

# 基于 MPS 方法模拟耦合激励下的液舱晃荡

易涵镇, 杨亚强, 唐振远, 万德成\*

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 海洋工程国家重点实验室,  
高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240)

\*通信作者 Email: dcwan@sjtu.edu.cn

**摘要:** 本文采用自主开发的 MlParticle-SJTU 求解器对矩形液舱在耦合激励下的晃荡问题进行了数值模拟。将数值模拟的结果与实验结果进行比对验证求解器的可靠性, 并对不同自由度耦合激励下的液舱晃荡进行比较和分析。研究表明: 对于共振频率下的晃荡运动, 晃荡液体对舱壁造成很大的拍击压力, 拍击压力具有周期性, 且呈现出双峰特征; 对于横荡方向长度比纵荡方向长的液舱, 横荡方向舱壁测点压力峰值较纵荡方向更大; 不同相位关系的横荡、纵荡耦合激励下, 横荡方向测点压力时历曲线差别较小, 而纵荡方向测点压力时历曲线相差较大。

**关键词:** 液体晃荡; MlParticle-SJTU; 横荡激励; 纵荡激励; 耦合作用

## 1 引言

晃荡是一种部分装载液体的液舱在外界激励下舱内液体产生波动的现象<sup>[1]</sup>。当激励幅值较大, 激励频率与液舱的共振频率接近时, 舱内的液体会产生剧烈的晃荡对舱壁产生较大的拍击压力, 这可能威胁到船舶舱室的结构强度安全。在真实海况下, 船舶的运动往往包含多个自由度的耦合, 因此, 研究多自由度耦合激励下液体晃荡对舱壁产生的拍击压力具有重要的意义。

剧烈的液体晃荡往往包含着复杂的非线性自由面流动现象, 势流理论计算往往会遇到很大的困难, 因此 CFD 方法是研究晃荡的一种主要方法。近年来逐渐发展起来的无网格粒子法基于拉格朗日法, 粒子之间没有固定的拓扑关系, 善于处理一些自由面变化较为复杂的问题<sup>[2-5]</sup>, 因此在处理自由面破碎、翻卷等现象时较网格方法更有优势, 是求解晃荡问题的一种有效的方法。Landrini 等<sup>[6]</sup>通过 SPH 方法对二维矩形液舱的在横荡激励下的晃荡进行了模拟, 并给出了自由面高度的时历曲线; 杨亚强等<sup>[7]</sup>利用 MPS 方法对较高充水率的液舱晃荡问题进行了数值模拟, 并将结果与有网格 VOF 方法以及实验结果进行比较, 发现 MPS 方法在模拟晃荡问题时能较好地保持周期性, 并更好地捕捉冲顶、飞溅等复杂流动现

象。MLParticle-SJTU 求解器正是基于 MPS 方法开发出来的,并在传统 MPS 方法的基础上,对核函数、压力梯度模型及自由面判断方法进行了一些改进<sup>[8]</sup>。

本文的主要工作是基于自主开发的求解器 MLParticle-SJTU,对多自由度耦合激励下的矩形液舱晃荡问题进行研究。首先,对横荡激励下液舱晃荡问题进行了数值模拟,并将结果与实验结果进行比较,验证 MLParticle-SJTU 的可靠性;其次对不同相位关系的横荡、纵荡耦合激励和横荡、纵荡、垂荡的耦合激励下的晃荡问题进行数值模拟,得到横荡和纵荡方向上测点压力和舱内液体自由面变化情况,并分析多自由度耦合激励下晃荡产生的拍击压力的特点。

## 2 数值方法

### 2.1 控制方程

MPS 方法的控制方程包括连续性方程和 Navier-Stokes 方程,对于不可压缩流体,方程可写成下式:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} &= -\nabla \cdot V = 0 \\ \frac{DV}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 V + g \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\rho$  为密度;  $P$  为压力;  $V$  为速度;  $g$  为重力;  $\nu$  为运动黏度系数;  $t$  为时间。

### 2.2 粒子作用模型

在粒子法中,控制方程以粒子形式表达,而粒子间的相互作用是通过核函数来实现的。MLParticle-SJTU 求解器中提供了无奇点的核函数<sup>[8]</sup>:

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{0.85r + 0.15r_e} - 1 & 0 \leq r \leq r_e \\ 0 & 0 \leq r \leq r_e \end{cases} \quad (2)$$

其中  $r = |r_j - r_i|$  为粒子  $i, j$  之间的距离,  $r_e$  为粒子作用域半径。

### 2.3 梯度模型

梯度算子的粒子离散形式表示成径向函数的加权平均,以粒子  $i$  为例,其压力梯度为:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\phi_j + \phi_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (3)$$

其中  $D$  为空间维数,  $n^0$  为初始粒子数密度。

### 2.4 拉普拉斯模型

MPS 方法中拉普拉斯模型是由 Koshizuka<sup>[9]</sup>给出的,形式如下:

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (4)$$

其中  $D$  为空间维数,  $n^0$  为初始粒子数密度,

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) \cdot |r_j - r_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|)} \quad (5)$$

上式是一种守恒格式, 其推导源于非定常扩散问题, 其中  $\lambda$  的引入是为了使得数值结果与扩散方程的解析解相一致。

## 2.5 自由面的判断

本文采用张雨新<sup>[8]</sup>提出的自由面判断方法。首先定义矢量

$$\langle F \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|r_i - r_j|} (r_i - r_j) W(r_{ij}) \quad (6)$$

当粒子满足  $\langle |F| \rangle_i > \alpha$  时即被判定为自由面粒子, 其中  $\alpha$  为一参数, 本文取  $\alpha=0.5$ 。

需要注意的是, 上式仅被用于满足  $0.8 < n^* < 0.97$  的粒子。这是因为  $n^* \leq 0.8$  的粒子其粒子数密度过小应该被判定为自由面粒子, 而  $n^* \geq 0.97$  的粒子一定不是自由面粒子需要参与压力 Poisson 方程求解。这二者都不需进行多余的自由面判断。

## 3 数值结果及分析

计算模型为三维矩形液舱, 与 Kang 和 Lee<sup>[10]</sup>试验中所采用的模型一致, 长 800mm, 宽 350mm, 高 500mm。在横荡和纵荡方向设置了两组压力监测点, 液舱大小和压力监测点的位置如图 1 所示。液舱的充液率为 50%, 对应的水深为 250mm。

两个自由度的激励分别为:

横荡方向:  $x = A \sin(\omega t)$ , 沿长度方向

纵荡方向:  $y = A \sin(\omega t + \phi)$ , 沿宽度方向

其中, 激励幅值  $A = 20\text{mm}$ , 激励频率  $\omega = 5.82\text{rad/s}$ , 为横荡方向共振频率。相位差  $\phi$  分别取  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 。计算算例如表 1 所示。计算所用的粒子总数为 750793, 其中流体粒子数为 537579。运动粘性系数为  $\nu = 1.01 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ , 重力加速度为  $g = 9.81 \text{m/s}^2$ , 时间步长取  $5 \times 10^{-4} \text{s}$ 。

为了验证 MLParticle-SJTU 求解器的可靠性, 本文对横荡激励下液舱晃荡问题进行数值模拟, 并将计算结果与实验结果进行对比。

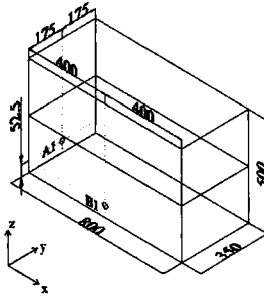
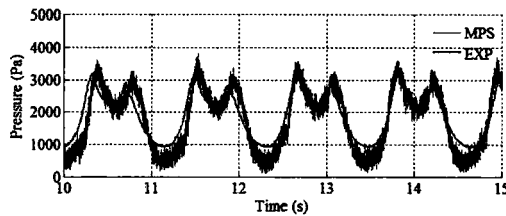


图1 液舱大小和压力监测点的位置

表1 计算算例

| 算例序号 | 激励成分  | 横荡和纵荡相位差/ (°) |
|------|-------|---------------|
| 1    | 横荡    | /             |
| 2    | 横荡、纵荡 | 0             |
| 3    | 横荡、纵荡 | 90            |
| 4    | 横荡、纵荡 | 180           |
| 5    | 横荡、纵荡 | 270           |

### 3.1 单自由度横荡的计算结果



测点 A1

图2 横荡激励下计算结果与实验结果对比

图2给出了测点A1处的压力时历曲线。从图2可以看出，数值模拟得到的拍击压力曲线能够较好与实验给出的结果相吻合，因此MLParticle-SJTU能够较好地预测晃荡产生的抨击压力。

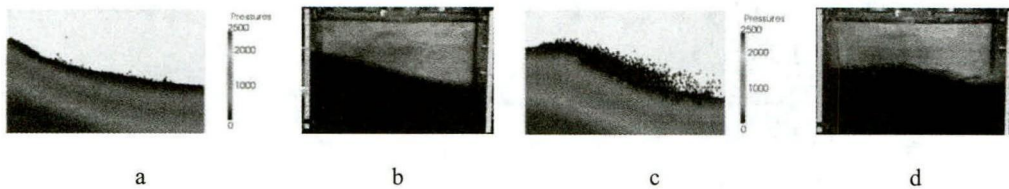


图3 横荡激励下一个周期内自由面变化情况

图 3 给出了一个周期内的自由面变化情况。其中，a 和 c 是计算给出的测点 A1 压力为峰值时自由面的形状，b 和 d 是实验给出的测点压力为峰值时的自由面的形状，可以看出，两者给出的液体沿舱壁上升、回落时自由面形状较为相似，因此 MLParticle-SJTU 对晃荡自由面的模拟结果也与实验吻合较好。

### 3.2 耦合激励的计算结果

#### 3.2.1 测点压力特征

图 4 给出了横荡激励，横荡和纵荡耦合激励这两种激励下各测点的压力时历曲线。从图 4 可以看出，在横荡激励下，横荡方向和纵荡方向上测点在一个周期内都有两个压力峰值，但两个方向上测点压力峰值的大小不同，两个压力峰值间的时间间隔也不相同。

图 5 给出了仅有横荡激励时横荡和纵荡方向测点压力峰值时自由面的情况。其中图 a, b 为横荡方向测点压力峰值时自由面形状，c, d 为纵荡方向测点压力峰值时自由面形状。可以看出，在仅有横荡激励的情况下，横荡方向测点第一个压力峰值是由于舱壁阻碍液体运动液体对舱壁产生撞击产生的，而第二个压力峰值是由于液体沿液舱舱壁上升并撞击液舱顶部以后，在重力的作用下回落并冲击底部液体产生的；纵荡方向测点压力是由于晃荡波的波峰两次运动至测点位置产生的。

图 6 给出了横荡、纵荡耦合激励下横荡与纵荡方向测点压力峰值时自由面变化情况。可以看出，耦合激励作用对横荡方向的检测点压力影响较小；而纵荡方向测点压力则由耦合激励产生的自由面高度变化和纵荡方向液体对舱壁拍击两个原因产生，其中自由面高度变化为主要因素。其原因有二，首先，液舱在纵荡方向上的长度较小，限制了液体的流动；其次，横荡激励频率为横荡方向的共振频率，而纵荡激励频率不是纵荡方向的共振频率，因此液体在纵荡方向上的晃荡较为缓和，对舱壁的拍击较小。

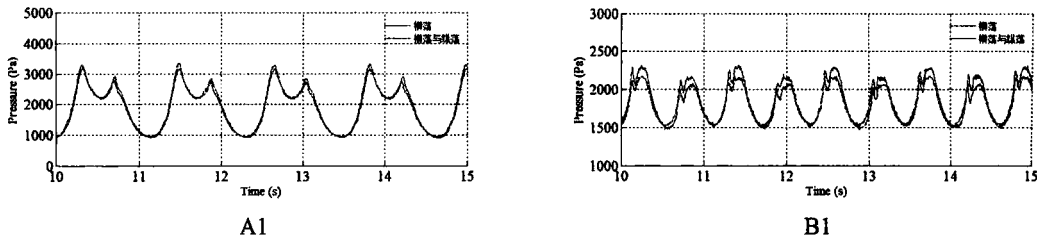


图 4 横荡，横荡纵荡耦合激励下的测点压力

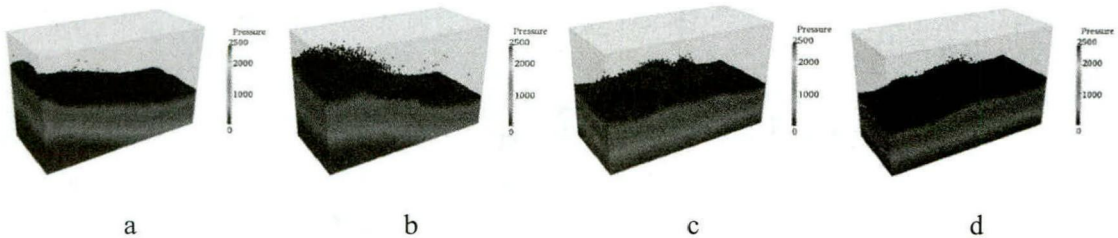


图 5 横荡激励下自由面变化情况

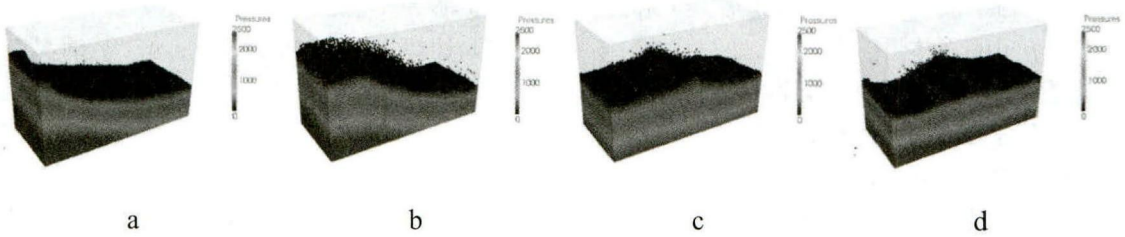


图6 横荡、纵荡耦合激励下自由面变化情况

### 3.2.2. 耦合激励对测点压力的影响

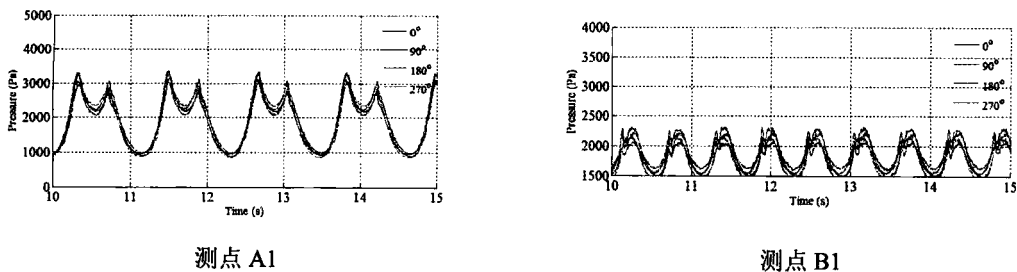


图7 不同相位关系横荡与纵荡耦合激励下的测点压力

图7给出了横荡、纵荡激励以不同相位关系耦合时测点压力的时历曲线。可以看出，两个自由度的激励以不同相位关系耦合时横荡方向测点压力曲线相差不大；纵荡方向测点的压力峰值大小则相差较大，对于一个周期内的纵荡方向的两个压力峰值，横荡与纵荡激励相位差为 $0^\circ$ 和 $180^\circ$ 的情况交替出现最大值。

## 3 结论

本文基于移动粒子法(MPS)对横荡与纵荡耦合激励下的三维矩形液舱晃荡问题进行了数值模拟。计算结果表明：MLParticle-SJTU能够较好的矩形液舱的晃荡问题，测点压力时历曲线和自由面变化情况与都实验结果吻合地较好；在共振频率下，液体晃荡非常剧烈，晃荡压力具有周期性，且一个周期内纵荡方向和横荡方向上的压力测点都有两个压力峰值；横荡方向上的压力峰值主要由液体对舱壁的拍击引起，而纵荡方向的两个压力峰值是因为水平晃荡波的波峰经过液舱中部的压力测点引起的。不同相位关系下横荡与纵荡耦合激励和横荡、纵荡合激励下横荡方向测点压力的时历曲线相差不大；而纵荡方向测点压力的压力峰值大小则有所不同。

### 致谢

本文工作得到国家自然科学基金项目(Grant Nos 51379125, 51490675, 11432009, 51411130131), 长江学者奖励计划(Grant No. 2014099), 上海高校特聘教授(东方学者)岗位跟踪计划(Grant No. 2013022), 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(Grant No. 2013CB036103), 工信部高技术船舶科研项目的资助。在此一并表示衷心感谢。

## 参 考 文 献

- 1 Faltinsen O M, Timokha A N. *Sloshing*. New York, NY: Cambridge University Press, 2009.
- 2 Zhao Zheng, Li Xiaojie, Yan Honghao, Ouyang Xin. Numerical simulation of particles impact in explosive-driven compaction process using SPH method. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2007, 21(4): 373-378.
- 3 Zhang Yuxin, Wan Decheng. Application of MPS in 3D dam breaking flows. *Scientia sinica, phys, Mech & Astron*, 2011, 41(2): 140-154.
- 4 Xie Heng, Koshizuka S, Oka Y. Simulation of drop deposition process in annular mist flow using three-dimensional particle method. *Nuclear Engineering & Design*, 2005, 235(16): 1687-1697.
- 5 Gotoh H, Sakai T. Key issues in the particle method for computation of wave breaking. *Coastal Engineering*, 2006, 53: 171-179.
- 6 Landrini M, Colagrossi A, Faltinsen O M. Sloshing in 2-D Flows by the SPH Method. *Computers & Mathematics with Applications*, 1998, 35(1): 95-102.
- 7 Yaqiang Yang, Chonghong Yin, Decheng Wan. Comparative study of MPS and VOF methods for numerical simulations of sloshing, *CFD Symposium on Naval Architecture, Ocean Engineering*, 2014.5: 198-203.
- 8 Zhang Yuxin, Wan Decheng. Application of improved MPS method in sloshing problem. *Proceedings of the 23th National Conference on Hydrodynamics & 10th National Congress on Hydrodynamics*, 2011: 156-162.
- 9 Koshizuka S, Nobe A Oka. Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1998, 26(7): 751-769.
- 10 Kang D H, Lee Y B. Summary report of sloshing model test for rectangular model. *Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co.*, 2005.

### Research of liquid sloshing in tanks under coupled excitations based on MPS method

YI Han-zhen, YANG Ya-qiang, TANG Zhen-yuan, WAN De-cheng\*

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai 200240, China)

\*Corresponding author, Email: [dcwan@sjtu.edu.cn](mailto:dcwan@sjtu.edu.cn)

**Abstract:** In this paper, liquid sloshing in rectangular tanks is simulated with MPS solver MLParticle-SJTU. The numerical results and experiment results are compared to validate MLParticle-SJTU, and the results of sloshing in rectangular tanks under coupled excitations is analyzed. Results show that when the oscillation frequency is equal to the natural frequency, a large impact pressure on the side wall of the tank is observed and two peaks of impact pressure are observed in one period. For tanks which has large dimension in the sway direction than in the surge direction, the peak value of pressure on the side walls in the sway direction is larger than that in the surge direction. For sway-and-surge coupled excitation with phase differences, the pressure in sway direction varies little while the pressure in surge direction is much different.

**Key words:** sloshing, MLParticle-SJTU, sway excitation, surge excitation, coupling