

MPS 方法研究细长河道中的溃坝流动

饶成平, 陈翔, 万德成*

上海交通大学, 船舶海洋与建筑工程学院, 海洋工程国家重点实验室
高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 20040

*联系人, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn.

摘要: 溃坝问题时我国防灾减灾工作中的一个突出问题。溃坝发生时, 会对下游的结构物产生剧烈的撞击作用, 并伴随着自由液面的翻卷、破碎等强非线性现象。对这种短时间的自由面强非线性的变化, 基于网格的计算流体方法往往需要一些特殊的数值处理。本文采用本课题组自主开发的无网格粒子法求解器 MLParticle-SJTU 对二维带斜坡的溃坝问题进行了模拟。研究了溃坝流的自由面演化, 分析溃坝流遭遇斜坡障碍物的复杂流动现象, 并记录下监测点的波高时间历程。最后, MPS 的数值模拟结果被用来与试验数据进行对比, 两者吻合较好。

关键词: MPS 方法; MLParticle-SJTU; 溃坝流动; 自由面流动

The study of dam-break flow in slender channel by MPS method

Rao Chengping

Abstract: Study on dam-break flow is essential in the work of natural disaster prevention. When the dam break happens, it will cause violent impact on the downstream structure. The dam-break flow usually accompanies some nonlinear phenomena, such as broken and merged waves. It requires special treatments for the researcher to simulate those phenomena by the mesh-based methods. In this paper, the 2D dam-break flow in slender channel with slope is investigated by our in-house meshfree solver MLParticle-SJTU based on the modified MPS (Moving Particle Semi-Implicit) method. Profiles of the surface are presented to study the propagation of dam-break flow. The effects of slope on dam-break flow are also studied by analysing the flow field near the slope. Besides, the wave elevation at four monitoring sites is recorded through the numerical simulation and then be compared with the experimental results. It turns out that the result of MPS shows a good agreement with experimental data.

Key words: MPS; MLParticle-SJTU; Dam-break flow; Surface flow

1 引言

溃坝流是蓄水结构物在部分或完全失效后的自由流动^[1], 往往会造成下游水位迅速升高, 并对结构物产生剧烈的撞击, 因此研究溃坝流动的演化对大坝设计、下游安全预报尤为重要。早在 1892 年, Ritter^[2]就给出了简化条件下的溃坝波理论解。紧接着, 许多学者对溃坝流动进行了试验研究, Dressler^[3]在矩形水槽中对溃坝流进行了试验研究。Bell 等^[4]研究了弯道对溃坝流动的影响。Bellos 等^[5]研究了变截面巷道对溃坝流动的影响。

针对溃坝流的数值模拟主要是基于网格方法。陶建华^[6]采用 Level-Set 方法处理自由表面, 很好地模拟了斜坡溃坝的演化过程。曹洪建^[7]在求解器 naoe-FOAM-SJTU

上, 运用 VOF 方法模拟了三维溃坝流绕方柱剧烈流动, 并且很好地预测了障碍物所受的撞击压力。

随着无网格方法的发展, 如 SPH^[8](Smoothed Particle Hydrodynamics), MPS^[9](Moving Particle Semi-implicit), RKPM^[10](Reproducing Kernel Particle Method)等, 人们开始使用无网格方法研究溃坝流动。Chang 等^[11]采用 SPH 方法求解了浅水方程, 并研究了溃坝水流经过有三角形障碍物河道时的流动情况, 并模拟了三维变截面河道的溃坝流动。

本文的主要工作是采用 MPS 方法对二维溃坝流动在细长河道的演化进行研究, 包括溃坝流到来的预计时间、波高峰值、持续时间。MPS 方法是一种基于拉格朗

日描述的无网格方法，该方法由 Koshizuka^[9]最早提出，主要针对不可压缩自由流动的求解，已经被证明能够很好地模拟液舱晃荡^[12]、溃坝^[13]、物体入水^[14]等问题，该方法将流体离散为粒子形式，并具有物理属性，如质量、密度、动量等，粒子间的相互影响基于核函数进行计算，由于采用拉格朗日方法描述，粒子所处的位置即表示流体域，因此在处理自由表面复杂、剧烈的流动具有很大优势。本文使用的 MLParticle-SJTU 求解器^[12,16-18]基于改进的 MPS 方法，包括使用无奇点的核函数、守恒型的压力梯度模型、混合源项的压力泊松方程及基于邻居粒子不对称性分布的自由面判断法等。

2 数值方法

2.1 控制方程

MPS 方法采用的控制方程是针对黏性不可压缩流体，包括连续性方程和 Navier-Stokes 方程，下面给出它们的粒子形式：

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla \cdot V = 0 \quad (1)$$

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2 V + g \quad (2)$$

其中 ρ 和 ν 分别代表流体密度和运动黏性系数， V ， P ， g 代表速度矢量、压力和重力， t 为时间。

2.2 粒子作用模型

在粒子法中，粒子间的相互影响是通过核函数来实现的，核函数的形式可以有多种，而且对数值结果影响重大，在 MLParticle-SJTU 求解器中采用一无奇点的核函数，如下所示：

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{0.85r + 0.15r_e} - 1 & 0 \leq r < r_e \\ 0 & r_e \leq r \end{cases} \quad (6)$$

其中 r_e 是粒子的影响半径。

2.3 梯度模型

通过对影响半径内的粒子间位置矢量进行加权平均，可以获得 MPS 中的梯度模型，如式 (7) 所示，它由 Tanaka 等^[19]提出，该式满足动量守恒定律，即粒子 j 对 i 的影响与 i 对 j 的影响是相等的。

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j + P_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (7)$$

其中 D 代表维度， n^0 代表初始粒子数密度。在 MPS 方法中，粒子数密度定义为：

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) \quad (8)$$

2.4 Laplacian 模型

MPS 方法的 Laplacian 模型是由 Koshizuka^[9]等给出的，其为：

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (9)$$

其中：

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) |r_j - r_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|)} \quad (10)$$

式 (10) 是一种守恒格式，其推导源于非正常扩散问题， λ 的引入是为了使数值结果与扩散方程的解析解相一致。

2.5 时间积分

MPS 方法中的一个时间步的计算过程分成两步，包括基于质量力和粘性力的显式修正，以及压力的隐式修正。其具体求解过程如下：

(1) 以粘性力和质量力为源项对粒子速度进行显式修正，获得临时速度 V_i^* ，并使粒子按照该速度移动至临时位置 r_i^* ：

$$V_i^* = V_i^k + \Delta t(\nu \nabla^2 V + g) \quad (11)$$

$$r_i^* = r_i^k + \Delta t \cdot V_i^* \quad (12)$$

其中 Δt 为时间步长。

(2) 计算粒子在临时位置处的粒子数密度 n^* 。

(3) 求解压力 Poisson 方程，获得下一时刻的压力

$$\langle \nabla^2 P^{k+1} \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (13)$$

(4) 根据求得的压力，对速度和粒子位置进行隐式修正：

$$V_i^{k+1} = V_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{k+1} \quad (14)$$

$$r_i^{k+1} = r_i^* + \Delta t \cdot V_i^{k+1} \quad (15)$$

式 (13) 中的右端项为压力 Poisson 方程的源项，源项的大小取决于粒子数密度与初始值的差值。在传统 MPS 方法，不可压缩条件就是通过保持粒子数密度为常数来实现的，式 (13) 表明压力 Poisson 方程的源项仅由粒子数密度给出，因此求出的压力常常存在着强烈的非物理振荡。为了缓解压力震荡的现象，Tanaka 等^[19]提出了一个混合源项法，把速度散度加入到压力 Poisson 方程的源项，并保留了粒子数密度项，改经后的混合源项如下所示：

$$\langle \nabla^2 P^{k+1} \rangle_i = (1-\gamma) \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot V_i^* - \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^k \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (16)$$

γ 是范围从 0 到 1 的混合参数，它对压力场的光滑性有很大的影响。当 $\gamma=0$ 时，Poisson 方程源项完全由速度散度决定。一般而言 γ 越小压力场越光滑，但过小的 γ

容易造成流体体积的不守恒，在本文中 $\gamma=0.01$ 。

2.6 自由面的判断

自由表面条件包括运动边界条件和动力边界条件。在 MPS 方法中，通常当粒子数密度 $\langle n \rangle_i^*$ 满足：

$$\langle n \rangle_i^* < \beta \cdot n^0 \quad (17)$$

则被判定为自由面粒子，然后在求解压力 Poisson 方程时，令自由面粒子的压力为 0， β 常取 0.98。

式 (17) 的判断精度不高，当内部粒子具有较小的数密度时容易被误判为自由面粒子，导致误判粒子周围出现不正确的压力场。

MLParticle-SJTU 求解器中采用了一种改进的自由面判断方法^[12]，该方法基于邻居粒子不对称性进行自由面的判断，矢量函数 F 被引入来表示粒子分布的不对称性，如下所示：

$$\langle F \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|r_i - r_j|} (r_i - r_j) W(r_{ij}) \quad (17)$$

若粒子满足：

$$\langle F \rangle_i > \alpha \quad (18)$$

则被判定为自由面粒子。 α 通常取为 $0.9|F|^0$ ， $|F|^0$ 初始时刻自由面粒子的 $|F|$ 值。

需要注意的是，式 (18) 仅被应用于满足 $0.8n^0 < n^* < 0.97n^0$ 的粒子。这是因为 $n^* \leq 0.8n^0$ 的粒子由于其粒子数密度过小而被判断为自由面粒子，而 $0.97n^0 \leq n^*$ 的粒子不是自由面粒子，应该参与压力 Poisson 方程的求解。

3 数值模拟

溃坝问题常常用来验证流体数值计算的可靠性，在之前的研究^[12-14]中，MLParticle-SJTU 求解器已经被证明能够很好地求解溃坝流动的自由表面演化、撞击压力以及液体飞溅现象，但是研究对象主要是小长宽比、短时间的溃坝现象，事实上溃坝流动常常持续数分钟甚至数小时，而且河道可以达到数公里长。为了更真实地模拟河道中的溃坝流动，本文基于 MPS 方法研究了二维溃坝流动在细长河道中的流动，研究内容包括：溃坝流的自由表面演化，监测点的水位变化以及溃坝流遭遇斜坡障碍物时的流动

现象。

本文选用的模型来自 CADAM(Concerted Action on dam-Break Modeling project)^[20]，试验中，矩形河道的长度为 38 m，宽度为 1.75 m，截面形状如图 1 所示。起初，水体的长度为 15.5 m，高度为 0.75 m，水体被一块隔板挡住。在河道下游 10 m 处设置了一个斜坡形障碍物，长 6 m，高 0.4 m，且在斜坡与右壁的凹槽处，有高度为 0.15 m 的水体。为了检测溃坝流动水位的变化，分别在下游 4 m，10 m，13 m，20 m 处设置了 P1，P2，P3，P4 四个波高检测点。在试验开始时刻将隔板抽出，流体向下游流动。

在计算中，粒子间距为 0.02 m，时间步为 0.002 s，共使用 25137 个粒子来模拟该流动，其中 20316 个为流体粒子，其他为边界粒子，数值模拟持续 40s。水的密度取为 $\rho=1000\text{kg}/\text{m}^3$ ，运动黏性系数为 $\nu=1.01 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ ，重力加速度为 $g=9.8\text{m}/\text{s}^2$ 。

图 2 对比了试验与数值模拟在不同监测点处的水位变化，可以看出，MPS 方法模拟波面的发展非常准确，试验中溃坝流分别在 $t=1.5\text{s}$ ， 3.7s ， 4.8s ， 7.5s 时刻分别到达 P1，P2，P3，P4 监测点。在预测波高峰值方面，数值模拟的结果与试验值较吻合，但是在 P1，P3 点，数值模拟的结果比试验值较大，这可能时由于 MPS 方法模拟的粒子产生飞溅，导致数值模拟的结果较大。在溃坝发展中后段，数值模拟的波高相对试验较平稳，而试验显示出溃坝波的数次反射，这可能是由 MPS 方法的数值耗散导致。

图 3 为数值模拟的溃坝流动自由表面和监测点出的波高，可以看出 MPS 方法能够很好地捕捉溃坝流的自由液面，模拟出波浪破碎，在监测点处的波高与试验结果吻合较好。在 $t=7\text{s}$ 时刻，溃坝流冲上斜坡，水面高高隆起，越过斜坡最高点后，水流下斜坡对下游河床造成冲刷，造成水面隆起。当 $t=9\text{s}$ 时，水流遇到障碍物后部分出现反射，反射的水流与上游水流汇聚，导致隆起的水面变长，而越过斜坡的水流向下游发展，撞击到右侧壁面形成反射波。下一时刻 $t=11\text{s}$ 时，斜坡上游形成的隆起水面越变越长，而斜坡下游的水流撞击到右壁后形成的反射波进一步向斜坡发展。

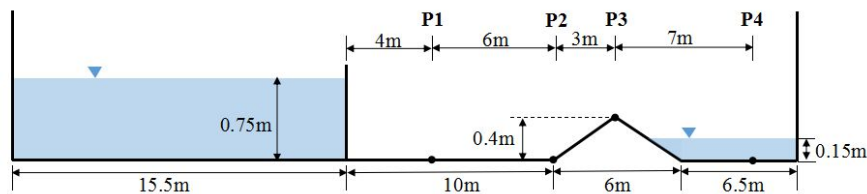


图 1 二维溃坝流动的计算模型

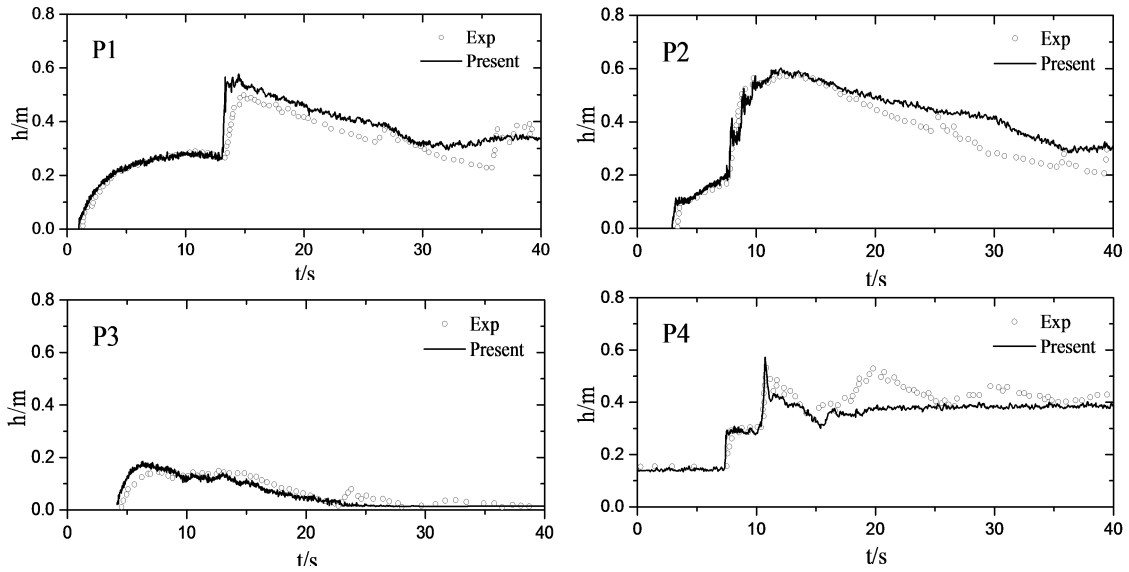


图2 溃坝流动中水位随时间的变化

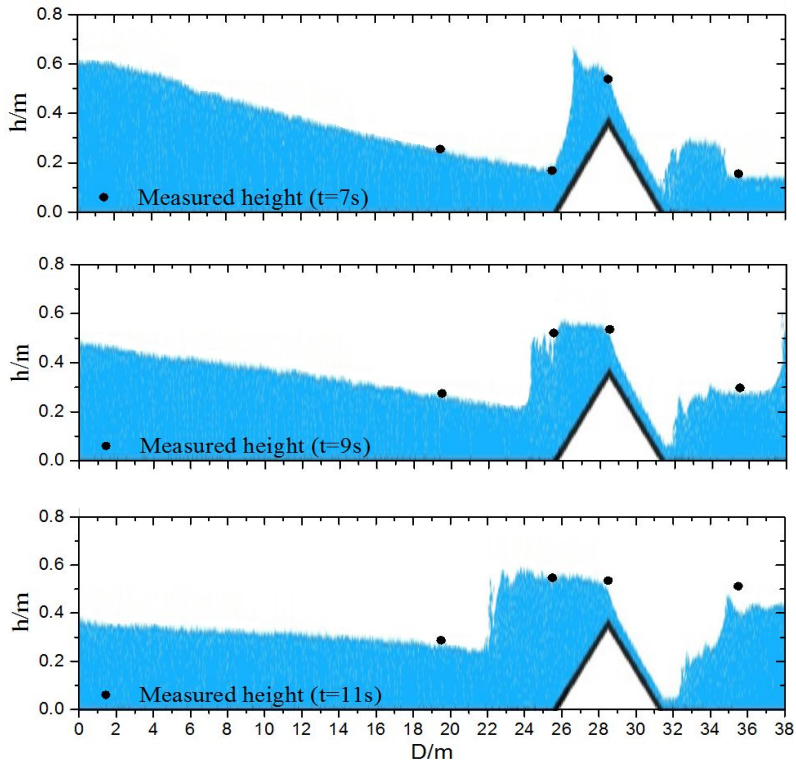


图3 不同时刻溃坝流的波高分布

4 结论

本文运用 MPS 方法研究了二维带斜坡的溃坝流动,记录下 P1~4 点处的波高时间历程,并与试验结果进行对比,表明 MLParticle- SJTU 求解器能够很好地预报溃坝流的到达时间、波高峰值。而且计算得到的自由面形状与试验数据较好地吻合,说明 MPS 方法能够有效地模拟溃坝波遭遇障碍物过程,通过观察流动的自由表面,可以看出求解器很好地模拟了波浪破碎、翻卷的现象,再次说明了

MPS 方法在模拟波浪破碎等强非线性现象方面的优势。

参考文献(References)

- [1] Fread, D. L. Flow routing[J]. Handbook of hydrology, 1993: 10.1-10.36.
- [2] Ritter, A. Die fortpflanzung de wasserwellen[J]. Zeitsch-rift Verein Deutscher Ingenieure, 1892, 36(33): 947-954.
- [3] Dressler, R. F. Comparison of theories and experiments

- for the hydraulic dam-break wave[J]. *Int. Assoc. Sci. Hydrology*, 1954, 3(38): 319-328.
- [4] Bell, S. W., Elliot, R. C., Chaudhry, M. H. Experimental results of two-dimensional dam-break flows[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1992, 30(2): 225-252.
- [5] Bellos C V, Soulis V, Sakkas J G. Experimental investigation of two dimensional dam-break induced flows[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1992, 30(1):47-63.
- [6] 陶建华, 谢伟松. 用 LEVEL SET 方法计算溃坝波的传播过程[J]. *水利学报*, 1999, 10: 17-22.
- Tao J H, Xie W S. The Level Set method for calculation of dam-break wave[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 10: 17-22.
- [7] 曹洪建, 万德成, 杨驰. 三维溃坝波绕方柱剧烈流动的数值模拟 [J]. *水动力学研究与进展*, 2013, 28(04):414-422.
- Cao H J, Wan D C, Yang C. Numerical simulation of violent flow of 3-D dam-breaking wave around square cylinder[J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2013, 28(04): 414-422.
- [8] Monaghan J J. Particle methods for hydrodynamics[J]. *Computer Physics Reports*, 1985, 3(3):71-124.
- [9] Koshizuka S, Nobe A, Oka Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1998, 26(7):751 - 769.
- [10] Liu W K, Jun S, Zhang Y F. Reproducing kernel particle methods[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1995, 20(8-9):1081-1106.
- [11] Chang T J, Kao H M, Chang K H, et al. Numerical simulation of shallow-water dam break flows in open channels using smoothed particle hydrodynamics[J]. *Journal of Hydrology*, 2011, 408(1-2):78-90.
- [12] 张雨新, 万德成. 用 MPS 方法数值模拟低充水液舱的晃荡[J]. *水动力学研究与进展*, 2012, 27(1):100-107.
- Zhang Y X, Wan D C. Numerical simulation of liquid sloshing in low-filling tank by MPS [J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2012, 27(1):100-107.
- [13] 张雨新, 万德成. MPS 方法在三维溃坝问题中的应用[J]. *中国科学:物理学力学天文学*, 2011(2):140-154.
- Zhang Y X, Wan D C. Application of MPS in 3D dam breaking flows[J]. *SCIENTIA SINICA Phys, Mech & Astron*, 2011(2):140-154.
- [14] Zhang Y L, Tang Z Y, Wan D C. Simulation of Water Entry of a Free-falling Wedge by Improved MPS Method[C]// *Proceedings of the Twenty-sixth International Ocean and Polar Engineering Conference Rhodes, Greece*, 2016, pp. 220-227.
- [15] Zhang Y X, Wang X Y, Tang Z Y, et al. Numerical simulation of green water incidents based on parallel MPS method[C]//*The Twenty-third International Offshore and Polar Engineering Conference. International Society of Offshore and Polar Engineers*, 2013.
- [16] 张驰, 张雨新, 万德成. SPH 方法和 MPS 方法模拟溃坝问题的比较分析 [J]. *水动力学研究与进展*, 2011, 26(6):736-746.
- Zhang C, Zhang Y X, Wan D C. Comparative study of SPH and MPS methods for numerical simulations of dam breaking problems[J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2011, 26(6):736-746.
- [17] 张雨新, 万德成. MPS 方法在二维液舱晃荡中的应用 [J]. *复旦学报(自然科学版)*, 2013, 52(5):618-626.
- Zhang Y X, Wan D C. Application of MPS Method for 2D Liquid Sloshing[J]. *Journal of Fudan University(Natural Science)*, 2013, 52(5):618-626.
- [18] 张雨新, 唐振远, 万德成. MPS 方法在三维自由面流动中的应用[C]// *中国造船工程学会船舶力学学术委员会第八次全体会议*. 2014.
- Zhang Y X, Tang Z Y, Wan D C. Application of MPS method in 3D free surface flows[C]// *The eighth conference of the academic committee of ship mechanics in the Chinese Society of Naval Architecture and Marine Engineering*. 2014
- [19] Tanaka M, Masunaga T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(11):4279-4290.
- [20] Morris M W. *Concerted action on dambreak modeling-Final report*[R]. Oxfordshire: HR Wallingford Ltd, 2000.