

单向及两向自由度低质量比弹性支撑圆柱体的涡激振动

端木玉^{1,2}, 万德成²

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 海洋工程国家重点实验室高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240; 2. 江苏海事职业技术学院 船舶与港口工程系, 江苏 南京 211170)

摘要: 涡激振动问题一直是海洋工程领域关注的焦点。本文采用 RANS 方法数值模拟了单向及两向自由度低质量比弹性支撑圆柱在不同折合速度下的涡激振动响应。所研究的折合速度范围从 2~12, 随着折合速度的增加, 数值模拟捕捉到了不同的响应分支, 也重点分析了不同分支所对应的涡形及响应特性。结果与实验吻合良好。计算结果表明两自由度涡激振动会激发出更高的响应振幅, 因此在研究低质量比涡激振动问题时流向自由度不容忽视。本文的数值模拟是基于我们小组自行开发的基于 OpenFOAM 的求解器 naoe-FOAM-SJTU 上完成的。

关键词: 低质量比; 单向自由度; 两向自由度; 涡激振动; naoe-FOAM-SJTU 求解器; 响应分支

由于国际上海洋石油工业向深水推进, 以立管为代表的海洋结构物的涡激振动问题重新受到人们的关注。立管是进行深水石油天然气开采必不可少的设备, 它连接了海底矿藏与海面的作业平台, 进行钻探、导液、导泥等工作。围绕立管的研究一直是海洋工程领域中的重要课题。圆柱状海洋立管会在洋流的作用下产生泻涡, 在一定条件下, 泻涡诱发的交变流体力会引发结构的大振幅响应, 从而降低海洋立管的疲劳寿命。如果能够对海洋环境中海洋结构物的涡激振动(VIV)响应特性做出准确的预报, 将能够大大降低其造价。

近年来, 工业界与学术界对 VIV 的研究相当活跃, 他们共同的目的是为了更好地了解及模拟这一复杂的现象。对于柱体或海洋结构物涡激振动本质的描述, 发生的判定及特性的预报时所遇到的困难, 可见于诸多学者的综述性文章, 如Williamson^[1], Williamson和Govardhan^[2,3], Sarpkaya^[4], Gabbai和Benaroya^[5]。

早期对涡激振动的研究基于较大质量比 m^* 来进行 ($m^* = \rho_f / \rho$, ρ_f 为流体密度, ρ 为结构物的密度)。由于流向振幅相对较小, 流向运动考虑与否对产生的横向振幅幅值影响不大, 因而许多实验仅考察了横向运动所能激发的最大横向振幅。比较经典的例子便是Feng^[6]对质量比 $m^* = 248$ 的弹性支撑圆柱体进行的实验, 其中圆柱体限制了流向运动而局限在横向运动。随着来流速度的增加, 横向响应振幅在整个折合速度范围内表现出初始分支和下端分支。随着质量比下降至 $m^* \in [5, 10]$ 时, 对应着较高振幅响应的上端分支会出现; 具体参阅文献Khalak和Williamson^[7]。与初始分支对应的尾涡模态为2S模式, 与上端分支和下端分支对应的尾涡模态为2P模式。

漩涡的脱落不仅可以产生升力使结构物沿横向振动; 而且可以产生脉动的阻力使结构物沿流向振动。考虑到横向和流向共同运动条件下, 将会对横向振幅产生怎样的影响成为众多学者关心的问题。Moe和Wu^[8]首次对两向自由度的弹性支撑圆柱体进行了实验, 振动系统的流向和横向固有频率的比值为 $f_x / f_y = 2.8$, 所得到的横向振幅幅值为1.0D。对于流向受限的涡激振动系统而言, 当泻涡频率 f_{vs} 被锁定至振动系统的固有频率 f_n , 会发生共振现象, 将出现较大的横向振幅。Moe和Wu^[8]指出两向自由度的振动系统较限制流向运动的系统能得到较大的横向振幅, 但增加幅度较小, 依然表现为上端分支; 同时振幅幅值与较高的折合速度 U^* 相对应。Jeon和Gharib^[9]对两向自由度的振动系统采取受迫振动的方式来研究, 其中横向和流向的相位角相差 45° 。Jeon和Gharib^[9]发现较小的流向振幅 $A_x / A_y \approx 1/5$ 更容易激发出2P尾涡模式。近期Jauvtis和Williamson^[10-11]对两向自由度质量比分别为 $m^* = 7.0$ 和 $m^* = 2.6$ 的圆柱体在较大折合速度范围内进行了详细的研究, 发现在质量比 $m^* = 7.0$ 时, 两向自由度与限制流向运动的圆柱体产生的最大振幅差别不大。当

基金项目: 国家自然科学基金项目(51379125, 51490675, 11432009, 51411130131), 长江学者奖励计划(2014099), 上海高校特聘教授(东方学者)岗位跟踪计划(2013022), 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2013CB036103), 工信部高技术船舶科研项目的资助项目

作者简介: 万德成, 男, 教授, 博士生导师。主要从事船舶与海洋工程水动力学, 计算流体力学研究。E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

质量比下降至 $m^* = 2.6$ 时, 两向自由度的圆柱体得到了一个更大的横向振幅响应分支, 其中响应幅值为 $1.5D$, 这是在以前所有实验中所未能得到的最大横向振幅。并且观测到了与最大横向振幅对应的“2T”尾涡模态。但 Jauvtis 和 Williamson^[11] 没有给出质量比 $m^* = 2.6$ 时, 限制流向运动是否会产生同样最大横向振幅的物理实验。

本文研究了不同折合速度 U^* ($U^* = U / f_n d$, U 是来流速度, f_n 是圆柱在真空中的固有频率, d 是振幅响应) 下, 单向及两向自由度弹性支撑圆柱的涡激振动响应。数值模拟的折合速度范围是从 2.3 变化至 12, 对应的雷诺数的范围是从 2 300 变化至 12 000。圆柱的质量比 $m^* = 2.4$, 质量阻尼因子 $m^* \xi = 0.013$ 。以上参数的设置是与 Khalak 和 Williamson^[7] 的标准实验的设置参数完全一致。

本文选用 RANS 方程作为控制方程, 用 SST $k-\omega$ 湍流模型对方程进行封闭, 采用有限体积法和一次预测两次修正的 PISO 算法。圆柱的涡激振动模型可以简化为弹性支撑的圆柱, 通过求解运动方程得出运动轨迹, 并通过动网格技术实现数值模拟。本文的计算都是基于我们小组自行开发的基于 OpenFOAM 的求解器 naoe-FOAM-SJTU^[12-13]。

1 数学模型

1.1 控制方程

本文的控制方程为非定常不可压缩 RANS 方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \overline{\rho u'_j u'_i}) \quad (2)$$

式中 u 和 p 分别是速度和压力的时均量, μ 是动力粘性系数, S_{ij} 为应变张量, 而所有湍流脉动对平均流动的影响, 体现在 $\overline{\rho u'_j u'_i}$ 项, 称之为雷诺应力, 可应用 SST $k-\omega$ 湍流模型使其封闭。

1.2 圆柱运动方程

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c \frac{\partial x}{\partial t} + kx = F_x(t) \quad (3)$$

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial y}{\partial t} + ky = F_y(t) \quad (4)$$

其中 k 为弹簧刚度, m 为圆柱质量, c 为阻尼系数。阻尼系数与阻尼因子 ξ 的关系为 $c = 2\sqrt{mk}\xi$ 。 $F_x(t)$ 和 $F_y(t)$ 为圆柱在某时刻 t 时所受到的流向及横向流体力, 可以通过数值求解 NS 方程得到, 是与时间有关的变量。用 NS 方程计算得到的瞬时水动力求解下一个时间步下的圆柱运动。

2 数值计算与结果讨论

2.1 计算域及网格划分

本文采用的计算模型如图 1 所示, 计算域以圆柱底部的中心为坐标原点, 圆柱直径 $D = 0.0381$ 。计算域长度(x 轴的方向)为 $30D$, 上游断面距离圆柱中心为 $10D$, 下游断面距离圆柱中心为 $20D$, 方向与来流方向一致; 计算域高度(y 轴方向)为 $30D$, 上下面距离圆柱为 $15D$, 方向平行于圆柱横截面。圆柱表面为无滑移边界条件。网格采用结构化网格, 靠近圆柱处网格较密, 远离圆柱处逐渐稀疏, 近壁面处网格通过 $y+$ 设置为 2~5 之间来保证, 网格总数为 46 500, 对网格进行了相关的收敛性验证, 计算域全局及圆柱周围网格如图 1 和图 2 所示。

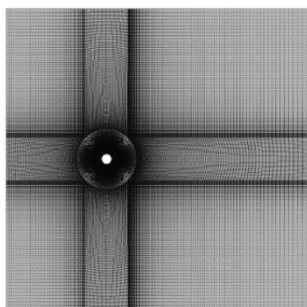


图1 计算域全局网格

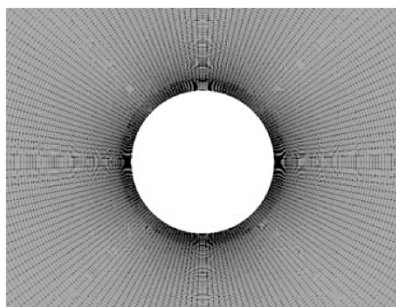


图2 圆柱周围的网格细节

2.2 单向自由度的振幅响应

首先研究了单向自由度情况下弹性支撑的圆柱在均匀流场中的振幅响应，放开横向自由度并限制流向自由度，如图3所示。

计算对象参照 Khalak 和 Williamson [7]中的物理模型实验中的参数：质量比 $m^* = 2.4$ ，质量阻尼因子 $m^* \xi = 0.013$ ，选取的折合速度 U^* 的计算范围为 2.3~12，这一范围包含了实验中出现的整个锁定区域，相应的雷诺数范围为 2 300~12 000。

计算所得的圆柱无量纲振幅 A^* 响应随折合速度 U^* 的变化及与 Khalak 和 Williamson [7]实验值的对比如图4所示。圆柱无量纲振幅的定义为 $A^* = A/D$ ， A 为圆柱发生涡激振动的振幅响应， D 为圆柱直径。

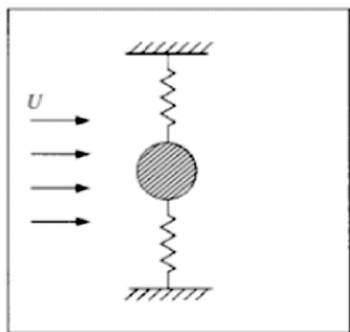


图3 圆柱横向自激振动

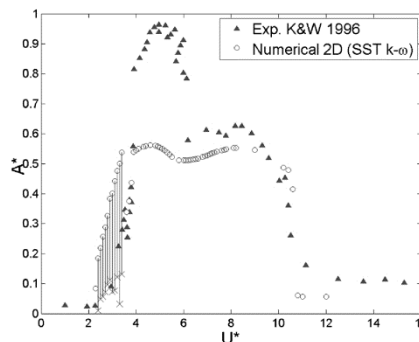


图4 $m^* \xi = 0.013$ 单自由度圆柱涡激振动的振幅响应随折合速度变化

图4中的误差条表示差拍振动的情形，圆点代表最大振幅，幅值在整个误差条范围内变动。折合速度 U^* 从 2.3 变化至 3.6 的范围内都是差拍振动，遍及了整个初始分支。图5给出了折合速度 $U^* = 3$ 的圆柱位移 y/D 、升力系数 C_l 和阻力系数 C_d 的时历曲线。从图5中可以明显看到拍频现象，圆柱的位移和圆柱受到的升力两者之间的相位差基本上为 0，也就是说两者是“同相”的。

随着折合速度 U^* 的增加，圆柱振动模式从差拍振动转向为稳定的单频固定振幅的振动模式，即圆柱的涡激振动响应进入了锁定区域。上端分支的折合速度 U^* 的范围 3.9~5.6。数值模拟出的上端分支的振幅响应要小于实验值，从图4可以看出模拟出的最大振幅响应为 0.562，而实验值则将近为 1，没有很好地捕捉到上端分支的原因可能是 RANS 方法的本身特点抹杀了流场的随机性。在 $U^* = 3.9$ 时由初始分支跳转到了上端分支，从图6可知，在发生跳转时升力系数、阻力系数及振幅响应都有很大的变化，阻尼系数增大、升力系数减小。图7是在上端分支稳定阶段 $U^* = 4.5$ 的涡激响应，圆柱的振幅响应及频率都非常稳定，而圆柱的位移和圆柱受到的升力两者之间的相位差正好相反。

随着折合速度 U^* 的继续增加，圆柱的涡激响应跳转到下端分支，下端分支的折合速度 U^* 的范围 5.7~12。由于数值模拟的上端分支幅值比实验值要小，所以上端分支与下端分支的界限没有实验结果清楚，判别的主要依据是水动力系数的变化及尾涡的模式。图8是折合速度 $U^* = 5.7$ 时由上端分支跳转到下端分支的涡激响应。从图8中可知在发生跳转时升力系数和阻力系数都有明显地减小，但是频率没变，此时圆柱仍然处

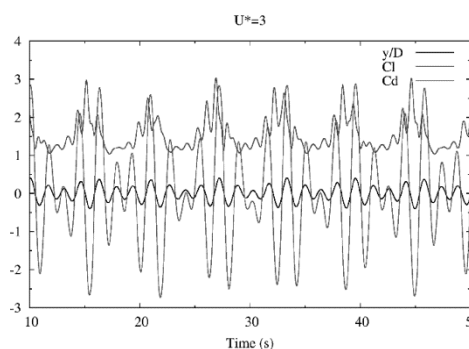


图5 折合速度 $U^* = 3$ 时 $C_d, C_l, y/D$ 的时历曲线

于锁定区域。约在折合速度 $U^* = 10.4$ 时圆柱开始脱离锁定区域，圆柱振动的幅值及频率不再是稳定不变的，从图 9 可见，圆柱的振幅有细微变化，而升力系数和阻力系数的幅值和频率也变得不再稳定。从上面的分析可知，对低质量比 $m^* = 2.4$ ，质量阻尼因子 $m^* \xi = 0.013$ 的弹性支撑圆柱而言，单自由度的涡激振动的锁定区域约在折合速度 $U^* = 3.9 \sim 10.4$ 的范围内，覆盖了整个上端分支及大部分下端分支。

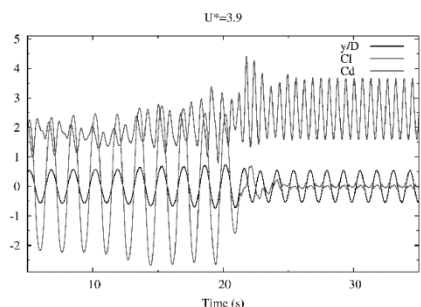


图 6 $U^* = 3.9$ 跳转至上端分支时的涡激响应

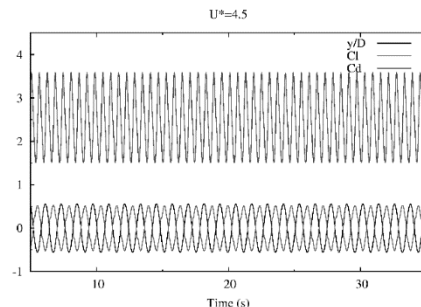


图 7 $U^* = 4.5$ 时 $C_d, C_l, y/D$ 的时历曲线

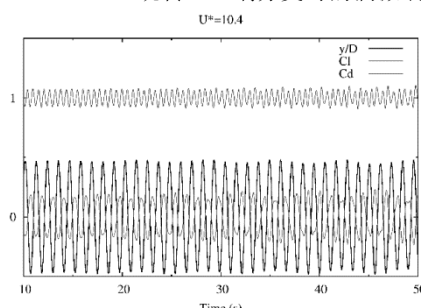


图 8 $U^* = 5.7$ 跳转至下端分支时的涡激响应

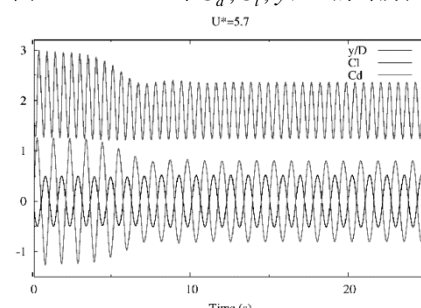


图 9 脱离锁定区域时 $U^* = 10.4$ 时的涡激响应

圆柱在不同的折合速度下发生涡激振动之所以造成不同的振幅及频率响应是由于涡激振动的尾涡脱离模式造成的。下面我们将具体分析不同分支处所对应的涡量等值线图。相关的研究是 Govardhan 和 Williamson^[14] 针对低质量比圆柱的涡激振动尾涡模式的实验研究。实验重点研究了不同涡激振动的响应分支所对应的尾涡模式，本文将与之进行对比。图 10 是数值模拟出的初始分支所对应的涡量等值线图，并与 Govardhan^[14] 的实验结果对比，我们发现数值模拟的涡形图与实验结果吻合较好，在初始分支时涡形呈 2S 模式，即每半个周期内从圆柱一侧脱落出一个漩涡。

图 11 是上端分支所对应的涡量等值线图，此时没半个周期会在圆柱的一侧泻放一对漩涡，其中一个漩涡的强度要明确强于另一个漩涡，这种模式称之为 2P 模式，与 Govardhan^[14] 的实验结果一致。

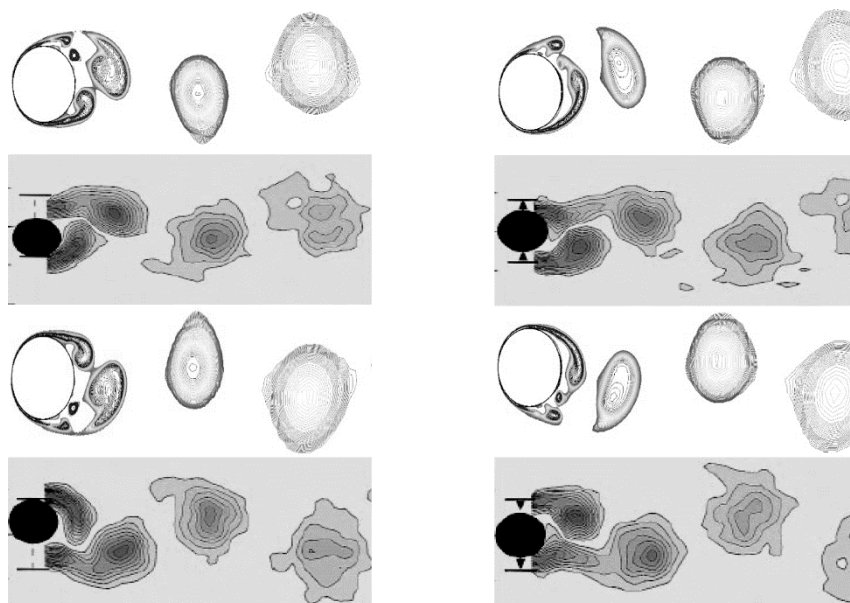


图 10 初始分支在一个周期内的四个不同时刻圆柱尾流场的涡量等值线

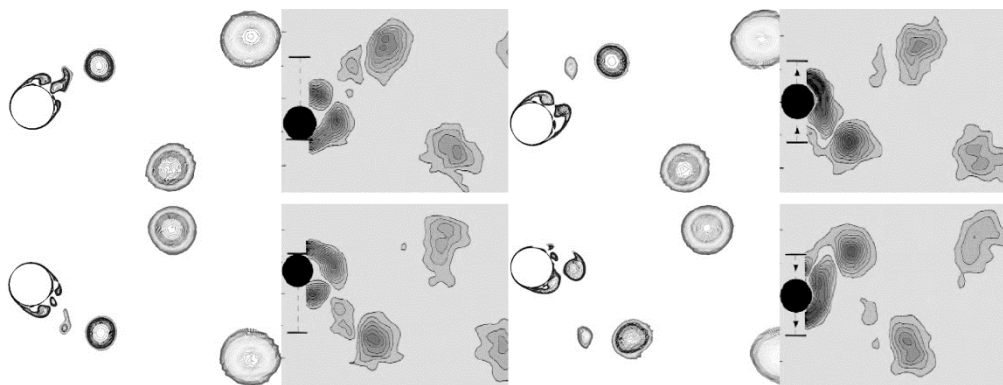


图 11 上端分支在一个周期内的四个不同时刻圆柱尾流场的涡量等值线

当涡激振动响应跳转到下端分支时，其涡形也发生了变化，如图 12 所示，虽然此时的涡形也呈现为 2P 模式，但是与上端分支不同的是在下端分支时每半个周期脱离的一对漩涡，其强度相对比较相近，不像上端分支那样一强一弱，且实验结果也证明了如此。

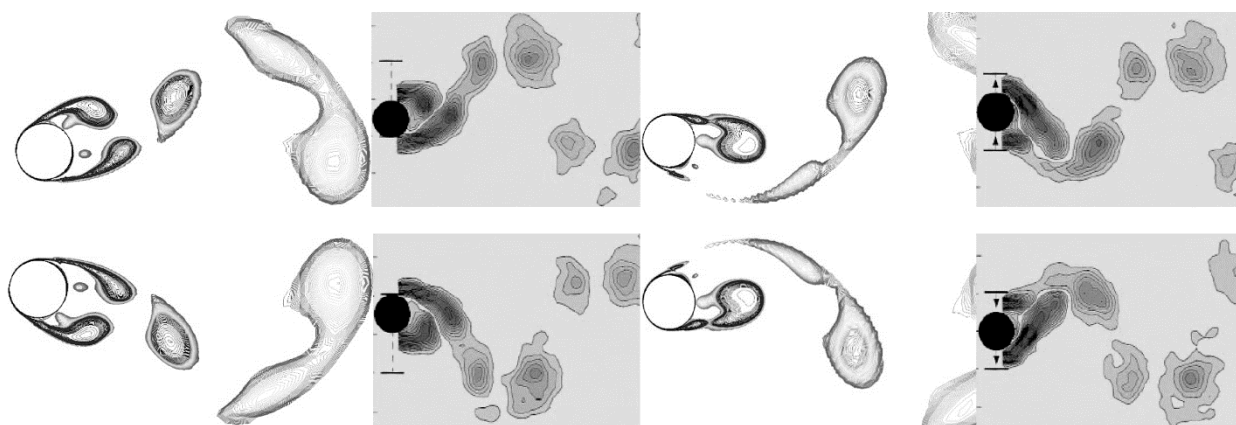


图 12 下端分支在一个周期内的四个不同时刻圆柱尾流场的涡量等值线

2.3 两向自由度的振幅响应

在研究了单自由度涡激振动的基础上，继续研究了两自由度弹性支撑圆柱在均匀流场中的振幅响应，这时放开横向自由度及流向自由度，如图 13 所示。计算所选取的质量比及质量阻尼因子同上面单自由度的情况完全相同，旨在研究自由度对涡激振动的影响，因为之前很多学者认为流向的振幅响应要远小于横向振幅响应，因此可以忽略，也有学者认为流向的振幅响应虽然小，但是流向的振幅频率约为横向的 2 倍，所以可能更容易造成结构的疲劳损坏。数值模拟的圆柱无量纲振幅 A^* 响应随折合速度 U^* 的变化如图 14 所示，将单自由度和两自由度的数值模拟结果与实验结果进行对比。

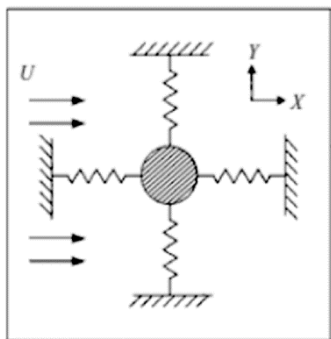


图 13 圆柱横向+流向自激振动

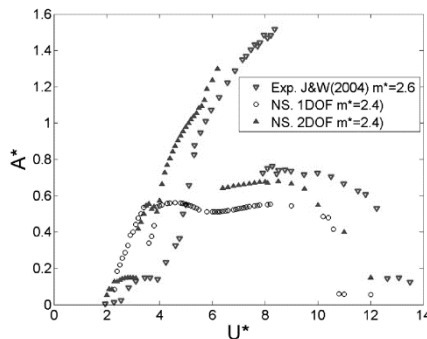


图 14 $m^* \xi = 0.013$ 双自由度圆柱涡激振动的振幅响应随折合速度变化

由于 Khalak 和 Williamson^[7]没有对 $m^* = 2.4$ 两自由度圆柱涡激振动进行过实验研究，相近的质量比是 Jauvtis 和 Williamson^[11]对 $m^* = 2.6$ 两自由度圆柱涡激振动的实验研究。数值模拟的结果与实验值比较吻合，

振幅响应的最大值略低于实验值。图 14 中“ ∇ ”符号是两自由度涡激振动的数值模拟结果，从图 14 中可明显辨别出初始分支、上端分支及下端分支，与单自由度实验中上端分支的最大响应振幅约等于 1 不同，两自由度中上端分支最大振幅响应则接近 1.4，因此 Jauvtis 称之为超上端分支。图 14 中“ ∇ ”符号是单自由度数值模拟结果，我们发现对比单自由度的情况，两自由度会激励起更高的响应振幅。所以不论考虑流向自由度后对圆柱流向振动产生的振幅有多大，重要的是流向自由度会对横向振动产生耦合影响，造成横向更大的振动振幅。流向和横向振动不是割裂开来的，对与低质量比振动系统而言，流向自由度是不容忽视的。从图中可以明显的看到在折合速度 $U^* = 3.2$ 时由初始分支跳转到上端分支，在折合速度 $U^* = 6.4$ 时由上端分支跳转到下端分支，在每次跳转的过程中圆柱的响应振幅、升力系数和阻力系数都有很大的变化，如图 15、图 16 所示。

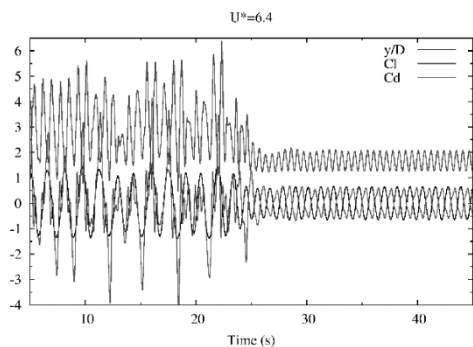


图 15 $U^* = 3.2$ 跳转至上端分支时的涡激响应

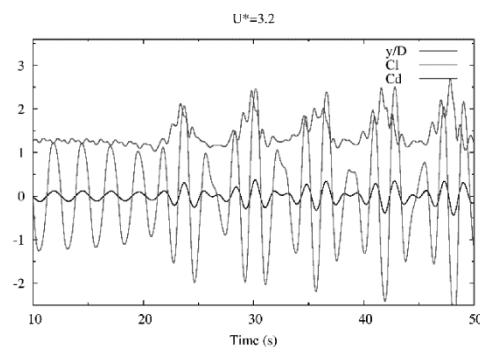


图 16 $U^* = 6.4$ 跳转至下端分支时的涡激响应

圆柱涡激振动的锁定区域约在折合速度 $U^* 4.0 \sim 5.6$ 的范围内及整个下端分支。在锁定区域内圆柱按照不同形态的类“8”字轨迹振动，横向及流向的振幅及频率都很稳定，对应的升力系数及阻力系数的幅值和频率也很稳定。如图 17 所示。当折合速度 U^* 大于 5.6 时，圆柱的涡激响应进入超上端分支，此时圆柱将脱离锁定区域，随着响应跳转到下端分支，圆柱将再一次进入锁定区域。

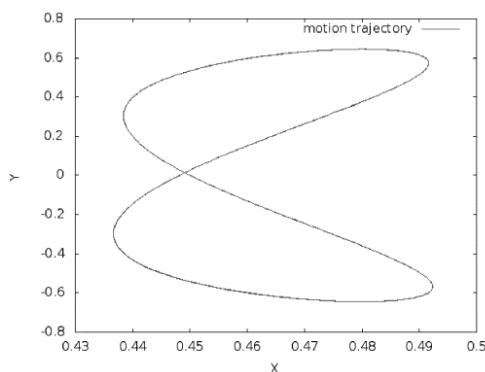


图 17 $U^* = 6.5$ 锁定状态下圆柱的运动轨迹

对于两自由度圆柱涡激振动的尾涡涡形的分析：在初始分支、上端分支及下端分支所对应的尾涡模式与单自由度的相同，即初始分支对应于 2S 模式，上端分支对应于 2P 模式，下端分支也对应于 2P 模式，这两种 2P 模式的不同在于半个周期所泻放的一对漩涡中的强度区别，在上文中已经有了详细的分析。而与单自由度涡激振动不同的是，两自由度涡激振动还会激发出更高的振幅响应，即超上端分支。在超上端分支处，每半个周期内会同时泻放三个漩涡，这种模式被 Jauvtis 称之为 2T 模式，在数值模拟中我们也很好的步骤到了这种 2T 模式，如图 18 所示。

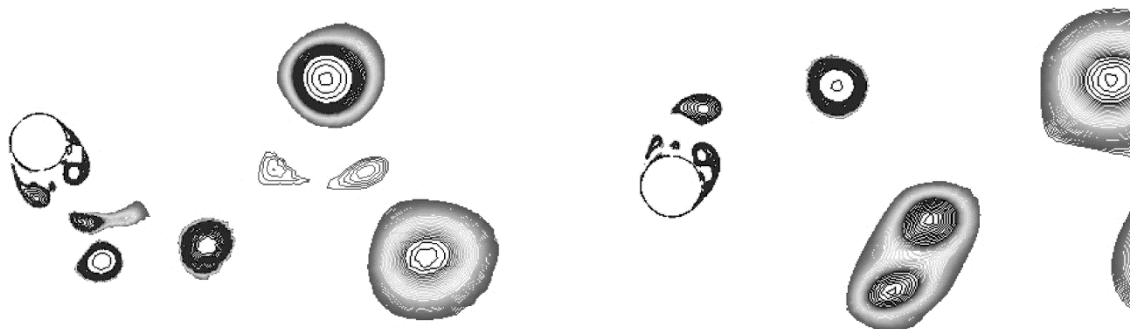


图 18 超上端分支处圆柱的尾涡呈现 2T 模式

3 结语

运用RANS方法对低质量比 $m^* = 2.4$ 的二维圆柱的涡激振动进行了数值模拟。并将本文的数值计算结果与前人的实验结果进行了比较，结果表明对于单向自由度的振幅响应，除上端分支缺失以外，初始分支与下端分支都吻合的良好。而对于两自由度涡激振动系统而言，数值计算得到的横向响应振幅能清楚的捕捉到初始分支、上端分支和下端分支，当响应振幅超出上端分支之后，还能捕捉到超上端分支，并且计算结果与实验非常接近。本文的计算结果说明流向自由度对涡激振动的影响不仅仅在于产生了流向振动，而更重要的在于流向自由度同时会对横向自由度产生耦合影响，能激发出比单向自由度更高的横向振幅响应，因此对于低质量比涡激振动问题，流向自由度的影响不能忽视。

文中还重点分析了在分支跳转处及锁定区域的涡激响应特性，以对涡激振动问题有更深入的理解。另外，本文还进一步研究了不同分支处所对应的尾涡的形态，在初始分支处尾涡的泻放呈现2S模式，上端分支的尾涡泻放呈现2P模式，超上端分支处为2T模式，下端分支处为2P模式。数值模拟的涡形与实验中DPIV拍摄到的也吻合得很好。

参考文献

- 1 Williamson C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 1996, 28: 477-539.
- 2 Williamson C H K. and Govardhan R. Vortex-induced Vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2004, 36: 413-455.
- 3 Williamson C H K and Govardhan R. A brief review of recent results in vortex-induced vibrations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2008, 96: 713-735.
- 4 Sarpkaya T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19: 389-447.
- 5 Gabbai R D, Benaroya H. An overview of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibrations*, 2005, 282: 575-616.
- 6 Feng C. C. The measurement of vortex induced effects in flow past stationary and oscillating circular and d-section cylinders. Master's Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of British Columbia, Canada, 1968.
- 7 Khalak A, Williamson C H K. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. *Journal of Fluids and Structures*, 1996, 10: 455-472.
- 8 Moe G, Wu Z J. The lift force on cylinder vibrating in a current. *ASME Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 1990, 112: 297-303.
- 9 Jeon D, Gharib M. On circular cylinders undergoing two-degree-of-freedom forced motions. *Journal of Fluids and Structures*, 2001, 15: 533-541.
- 10 Jauvtis N, Williamson C H K. Vortex-induced vibration of a cylinder with two degrees of freedom. *Journal of Fluids and Structures*, 2003, 17: 1035-1042.
- 11 Jauvtis N, Williamson C H. K. The effect of two degrees of freedom on vortex-induced vibration at low mass and damping. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 509: 23-62.
- 12 Shen Z, Cao H, Ye H, Wan D C. The manual of CFD solver for ship and ocean engineering flows: naoe-FOAM-SJTU. Technical report, No.2012SR118110, Shanghai Jiao Tong University, 2012.
- 13 Shen Z, Jiang L, Miao S, Wan D C and Yang C. RANS simulations of benchmark ships based on open source code. ISOPE, Shanghai, China, 2011, 76-82.
- 14 Govardhan R, Williamson C H K. Modes of vortex formation and frequency response for a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 420: 85-130.