距离液舱底部为 0.229 m。

表 1 晃荡激励参数

	激励形式	激励振幅/ (°)	激励频率/Hz
Case A	横摇	12	0.85
Case B	纵摇	8	1.1

图2显示了数值模拟与实验得到的拍击压力时历曲线比较。其中图2 (a) 为纵摇激励作用下P1点处压力曲线。图2 (b) 为横摇激励作用下P2点处的拍击压力时历曲线。从图中可以看出，MLParticle-SJTU给出的拍击压力曲线能够较好地与实验结果相吻合。两者的拍击压力起始时刻、持续时间和压力峰值都基本一致，压力作用周期也能够较好地吻合。因此MPS方法能够很好地预测晃荡产生的抨击压力。



(a) 纵摇激励作用下P1点处的压力曲线

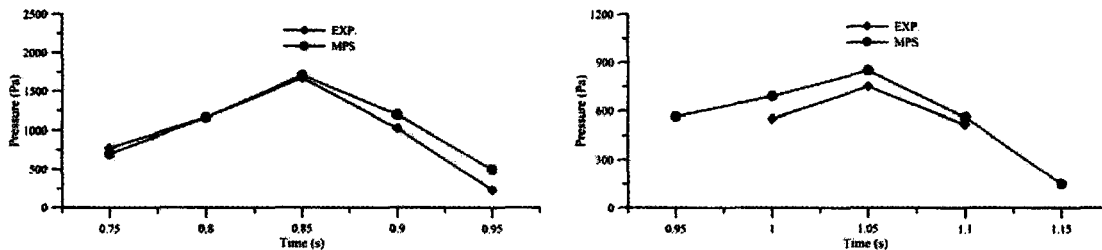
(b) 横摇激励作用下P2点处的压力曲线

图2 数值模拟与实验得到的拍击压力时历曲线比较

#### 4 激励频率对晃荡幅度的影响

图3(a)为纵摇激励作用下,激励频率为0.75-0.95Hz时,P1检测点处压力峰值的变化情况。从图中可以看出,激励频率为0.85Hz时产生的拍击压力最大,其大小约为1700 Pa。因此,当充水率为70%时,模型液舱内液体的纵摇激励下的共振频率在0.85Hz附近。与理论计算的模频率0.89Hz稍有偏差。

图3(b)为横摇激励作用下,激励频率为0.95-1.15Hz时,P2点处压力峰值随激励频率的变化情况。从图中可以看出,激励频率为1.05Hz时产生的拍击压力最大,其大小约为800 Pa。因此,当充水率为70%时,模型液舱内液体的横摇激励下的共振频率在1.05Hz附近,与理论计算的模频率1.04Hz较为接近。



(a) 纵摇激励作用下P1处压力峰值-频率曲线图

(b) 横摇激励作用下P2处压力峰值-频率曲线图

图3 两种激励作用下压力-频曲线

由图3可以看出,MLParticle-SJTU求解得到的压力峰值比实验值略微偏高,然而压力峰值随频率的变化规律与实验结果基本吻合。虽然横摇激励幅值大于纵摇激励幅值,横摇激励下产生的拍击压力却小于纵摇激励下产生的拍击压力。这是由于液舱的横向距离较纵向距离小,限制了液体的运动,同时薄膜型的顶边舱斜板对横摇激励下的流体的拍击也有一定的缓冲作用。

图4为两种激励形式下晃荡流场的变化情况。其中第一行为纵摇激励作用下,激励频率为0.85Hz时,流场的变化情况。第二行为横摇激励作用下,激励频率为1.05Hz时,流

场的变化情况。从图中可以看出，两种激励形式作用下，液体晃荡都非常剧烈，发生冲顶、波浪翻卷和波浪破碎的现象。其中横摇激励下的晃荡幅度要小于纵摇激励下的晃荡幅度。

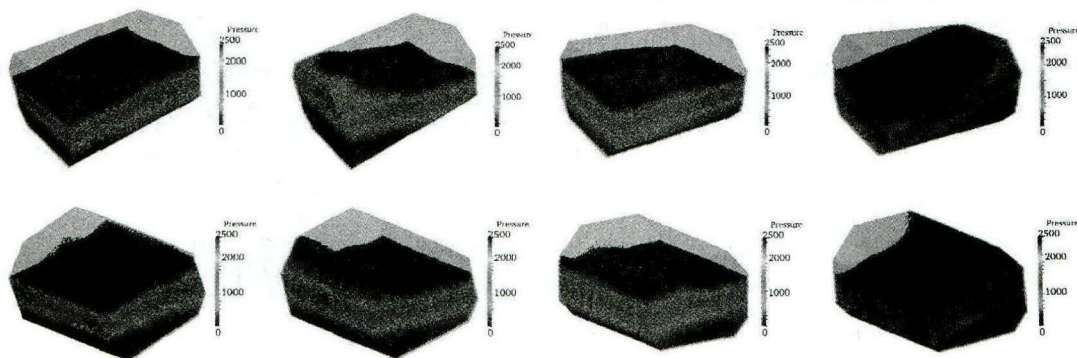


图4 两种激励形式下晃荡流场在一个周期的变化情况

## 5 结论

采用自主开发的无网格粒子方法求解器 MlParticle-SJTU，将 MPS 方法应用到三维薄膜型液舱的液体晃荡问题中，探究不同激励形式下激励频率对晃荡幅度的影响。研究结果表明：MlParticle-SJTU 能够较好地模拟薄膜型液舱内液体晃荡现象，比较精确的预报晃荡产生的拍击压力。激励频率对晃荡幅度影响较大。纵摇激励作用下，共振频率在 0.85Hz 左右，与理论模频率 0.89Hz 稍有偏差。横摇激励作用下，耿镇频率在 1.05Hz 左右，与理论模频率 1.04Hz 吻合。虽然横摇激励幅度大于纵摇激励幅度，但是由于液舱横向和纵向尺寸的差异以及边舱斜板的缓冲作用，横摇激励下的晃荡幅度较纵摇激励下的晃荡幅度小。

## 致谢

本文工作得到国家自然科学基金项目 (Grant Nos 51379125, 51490675, 11432009, 51411130131)，长江学者奖励计划 (Grant No. 2014099)，上海高校特聘教授 (东方学者) 岗位跟踪计划 (Grant No. 2013022)，国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 项目 (Grant No. 2013CB036103)，工信部高技术船舶科研项目的资助。在此一并表示衷心感谢。

## 参考文献

- 1 Shao, JR, Li HQ, Liu, GR, et al. An improved SPH method for modeling liquid sloshing dynamics. Computers and Structures, 2012, 100-101: 18-26
- 2 Zhang Yuxin, Wan Decheng. Numerical simulation of liquid sloshing in low-filling tank by MPS. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2012, 27(1): 100-107
- 3 Zhang Yuxin, Wan DC. Apply MPS method to simulate motion of floating body interacting with solitary

- wave. Proc 7th Int Workshop Ship Hydr, IWSH, 2011, 275-279
- 4 Yang Yaqiang, Tang Zhenyuan, Wan Decheng. Numerical simulations of 3D liquid sloshing flows by MPS method. Proc. 24th Int Offshore and Polar Eng Conf, Busan, ISOPE, 2014,3: 411-419
  - 5 Koshizuka S, Obe A, Oka Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method. Int J Num Meth Fluids, 1998, 26: 751-769
  - 6 Tanaka, Masayuki, Masunaga, Takayuki. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility. Journal of Computational Physics, 2010, 229: 4279-4290
  - 7 Lee, BH, Park, JC, Kim, MH, et al. Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads. Computer Meth App Mech Eng, 2011, 200: 1113-11258
  - 8 Cai Zhonghua. Study on the sloshing problems of liquid cargo tanks. Ph. D. Thesis, Shanghai, Shanghai Jiaotong Univ., 2012

## Numerical study on liquid sloshing in membrane tank by MPS method

YANG Ya-qiang, TANG Zhen-yuan, WAN De-cheng\*

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai 200240, China)

\*Corresponding author, Email: dcwan@sjtu.edu.cn

**Abstract:** In this paper the in house meshfree particle method solver MLParticle-SITU is applied to model 3D liquid sloshing in membrane tanks. The effect of excitation frequency on liquid sloshing, excited by SDOF rolling and SDOF pitching motion respectively, is parametrically investigated and discussed. Firstly, the numerical model is validated against the experimental data for 3D liquid sloshing. In addition, the liquid sloshing in membrane tanks under different excitation frequencies is then investigated. Results show that, excitation frequency significantly influences the amplitude of liquid sloshing. Liquid sloshing is violent when the excitation frequency is around the model frequency. Liquid sloshing will become weaker as the excitation frequency is away from model frequency.

**Key words:** Liquid sloshing; MLParticle-SJTU solver; Excitation frequency; Pitch excitation; Rolling excitation.