

DOI:10.3969/j.issn.1673-4807.2017.05.016

# MPS 方法在细长河道中溃坝流动的应用研究

饶成平<sup>1,2</sup>, 张友林<sup>1,2</sup>, 万德成<sup>1,2\*</sup>

(1. 上海交通大学, 船舶海洋与建筑工程学院, 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(2. 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240)

**摘要:** 溃坝问题是我国防灾减灾工作中的一个突出问题. 溃坝发生时, 会对下游的结构物产生剧烈的冲击作用, 并伴随着自由液面的翻卷、破碎等强非线性现象. 对这种短时间的自由面强非线性变化, 基于网格的计算流体方法往往需要一些特殊的数值处理. 文中采用本课题组自主开发的无网格粒子法求解器 MLParticle-SJTU 对二维带斜坡、三维带 90° 急弯的溃坝问题进行了模拟. 研究了溃坝流的自由面演化, 分析了溃坝流遭遇斜坡障碍物的复杂流动现象, 并记录下监测点的波高时间历程. 通过 MPS 的数值模拟结果与试验数据进行对比, 两者吻合较好.

**关键词:** MPS 方法; MLParticle-SJTU 求解器; 无网格方法; 溃坝流动; 自由面流动

中图分类号: P753

文献标志码: A

文章编号: 1673-4807(2017)05-0650-07

## Study of dam-break flow in slender channel by MPS method

RAO Chengping<sup>1,2</sup>, ZHANG Youlin<sup>1,2</sup>, WAN Decheng<sup>1,2\*</sup>

(1. State Key Laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

(2. Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Study on dam-break flow is essential in the work of natural disaster prevention. When dam break happens, it will cause violent impact on the downstream structure. The dam-break flow usually accompanies some nonlinear phenomena, such as broken and merged waves. It requires special treatments for the researcher to simulate those phenomena by the mesh-based methods. In this paper, the 2D dam-break flow in channel with slope, as well as the 3D dam-break flow in channel with 90° bend, is investigated by our in-house meshfree solver MLParticle-SJTU based on the modified MPS (Moving Particle Semi-Implicit) method. Profiles of the surface are presented to study the propagation of dam-break flow. The effects of slope on dam-break flow are also studied by analyzing the flow field near the slope. Besides, the wave elevation at four monitoring sites is recorded through the numerical simulation and then be compared with the experimental results. It turns out that the result of MPS shows a good agreement with the experimental data.

**Key words:** MPS, MLParticle-SJTU solver, meshfree method, dam-break flow, surface flow

溃坝流是蓄水结构物在部分或完全失效后的自由流动<sup>[1]</sup>, 往往会造成下游水位迅速升高, 并对结构物产生剧烈的冲击, 因此研究溃坝流动的演化对大坝设计、下游安全预报尤为重要. 早在 1892

收稿日期: 2017-05-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51379125, 51490675, 11432009, 51579145); 长江学者奖励计划基金资助项目(T2014099); 上海高校东方学者特聘教授岗位跟踪计划基金资助项目(2013022); 上海市优秀学术带头人计划基金资助项目(17XD1402300); 上海市船舶工程重点实验室基金资助项目(K2015-11); 工信部数值水池创新专项 VIV/VIM 基金资助项目(2016-23/09)

作者简介: 饶成平(1995—), 男, 硕士研究生

\* 通信作者: 万德成(1967—), 男, 教授, 研究方向为船舶与海洋工程水动力学与计算流体力学. E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

引文格式: 饶成平, 张友林, 万德成. MPS 方法在细长河道中溃坝流动的应用研究[J]. 江苏科技大学学报(自然科学版), 2017, 31(5): 650-656. DOI:10.3969/j.issn.1673-4807.2017.05.016.

年,就给出了简化条件下的溃坝波理论解<sup>[2]</sup>.紧接着,许多学者对溃坝流动进行了试验研究,如在矩形水槽中对溃坝流进行试验研究<sup>[3]</sup>,弯道对溃坝流动的影响<sup>[4]</sup>,变截面巷道对溃坝流动的影响<sup>[5]</sup>,针对溃坝流的数值模拟主要基于网格方法.文献[6]中采用 Level-Set 方法处理自由表面,很好地模拟了斜坡溃坝的演化过程.文献[7]中在求解器 naoe-FOAM-SJTU 上,运用 VOF 方法模拟了三维溃坝流绕方柱剧烈流动,并且很好地预测了障碍物所受的碎击压力.

随着无网格方法的发展,如 SPH<sup>[8]</sup> (smoothed particle hydrodynamics), MPS<sup>[9]</sup> (moving particle semi-implicit), RKPM<sup>[10]</sup> (reproducing kernel particle method) 等,人们开始使用无网格方法研究溃坝流动.文献[11]中采用 SPH 方法求解了浅水方程,并研究了溃坝水流经过有三角形障碍物河道时的流动情况,并模拟了三维变截面河道的溃坝流动.

文中采用 MPS 方法对二维溃坝流动在细长河道的演化进行研究,包括溃坝流到来的预计时间、波峰值、持续时间. MPS 方法是一种基于拉格朗日描述的无网格方法,该方法由 Koshizuka 最早提出<sup>[9]</sup>,主要针对不可压缩自由流动的求解,已经被证明能够很好地模拟液舱晃荡<sup>[12]</sup>、溃坝<sup>[13]</sup>、物体入水<sup>[14]</sup>等问题,该方法将流体离散为粒子形式,并具有物理属性,如质量、密度、动量等,粒子间的相互影响基于核函数进行计算,由于采用拉格朗日方法描述,粒子所处的位置即表示流体域,因此在处理自由表面复杂、剧烈流动时具有很大优势.文中使用的 MLParticle-SJTU 求解器<sup>[12,15-18]</sup>基于改进的 MPS 方法,包括使用无奇点的核函数、守恒型的压力梯度模型、混合源项的压力泊松方程及基于邻居粒子不对称性分布的自由面判断法等.

## 1 数值方法

### 1.1 控制方程

MPS 方法采用的控制方程是针对黏性不可压缩流体,包括连续性方程和 Navier-Stokes 方程,其粒子形式为:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{g} \quad (2)$$

式中: $\rho$  和  $\nu$  分别为流体密度和运动黏性系数; $\mathbf{V}$ ,  $P$ ,  $\mathbf{g}$  分别为速度矢量、压力和重力; $t$  为时间.

### 1.2 粒子作用模型

在粒子法中,粒子间的相互影响是通过核函数

来实现的,核函数的形式可以有多种,而且对数值结果影响重大,在 MLParticle-SJTU 求解器中采用一无奇点的核函数:

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{0.85r + 0.15r_e} - 1 & 0 \leq r < r_e \\ 0 & r_e \leq r \end{cases} \quad (3)$$

式中: $r_e$  为粒子的影响半径; $r$  为不同粒子的间距.

### 1.3 梯度模型

通过对影响半径内的粒子间位置矢量进行加权平均,可以获得 MPS 中的梯度模型,如式(4),它由文献[19]提出,该式满足动量守恒定律,即粒子  $j$  对粒子  $i$  的影响与  $i$  对  $j$  的影响是相等的.

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j + P_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (4)$$

式中: $D$  为维度; $n^0$  为初始粒子数密度.在 MPS 方法中,粒子数密度定义为:

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) \quad (5)$$

### 1.4 Laplacian 模型

MPS 方法的 Laplacian 模型是由 Koshizuka<sup>[9]</sup> 等给出:

$$\langle \nabla^2 \varphi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda_i} \sum_{j \neq i} (\varphi_j - \varphi_i) \cdot W(|r_j - r_i|) \quad (6)$$

式中:

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) |r_j - r_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|)} \quad (7)$$

式(7)是一种守恒格式,其推导源于非定常扩散问题, $\lambda$  的引入使数值结果与扩散方程的解析解相一致.

### 1.5 时间积分

MPS 方法中的一个时间步的计算过程分成两步,包括基于质量力和粘性力的显式修正,以及压力的隐式修正.其具体求解过程:

(1) 以粘性力和质量力为源项对粒子  $i$  在第  $k$  时间步速度进行显式修正,获得临时速度  $V_i^*$ ,并使粒子按照该速度移动至临时位置  $r_i^*$ :

$$V_i^* = V_i^k + \Delta t (\nu \nabla^2 V + \mathbf{g}) \quad (8)$$

$$r_i^* = r_i^k + \Delta t \cdot V_i^* \quad (9)$$

式中: $\Delta t$  为时间步长.

(2) 计算粒子在临时位置处的粒子数密度  $n^*$ .

(3) 求解压力 Poisson 方程,获得下一时刻的压力:

$$\langle \nabla^2 P^{k+1} \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (10)$$

式中,  $\langle n^* \rangle_i$  为临时粒子数密度。

(4) 根据求得的压力,对速度和粒子位置进行隐式修正,得到  $k+1$  时间步的粒子速度和位置:

$$V_i^{k+1} = V_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{k+1} \quad (11)$$

$$r_i^{k+1} = r_i^k + \Delta t \cdot V_i^{k+1} \quad (12)$$

式(10)中的右端项为压力 Poisson 方程的源项,源项的大小取决于粒子数密度与初始值的差值。在传统 MPS 方法中,不可压缩条件通过保持粒子数密度为常数来实现,式(10)表明压力 Poisson 方程的源项仅由粒子数密度给出,因此求出的压力常常存在着强烈的非物理振荡。为了缓解压力震荡的现象,文献[19]中提出了一个混合源项法,把速度散度加入到压力 Poisson 方程的源项,并保留了粒子数密度项,改经后的混合源项为:

$$\langle \nabla^2 P^{k+1} \rangle_i = (1-\gamma) \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot V_i^* - \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^k \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (13)$$

$\gamma$  为范围为  $0 \sim 1$  的混合参数,它对压力场的光滑性有很大的影响。当  $\gamma = 0$  时, Poisson 方程源项完全由速度散度决定。一般而言  $\gamma$  越小压力场越光滑,但过小的  $\gamma$  容易造成流体体积的不守恒,在文中  $\gamma = 0.01$ 。

### 1.6 自由面判断

自由表面条件包括运动边界条件和动力边界条件。在 MPS 方法中,通常当粒子数密度  $\langle n \rangle_i^*$  满足:

$$\langle n \rangle_i^* < \beta \cdot n^0 \quad (14)$$

则被判定为自由面粒子,然后在求解压力 Poisson 方程时,令自由面粒子的压力为 0,  $\beta$  常取 0.98。

式(14)的判断精度不高,当内部粒子具有较小的数密度时容易被误判为自由面粒子,导致误判粒子周围出现不正确的压力场。

MLParticle-SJTU 求解器中采用了一种改进的自由面判断方法<sup>[12]</sup>,该方法基于邻居粒子不对称性进行自由面判断,矢量函数  $\mathbf{F}$  被引入来表示粒子分布的不对称性:

$$\langle \mathbf{F} \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|r_i - r_j|} (r_i - r_j) W(r_{ij}) \quad (15)$$

若粒子满足:

$$\langle \mathbf{F} \rangle_i > \alpha \quad (16)$$

则被判定为自由面粒子。 $\alpha$  为判断粒子是否属于自

由面的阈值,通常取  $0.9|F|^0$ ,  $|F|^0$  为初始时刻自由面粒子的  $|F|$  值。

需要注意的是,式(19)仅被应用于满足  $0.8n^0 < n^* < 0.97n^0$  的粒子。这是因为  $n^* < 0.8n^0$  的粒子由于其粒子数密度过小而被判断为自由面粒子,而  $0.97n^0 \leq n^*$  的粒子不是自由面粒子,应该参与压力 Poisson 方程的求解。

## 2 数值模拟

溃坝问题常常用来验证流体数值计算的可靠性,在文献[12-15]中,MLParticle-SJTU 求解器已经被证明能够很好地求解溃坝流动的自由表面演化、抨击压力以及液体飞溅现象,但是研究对象主要是细长河道内、短时间的溃坝现象,事实上溃坝流动常常持续数分钟甚至数小时,而且河道可以达到数公里长。为了更真实地模拟河道中的溃坝流动,文中基于 MPS 方法研究了二维溃坝流动在细长河道中的流动,研究内容包括:溃坝流的自由表面演化,监测点的水位变化以及溃坝流遭遇斜坡障碍物时的流动现象。

### 2.1 二维溃坝流遭遇障碍物的流动

选用的模型来自 CADAM (concerted action on dam-break modeling project)<sup>[20]</sup>,试验中,矩形河道的长度为 38 m,宽度为 1.75 m,截面形状如图 1。起初,水体的长度为 15.5 m,高度为 0.75 m,水体被一块隔板挡住。在河道下游 10 m 处设置了一个斜坡形障碍物,长为 6 m,高为 0.4 m,且在斜坡与右壁的凹槽处,有高度为 0.15 m 的水体。为了检测溃坝流动水位的变化,分别在下游 4, 10, 13, 20 m 处设置了 P1, P2, P3, P4 4 个波高检测点。在试验开始时刻将隔板抽出,流体向下游流动。

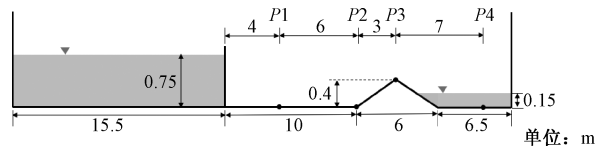


图 1 二维溃坝流动的计算模型

Fig. 1 Computational model of 2D dam-break flow

在计算中,粒子间距为 0.02 m,时间步为 0.002 s,共使用 25 137 个粒子来模拟该流动,其中 20 316 个为流体粒子,其他为边界粒子,数值模拟持续 40 s。水的密度  $\rho = 1 000 \text{ kg/m}^3$ ,运动黏性系数  $\nu = 1.01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

图 2 对比了试验与数值模拟在不同监测点处波高  $h$  的变化,可以看出, MPS 方法模拟波面的发展非常准确,试验中溃坝流在湍动时间  $t = 1.5$ ,

3.7,4.8,7.5 s 时分别到达  $P1, P2, P3, P4$  监测点. 在预测波峰值方面,数值模拟的结果与试验值较吻合,但是在  $P1, P3$  点,数值模拟的结果比试验值大,这可能时由于 MPS 方法模拟的粒子产生飞溅,导致数值模拟的结果较大. 在溃坝发展中后段,数值模拟的波高相对试验较平稳,而试验显示出溃坝波的数次反射,这可能是由 MPS 方法的数值耗散导致.

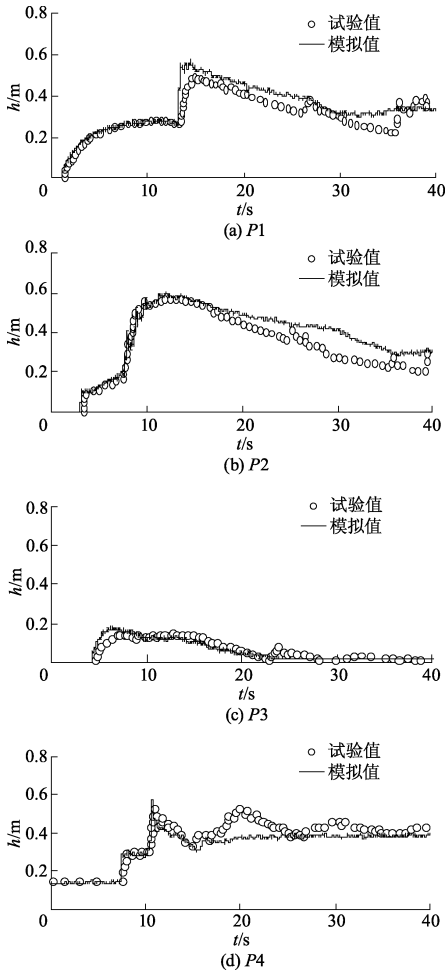


图 2 溃坝流动中水位随时间的变化  
Fig. 2 Wave elevation history in  $P1 \sim P4$

图 3 为数值模拟的溃坝流动自由表面和监测点处的波高,可以看出 MPS 方法能够很好地捕捉溃坝流的自由液面,模拟出波浪破碎,在监测点处的波高与试验结果吻合较好. 在  $t = 7$  s 时,溃坝流冲上斜坡,水面高高隆起,越过斜坡最高点后,水流下斜坡对下游河床造成冲刷,造成水面隆起. 当  $t = 9$  s 时,水流遇到障碍物后部分出现反射,反射的水流与上游水流汇聚,导致隆起的水面宽度  $D$  变长,而越过斜坡的水流向下游发展,撞击到右侧壁面形成反射波. 下一时刻  $t = 11$  s 时,斜坡上游形成的隆起水面越变越长,而斜坡

下游的水流撞击到右壁后形成的反射波进一步向斜坡发展. 可以观察到自由表面处有少量的毛刺,这是粒子不连续导致的.

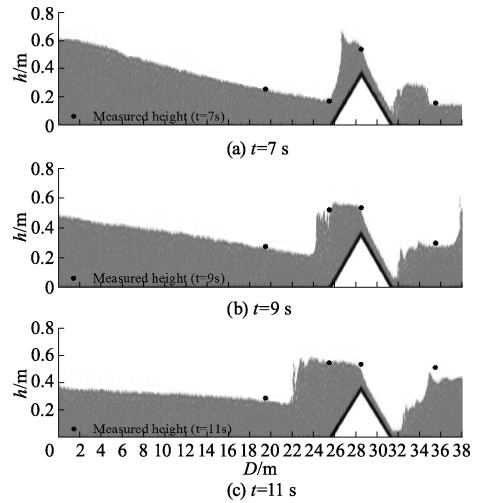


图 3 不同时刻溃坝流的波高分布  
Fig. 3 Wave elevation distribution at different moment

### 2.2 三维溃坝波遭遇 90°弯道的流动

在三维溃坝数值模拟中,参考文献[21]中在 90°急弯河道模型中的试验,如图 4. 初始水体的长度为 2.39 m,宽度为 2.44 m,水深 0.58 m. 河床高于水底 0.33 m,河道截面是宽度为 0.495 m 的矩形,初始时刻将水库闸门快速提起,溃坝波流向下游. 试验过程中采用 PIV 技术测量表面流场,通过边壁处的摄影捕捉断面处的水位变化. 数值模拟中,粒子间距为 0.02 m,共使用 606 629 个粒子来模拟该流动,其中 414 338 个为流体粒子,数值模拟持续 10 s,时间步为 0.002 s. 水的密度、运动黏性系数、重力加速度等参数与上节相同.

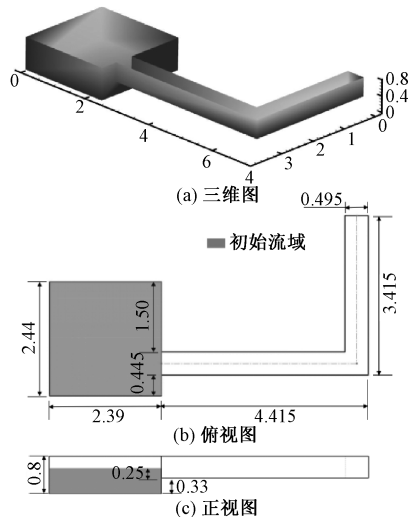


图 4 三维溃坝计算模型(单位:m)  
Fig. 4 Computational model for 3D dam-break flow (unit:m)

图 5 为  $t=7\text{ s}$  时,数值模拟与试验测量的弯道处液面速度分布.可以看出:在弯道上游处由于受到弯曲影响较小,流动呈现二维特性<sup>[22]</sup>.上游靠近弯道处形成一个低速区,这是由于弯道的阻塞效应.而在弯道区域流动紊乱,且在内、外弯道处形成了两个低速区,这是该区域的回流导致的.这些特征都与试验的结果相吻合.

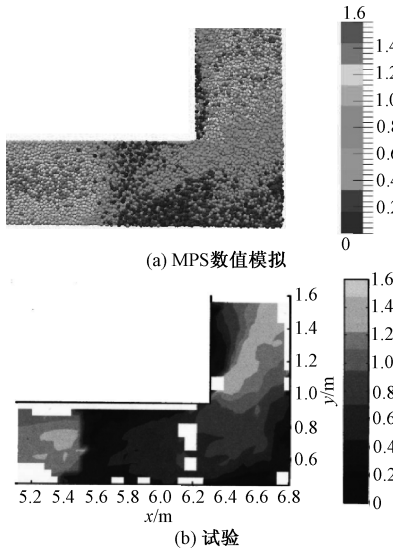


图 5 弯道处自由表面速度大小分布  
Fig. 5 Velocity magnitude distribution on surface around the bend

图 6 为  $t=3,5,7\text{ s}$  3 个时刻下的溃坝流动,图 7 为对应时刻下的河道中线处的水位分布.

在图 7(a)中  $x=2.8\text{ m}$  处可以观察到溃坝波在溃口出的下泄与反射. $t=3\text{ s}$  时刻,溃坝波传播到弯道处,此处水位  $H$  产生了明显的峰值; $t=5\text{ s}$  时刻,溃坝波大部分通过弯道,而小部分发生反射,此时在弯道处可以观察到两个波峰,此处的数值模拟结果与试验值较接近; $t=7\text{ s}$  时刻,两个波峰分别朝上、下游发展,通过弯道的溃坝波接触壁面后发生反射,并与来流汇聚产生了明显的水跃现象, $D$  为水面宽度.

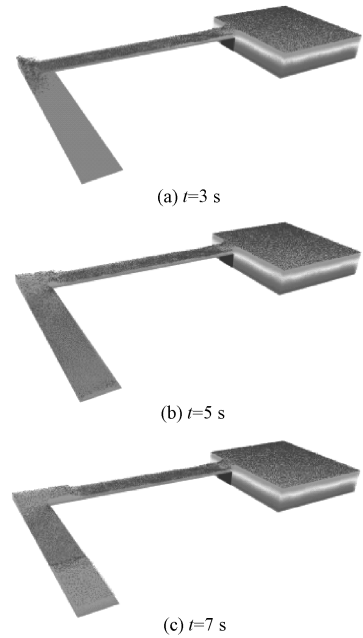


图 6 不同时刻下溃坝波的流动  
Fig. 6 Dam-break flow in different moment

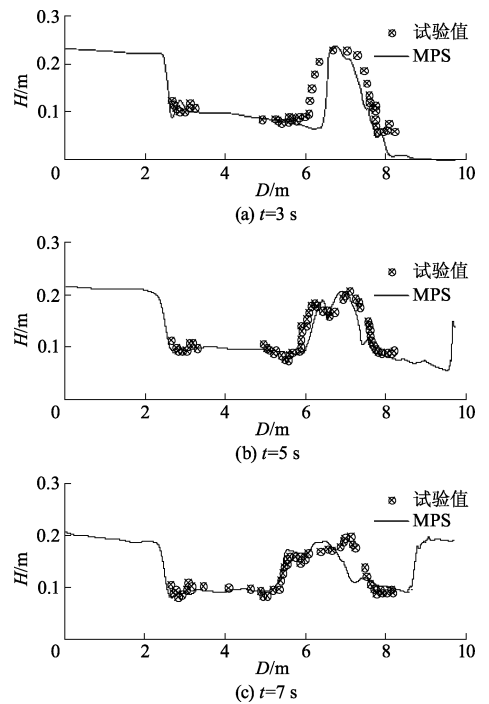


图 7 河道中线处的水位分布  
Fig. 7 Wave elevation distribution at the mid of channel

表 1 数值模拟计算参数  
Table 1 Computational parameters

物理量	值	物理量	值
水体大小/ $\text{m}^3$	$2.39\text{ m} \times 2.44\text{ m} \times 0.58\text{ m}$	时间步长/s	0.002
计算域大小/ $\text{m}^3$	$7.0\text{ m} \times 4.0\text{ m} \times 0.8\text{ m}$	总时长/s	15
粒子间距/m	0.02	密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^3)$	1 000
流体粒子数	414 338	运动粘度/ $(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$1.01 \times 10^{-6}$
总粒子数	606 629	重力加速度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.8

### 3 结论

(1) 运用 MPS 方法研究了二维溃坝波经过斜坡以及三维溃坝波通过 90°弯道的流动. 在二维模拟中,分别记录下  $P_1 \sim P_4$  点处的波高时间历程,结果表明溃坝流分别于  $t = 1.5, 3.7, 4.8, 7.5$  s 时分别到达  $P_1, P_2, P_3, P_4$  监测点,而且障碍物上游  $P_1, P_2$  点在溃坝后持续一段时间内保持高水位,然后将数值模拟与试验的结果进行对比,MPS 方法模拟出了溃坝波遭遇斜坡障碍物后的反射波以及水跃现象,表明 MLParticle - SJTU 求解器能够较好地预报溃坝流的到达时间、波高峰值.

(2) 在三维模拟中,发现溃坝波在弯道上游处呈现明显的二维流动,而在弯道处产生了复杂的三维流动. 通过与试验数据的对比,可以看出求解器很好地给出了弯道处的速度大小分布. 通过给出的不同时刻下河道中线处的水位分布,我们可以看到在弯道附近水位高度存在两个峰值,与试验值相吻合. 通过观察流动的自由表面,可以看出求解器很好地模拟了波浪破碎、翻卷的现象,再次说明了 MPS 方法在模拟波浪破碎等强非线性现象方面的优势.

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] FREAD D L. Handbook of Hydrology [ M ]. New York: McGraw-Hill, 1993: 1 - 10.
- [ 2 ] RITTER A. Die fortpflanzung de wasserwellen [ J ]. Zeitsch-rift Verein Deutscher Ingenieure, 1982, 36 ( 33 ): 947 - 954.
- [ 3 ] DRESSLER K, WOLNIEWICZ L, QUADRELLI P. Comparison of theory and experiment for excited singlet states of the H<sub>2</sub> molecule [ J ]. International Journal of Quantum Chemistry, 1986 ( 2 ): 185 - 189. DOI:10.1002/qua.560290207.
- [ 4 ] BELL S W, ELLIOT R C, HANIF C M. Experimental results of two-dimensional dam-break flows [ J ]. Journal of Hydraulic Research, 1992, 30 ( 2 ): 225 - 252. DOI:10.1080/00221689209498936.
- [ 5 ] BELLOS C V, SOULIS V, SAKKAS J G. Experimental investigation of two-dimensional dam-break induced flows [ J ]. Journal of Hydraulic Research, 1992, 30 ( 1 ): 47 - 63. DOI:10.1080/00221689209498946.
- [ 6 ] 陶建华, 谢伟松. 用 LEVEL SET 方法计算溃坝波的传播过程 [ J ]. 水利学报, 1999, 30 ( 10 ): 17 - 22. TAO J H, XIE W S. The level set method for calculation of dam-break wave [ J ]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999, 30 ( 10 ): 17 - 22. ( in Chinese )
- [ 7 ] 曹洪建, 万德成, 杨驰. 三维溃坝波绕方柱剧烈流动的数值模拟 [ J ]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2013, 28 ( 4 ): 414 - 422. DOI:10.3969/j.issn1000-4874.2013.04.006. CAO Hongjian, WAN Decheng, YANG Chi. Numerical simulation of violent flow of 3-d dam-breaking wave around square cylinder [ J ]. Journal of Hydrodynamics, 2013, 28 ( 4 ): 414 - 422. DOI:10.3969/j.issn1000-4874.2013.04.006. ( in Chinese )
- [ 8 ] MONAGHAN J J. Particle methods for hydrodynamics [ J ]. Computer Physics Reports, 1985, 3 ( 2 ): 71 - 124. DOI:10.1016/0167-7977(85)90010-3.
- [ 9 ] KOSHIZUKS S, NOBE A, OKA Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method [ J ]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1998, 26 ( 7 ): 751 - 769. DOI:10.1002/(sici)1097-0363(19980415)26:7<751:aid-fld671>3.3.co;2-3.
- [ 10 ] LIU W K, JUN S, LI S, et al. Reproducing kernel particle methods for structural dynamics [ J ]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995, 38 ( 10 ): 1655 - 1679. DOI:10.1002/nme.1620381005.
- [ 11 ] CHANG T J, KAO H M, CHANG K H, et al. Numerical simulation of shallow-water dam break flows in open channels using smoothed particle hydrodynamics [ J ]. Journal of Hydrology, 2011, 408 ( 1 ): 78 - 90. DOI:10.1016/j.jhydrol.2011.07.023.
- [ 12 ] 张雨新, 万德成. 用 MPS 方法数值模拟低充水液舱的晃荡 [ J ]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2012, 27 ( 1 ): 100 - 107. DOI:10.3969/j.issn1000-4874.2012.01.015. ZHANG Yuxin, WAN Decheng. Numerical simulation of liquid sloshing in low-filling tank by mps [ J ]. Journal of Hydrodynamics, 2012, 27 ( 1 ): 100 - 107. DOI:10.3969/j.issn1000-4874.2012.01.015. ( in Chinese )
- [ 13 ] 张雨新, 万德成. MPS 方法在三维溃坝问题中的应用 [ J ]. 中国科学:物理学力学天文学, 2011 ( 2 ): 140 - 154. ZHANG Y X, WAN D C. Application of MPS in 3D dam breaking flows [ J ]. Scientia Sinica Phys, Mech & Astron, 2011 ( 2 ): 140 - 154. ( in Chinese )
- [ 14 ] ZHANG Y L, TANG Z Y, WAN D C. Simulation of water entry of a free-falling wedge by improved MPS method [ C ] // Proceedings of the Twenty-sixth International Ocean and Polar Engineering Conference Rhodes, Greece: [ s. n. ], 2016: 220 - 227.
- [ 15 ] ZHANG Y, WANG X, TANG Z, et al. Numerical

- simulation of green water incidents based on parallel MPS method[C]//The Twenty-third international offshore and Polar Engineering conference. Anchorage, Alaska, USA:[s. n.]. 2013:931-938.
- [16] 张驰, 张雨新, 万德成. SPH方法和MPS方法模拟溃坝问题的比较分析[J]. 水动力学研究与进展 A辑, 2011, 26(6): 736-746. DOI: 10.3969/j.issn1000-4874.2011.06.013.
- ZHANG Chi, ZHANG Yuxin, WAN Decheng. Comparative study of sph and mps methods for numerical simulations of dam breaking problems[J]. Journal of Hydrodynamics, 2011, 26(6): 736-746. DOI:10.3969/j.issn1000-4874.2011.06.013. (in Chinese)
- [17] 张雨新, 万德成. MPS方法在二维液舱晃荡中的应用[J]. 复旦学报(自然科学版), 2013, 52(5): 618-626,634.
- ZHANG Yuxin, WAN Decheng. Application of mps method for 2D liquid sloshing[J]. Journal of Fudan University(Natural Science), 2013, 52(5): 618-626,634. (in Chinese)
- [18] 张雨新, 唐振远, 万德成. MPS方法在三维自由面流动中的应用[C]//中国造船工程学会船舶力学学术委员会第八次全体会议, 大连:[s. n.], 2014:349-364.
- [19] TANAKA M, MASUNAGA T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility[J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(11): 4279-4290. DOI:10.1016/j.jcp.2010.02.011.
- [20] MORRIS M W. Concerted action on dambreak modeling - CADAM[R]. England: Hr Wallingford Limited, 2000.
- [21] FRAZÃO S S, ZECH Y. Dam break in channels with 90° bend [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(11): 956-968. DOI:10.1061/(asce)0733-9429(2002)128:11(956).
- [22] 符传君, 练继建. 溃坝水流在复杂河道中传播的三维数值模拟[J]. 水利学报, 2007, 38(10): 1151-1157. DOI:10.3321/j.issn:0559-9350.2007.10.001.
- FU Chuanjun, LIAN Jijian. Three-dimensional numerical simulation of dam-break flow in complicated river sections[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 38(10): 1151-1157. DOI:10.3321/j.issn:0559-9350.2007.10.001. (in Chinese)

(责任编辑: 贡洪殿)