

MPS 与 GPU 结合数值模拟 LNG 液舱晃荡¹⁾

陈翔 万德成²⁾

(上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 海洋工程国家重点实验室, 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240)

摘要 液舱晃荡是一种在外部激励作用下部分装载的液舱内液体的波动现象, 它会对液舱结构强度和运输船舶稳性产生危害. 移动粒子半隐式法 (moving particle semi-implicit, MPS) 是一种典型的无网格粒子类方法, 可以有效地模拟剧烈的液舱晃荡问题. 但 MPS 方法存在计算效率低的缺点, 难以模拟大规模三维问题, 而 GPU 并行加速技术已广泛应用于科学计算领域. 因此, 本文将 MPS 方法与 GPU 并行加速技术相结合, 采用 CUDA 程序语言编写, 自主开发了 MPSGPU-SJTU 求解器, 对三维液化天然气 (liquefied natural gas, LNG) 型液舱晃荡进行了数值模拟. 通过三种不同粒子间距的数值模拟, 验证了求解器的收敛性, 其中最大计算粒子数达到了 200 多万. 与其他研究结果相比, MPSGPU-SJTU 求解器能够准确地预测壁面撞击压力, 并且捕捉晃荡过程中自由面的大幅度变形和强非线性破碎现象. 相比 CPU 求解器的计算时间, GPU 并行加速技术可以大幅度地减小计算时长, 提高 MPS 方法的计算效率. 本文将 LNG 型液舱与方型液舱的晃荡进行对比, 结果表明在高充液率下 LNG 型液舱可以有效地减小晃荡幅值和壁面撞击压力. 但在中低充液率下, LNG 型液舱则会加剧晃荡, 自由面呈现明显的三维特征. 本文还进一步研究了水和 LNG 两种不同介质的液舱晃荡现象, 数值模拟结果表明二者的流场基本相似, 撞击压力则正比于液体密度.

关键词 无网格粒子法, 移动粒子半隐式法, 并行加速技术, 液舱晃荡

中图分类号: O35, U633 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-18-410

NUMERICAL SIMULATION OF LIQUID SLOSHING IN LNG TANK USING GPU-ACCELERATED MPS METHOD¹⁾

Chen Xiang Wan Decheng²⁾

(Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, State Key Laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract Liquid sloshing is a common phenomenon induced in partially filled tanks under external excitations, which may destroy the tank structure and vessel stability. Moving particle semi-implicit (MPS) method is a typical meshfree method which can effectively simulate violent liquid sloshing problem. However, the low computational efficiency of MPS is the bottleneck of its application in large-scale three-dimensional problems. In the past years, GPU parallel acceleration technique has been widely used in the field of scientific computing. In this work, GPU parallel acceleration technique is introduced into MPS method and an in-house solver MPSGPU-SJTU is developed by using CUDA language. Then this solver is used to simulate 3-D liquid sloshing in liquefied natural gas (LNG) tank. The convergent validation of particle

2018-12-05 收稿, 2019-01-28 录用, 2019-01-29 网络版发表.

1) 国家自然科学基金 (51879159, 51490675, 11432009, 51579145), 长江学者奖励计划 (T2014099), 上海高校特聘教授 (东方学者) 岗位跟踪计划 (2013022), 上海市优秀学术带头人计划 (17XD1402300), 工信部数值水池创新专项课题 (2016-23/09) 资助项目.

2) 万德成, 教授, 主要研究方向: 船舶与海洋工程计算水动力学. E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

引用格式: 陈翔, 万德成. MPS 与 GPU 结合数值模拟 LNG 液舱晃荡. 力学学报, 2019, 51(3): 714-729

Chen Xiang, Wan Decheng. Numerical simulation of liquid sloshing in LNG tank using GPU-accelerated method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 714-729

spacing is carried out to verify the accuracy of present solver. The maximum particle number of simulation model is over two million particles. MPSGPU-SJTU solver can accurately predict the impact pressures by comparing with other results. In addition, the violent flow phenomena such as large deformation and nonlinear fragmentation of free surface can be observed in these simulations. The comparison of computation time between GPU and CPU solvers demonstrates GPU parallel acceleration technique can significantly reduce the computation time and improve the computational efficiency of MPS. The phenomena of liquid sloshing in LNG tank and rectangular tank are compared. The results show that LNG tank can reduce the sloshing amplitude and impact pressure in high filling level. However, the sloshing is more violent and the free surface presents three-dimensional feature in LNG tank with middle and low filling level. Finally, the investigation of the effect of different fluids such as water and LNG on sloshing phenomena is also conducted in this paper. It shows that the flow fields of both liquids are almost similar and the impact pressure is proportional to the liquid density.

Key words meshfree particle method, MPS method, parallel acceleration technique, liquid sloshing

引 言

液舱晃荡是指在外部激励作用下部分装载的液舱内液体所产生的波动现象,其特征是自由液面的大幅度变形和强非线性破碎。随着世界能源需求的不断增加,许多运输液化天然气和石油的船舶纷纷建成。当这些部分装载的液货船在海上航行时,舱内运输的流体会产生晃荡,这将对舱室结构强度和船舶运行安全产生巨大的危害。因此,许多研究人员对液舱晃荡的机理特性开展了研究。

Faltinsen^[1]最早推导出了在水平激励作用下的二维液舱晃荡的解析解。Nakayama 和 Washizu^[2-3]分别用有限元方法和边界元方法分析了二维液舱晃荡问题。Kim 等^[4]采用标记网格法对二维和三维薄膜型液舱的晃荡问题进行了模拟,并分析了各参数对计算结果产生的影响。Zhu 等^[5]应用改进的等值面函数法对大幅度液舱晃荡的波高和砰击压力进行了准确的预报。Xue 和 Lin^[6]采用流体体积法模拟了三维矩形液舱的晃荡问题,并对环形隔板的减晃效果进行了分析。虽然在液舱晃荡问题中,网格类方法已经取得了许多成果,但在处理强非线性变化的自由液面时仍有一定的困难,如波浪破碎、自由面翻卷等。无网格粒子类方法基于拉格朗日方法描述,粒子之间不存在固定的拓扑关系,能够很方便地模拟物体和自由液面的非线性变形^[7-9]。在液舱晃荡数值模拟方面,Shao 等^[10-11]对光滑粒子流体动力学法进行了改进,提高了数值精度,对横荡和横摇激励作用下的液舱晃荡进行了研究,并讨论了各种隔板类型的减晃效果。Zhang 和 Liu^[12]提出了解耦有限粒子法,通过数值测试验证了该方法的准确性,并将其用

于与二维液舱晃荡模拟。移动粒子半隐式法 (moving particle semi-implicit, MPS) 作为一种典型的粒子类方法也已广泛应用于液舱晃荡问题中,成为分析研究该问题不可或缺的技术手段。

Rueda 等^[13]应用 MPS 模拟了在波浪环境中,带流液舱的运动响应,并通过傅里叶变换得到的幅值响应算子与实验比对吻合。潘徐杰等^[14]基于改进的 MPS,比较了不同自由面条件、核函数对液舱晃荡数值模拟的影响。Lee 等^[15]用 MPS 方法模拟了在外流作用下带流液舱的运动响应,并与无流液舱的运动响应进行了对比,结果表明液舱内的流体能有效地减小液舱的运动响应。Tsukamoto 等^[16]在二维液舱中间布置了一个浮体,浮体与舱壁之间用弹簧连接,并用 MPS 方法研究了在不同充液率和激励频率下,流体对浮体的作用力。Zhang 等^[17]应用改进的 MPS 方法对二维液舱晃荡问题进行了数值模拟,并将计算结果与实验和网格类方法结果进行了对比,壁面砰击压力和自由面波形吻合较好。杨亚强^[18]应用改进 MPS 方法对液舱晃荡进行了系统研究,包括激励频率和充液率对晃荡的影响、不同自由度激励下的晃荡特征、二维三维矩形或薄膜形液舱的晃荡,以及水平或垂直隔板对砰击压力和自由面破碎的抑制作用等。Zhang 等^[19-20]将 MPS 与有限元方法结合,研究了弹性液舱内的晃荡现象以及弹性隔板对晃荡的抑制效果。Wen 等^[21-22]开发了多相流 MPS 方法,并将该方法应用到双层和三层流体的晃荡问题中,计算波高和砰击压力与实验结果吻合较好。

虽然 MPS 方法可以对液舱晃荡问题进行有效地模拟,但其应用还大多数集中于二维问题。为实现

MPS 方法在三维液舱晃荡上的应用, 首先要解决的问题是提高计算效率. 目前, 常用的技术是多 CPU 并行计算, 但是平衡每个 CPU 的计算负载具有一定的难度. 图像处理器 GPU 最初被用来做图像运算工作, 但由于其具有丰富的计算核心, 十分适合大规模并行计算, 目前已经广泛应用在人工智能、环境监测等领域. 近几年, 将 GPU 并行加速技术应用到 MPS 方法中的研究也在逐步开展中. Hori 等^[23]开发了 GPU 加速的 MPS 方法程序, 并对 11 万粒子的二维溃坝算例进行了模拟, 加速比达到 7 倍. Zhu 等^[24]通过对 GPU 不同内存使用的优化, 大幅度提高了计算效率, 对 22 万粒子的二维溃坝问题加速比达到 26 倍. Kakuda 等^[25-26]采用 MPS 方法在 GPU 设备上模拟了二维和三维溃坝问题, 加速比分别为 12 倍和 23 倍. 李海洲等^[27]对 MPS 的邻居粒子搜寻和压力泊松方程进行了 GPU 加速, 模拟了三维带障碍物溃坝和晃荡问题, 每部分加速比均可达到 10 倍左右. Chen 和 Wan^[28]在 CUDA 平台上开发了 GPU 加速的 MPS 方法求解器, 并将其应用于模拟三维溃坝和液舱晃荡, 加速比可以达到 22 倍.

本文将 GPU 加速技术与 MPS 方法相结合, 开发了 MPSGPU-SJTU 求解器, 对 LNG 型液舱晃荡进行了数值模拟. 通过三种不同粒子间距的数值计算验证了求解器的收敛性, 其中最大的计算粒子个数达到 200 万. 将 GPU 模拟结果与实验数据进行对比, 并与 CPU 求解器对比计算效率, 验证了 MPSGPU-SJTU 求解器的计算性能. 本文还进一步研究了在不同充液率情况下 LNG 型液舱和方型液舱的不同晃荡现象, 并对水和 LNG 两种不同介质的液舱晃荡特征进行了对比.

1 MPS 数值方法

MPS 方法是一种典型的基于拉格朗日描述流场的无网格粒子类方法, 它最先由 Koshizuka 和 Oka^[29]在 1996 年提出, 并用于模拟二维溃坝问题. 该方法不需要离散 N-S 方程的对流项, 可以有效地避免对流项离散而引起的数值发散问题, 同时计算过程不需要使用网格, 省去了网格生成与重构的繁杂过程, 并且该方法易于追踪捕捉大变形或强非线性破碎的自由面. 鉴于以上优点, 越来越多的研究人员对 MPS 进行了深入研究, 改进其数值模型提高计算精度, 并将其应用于剧烈流动问题. 在此, 将简要介绍本文所采用的 MPS 方法的数值模型.

1.1 控制方程

对于黏性不可压缩流体, MPS 方法的控制方程包含连续方程和 N-S 方程

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{g} \quad (2)$$

式中, \mathbf{V} 为速度矢量, ρ 为流体密度, t 为时间, P 为压力, ν 为运动黏性, \mathbf{g} 为重力加速度矢量.

1.2 核函数

在 MPS 方法中, 控制方程的微分项都是通过目标粒子与周围邻居粒子之间的相互作用来表征, 核函数的主要作用是作为加权平均的权函数. 原始的核函数^[29]如式(3)所示, 当两个粒子距离很近时, 核函数值会变得非常大, 导致数值计算的不稳定. 因此, 本文采用了一种无奇点的核函数^[30], 如式(4)所示

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1, & 0 \leq r < r_e \\ 0, & r_e \leq r \end{cases} \quad (3)$$

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{0.85r + 0.15r_e} - 1, & 0 \leq r < r_e \\ 0, & r_e \leq r \end{cases} \quad (4)$$

式中, r_e 为粒子相互作用半径, r 为两个邻居粒子的距离. 其中, 在粒子数密度模型和梯度模型中 $r_e = 2.1l_0$, 在拉普拉斯模型中 $r_e = 4.01l_0$, l_0 为初始粒子间距.

1.3 粒子作用模型

MPS 方法中, 控制方程中的微分算子都是基于粒子模型来进行离散的. 本文将介绍 MPS 方法中几个重要的粒子模型: 梯度模型^[31](式(5))、散度模型^[26](式(6))和拉普拉斯模型^[26](式(7))

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\phi_j + \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (5)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{V} \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{(\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (6)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \cdot |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)} \quad (8)$$

式中, ϕ 为任一物理量, D 为空间维度, n^0 为初始粒子数密度, \mathbf{r} 为粒子坐标向量. 式 (8) 是一种守恒格式, 其推导源于非定常扩散问题, 是为了使数值结果与扩散方程的解析解相一致.

1.4 不可压缩模型

原始的压力泊松方程源项^[26](式 (9)) 完全基于粒子数密度^[26](式 (10)), 而粒子数密度场不光滑必然导致压力场的不光滑. Lee 等^[32] 在 2011 年提出了一种结合速度散度和粒子数密度两个不可压缩条件的混合源项法, 如式 (11)

$$\langle \nabla^2 P^{k+1} \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (9)$$

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (10)$$

$$\langle \nabla^2 P^{k+1} \rangle_i = (1 - \gamma) \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{V}_i^* - \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (11)$$

式中, Δt 为时间步长, \mathbf{V}_i^* 为临时粒子速度矢量, n^* 为临时粒子数密度, γ 为常数取 0.01.

1.5 自由面粒子判断

由于在 MPS 方法中, 自由面粒子的压力被设为零作为压力边界条件, 因此正确判断自由面粒子对数值模拟精度至关重要. 原始的 MPS 方法中, 当粒子数密度满足

$$\langle n \rangle_i < \beta \cdot n^0 \quad (12)$$

就被判断为自由面粒子, β 为一常数. 但是该判断方法精度不高, 尤其当流动剧烈时, 流体内部粒子常常会出现较小的粒子数密度, 容易造成误判. 因此, Zhang 和 Wan^[30] 基于自由面粒子周围邻居粒子的不对称性分布如图 1 所示, 提出了一种新的自由

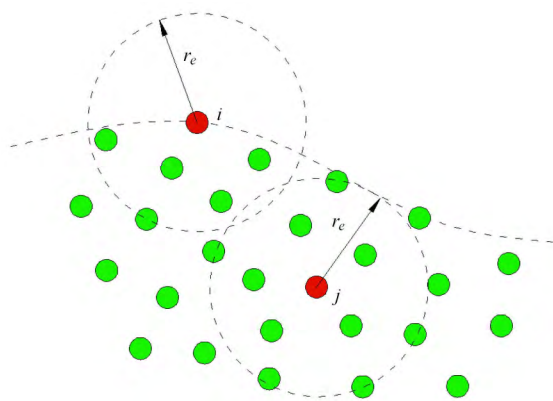


图 1 自由面粒子判断
Fig. 1 Free surface detection

面粒子判断方法

$$\mathbf{F}_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) W(r_{ij}) \quad (13)$$

$$|\mathbf{F}| > 0.9 |\mathbf{F}^0| \quad (14)$$

式中, $|\mathbf{F}^0|$ 为 $|\mathbf{F}|$ 的初始值. 当目标粒子满足式 (14) 则被判断为自由面粒子.

1.6 边界条件

为了避免核函数在壁面处的截断, MPS 方法采用布置多层粒子 (一层壁面粒子, 两层虚拟粒子) 的方式保证壁面附近流场压力光滑和避免粒子穿透, 如图 2 所示. 壁面粒子的压力将和流体粒子一起参与压力泊松方程求解, 虚拟粒子的压力将通过周围粒子插值得到.

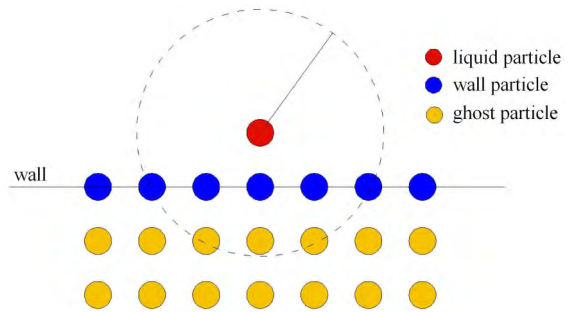


图 2 边界粒子示意图
Fig. 2 Schematic of boundary particles

1.7 计算流程

MPS 方法采用半隐式方法求解流体的压力和速度. 每一个时间步迭代主要包含预测和修正两个部分. 第一步是根据重力和黏性力计算出流体的临时速度, 如式 (15) 和式 (16). 第二步是由式 (11) 计算得到粒子的压力, 根据压力场计算修正流体的速度和更新粒子的位置, 如式 (17) 和式 (18)

$$\Delta \mathbf{V}_i^* = \Delta t (\nu \nabla^2 \mathbf{V}_i^n + \mathbf{g}) \quad (15)$$

$$\mathbf{V}_i^* = \mathbf{V}_i^n + \Delta \mathbf{V}_i^* \quad (16)$$

$$\mathbf{V}_i^{n+1} = \mathbf{V}_i^* - \Delta t \frac{1}{\rho} \nabla P^{n+1} \quad (17)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \mathbf{V}_i^{n+1} \quad (18)$$

2 GPU 并行加速技术

从上述 MPS 方法介绍中, 不难发现除了求解压力泊松方程, 每个粒子的计算都是独立的. 研究人员在采用 CPU 并行加速技术时发现, 增加 CPU 计

算核心数可以有效地提高 MPS 方法的计算效率. 相比 CPU, GPU 由于在相同芯片面积情况下划分了更多的算术逻辑单元 ALU 如图 3 所示, 天然的众核硬件构架形式决定了 GPU 十分适合大规模并行科学计算.

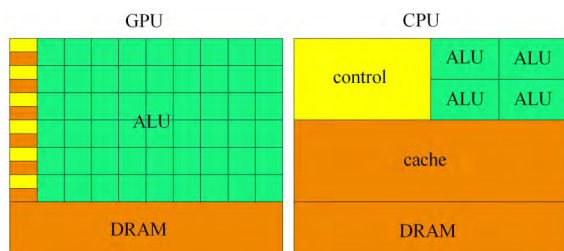


图 3 GPU 和 CPU 的硬件架构

Fig. 3 The hardware frameworks of GPU and CPU

本文采用 CUDA 语言进行适用于 CPU 和 GPU 异构平台的求解器开发, 它是由著名的半导体生产商 NVIDIA 公司推出的一种能以 NVIDIA 公司生产的 GPU 作为通用并行计算设备的开发平台. CUDA^[33] 使用 C 语言为基础, 可以直接以大多数人熟悉的 C 语言, 写出在显示芯片上执行的程序, 而不需要去学习特定的显示芯片的指令或是特殊的结构. 在 CUDA 的架构下, 一个程序分为两个部份: 主机端和设备端. 主机端是指在 CPU 上执行的部份, 而设备端则是在 GPU 上执行的部份. 设备端的程序又称为 kernel. 通常主机端程序会将数据准备好后, 复制到 GPU 显存中, 再由 GPU 执行设备端程序, 完成后再由主机端程序将结果从显存中取回.

如图 4 所示, 在初始阶段, 主机端程序将粒子数据和参数从 CPU 拷贝到 GPU 中. 此后, MPS 方法的整个计算流程都由设备端程序实现在 GPU 上的高效并行运算. 在整个计算流程中, 所有的数据都保存在显存中, 这样避免了在 CPU 和 GPU 之间数据传输的时间消耗. 最终计算完成后, 才将数据从 GPU 拷贝到 CPU 中进行保存. MPS 方法在 GPU 端的程序计算主要包括以下 8 个步骤:

- (1) 划分背景网格, 搜寻邻居粒子, 建立邻居粒子表.
- (2) 采用显式方法计算黏性力和重力.
- (3) 更新粒子的临时速度.
- (4) 计算粒子数密度.
- (5) 判断自由面粒子.
- (6) 构建压力泊松方程, 采用隐式方法计算流场

压力.

(7) 插值得到第二类边界粒子压力, 计算压力梯度.

(8) 更新粒子速度和位置.

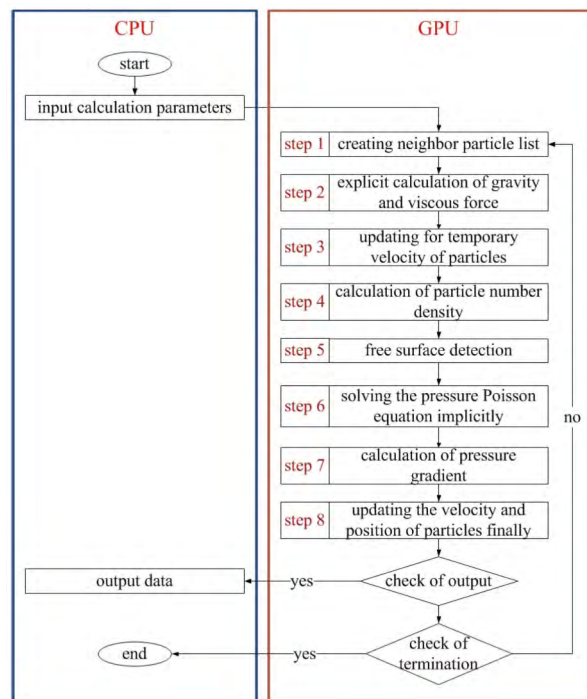


图 4 MPS 在 GPU 上运行的流程图

Fig. 4 The flow chart of MPS on GPU

3 数值模拟

本文采用自主开发的求解器 MPSGPU-SJTU 在 GPU 设备上数值模拟. 为了验证 GPU 求解器的计算效率, 本课题组开发的另一个在 CPU 设备上运行的求解器 MLParticle-SJTU 被用来作为对比. MLParticle-SJTU 求解器已经应用于许多剧烈流动问题的模拟, 如溃坝^[34]、晃荡^[18]、入水^[35]、流固耦合^[19]、波物作用^[36]、多相流^[37]等. MPSGPU-SJTU 和 MLParticle-SJTU 都是部署在高性能计算集群上运行. CPU 为英特尔 E5-2680, 主频 2.8 GHz. GPU 为英伟达 P100, 拥有 3584 个 CUDA 核心, 16 GB 显存. 两个求解器的数据格式均为双精度格式, 计算环境参数如表 1 所示.

本文选取了蔡忠华^[38]在 2012 年的三维 LNG 型液舱实验模型作为数值模型进行模拟. 图 5 展示了液舱的示意图, 液舱长为 0.834 m, 宽为 0.664 m, 高为 0.477 m, 水深为 0.334 m, 充液率到达 70%. 液舱

表 1 高性能计算集群参数

Table 1 The computing environment of HPC cluster

	GPU	CPU
card	Tesla P100	Intel(R) Xeon(R) E5 – 2680 v2, 2.80 GHz
memory	16 GB	DDR3 1866 MHz, 64 GB
max cores	3584	20 per node
programming language	CUDA C/C++	C++

表 2 计算参数

Table 2 Computational parameters

Parameters	Value
water density	1 000 kg/m ³
kinematic viscosity	1 mm ² /s
gravitational acceleration	9.81 m/s ²
time step	0.5 ms
particle spacing	4.5 mm
	6 mm
	7.5 mm
fluid number	1 925 286
	804 115
	400 599
wall number	319 386
	178 680
	115 164
total number	2 244 672
	982 795
	515 763
sloshing amplitude	8°
excitation frequency	0.85 Hz

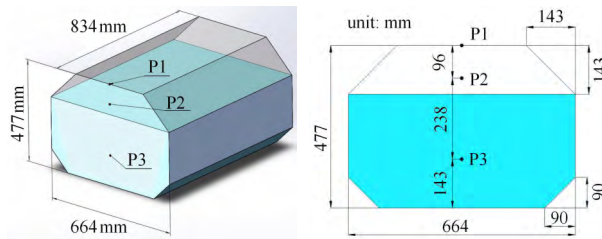


图 5 LNG 型液舱模型示意图

Fig. 5 Schematic of LNG tank

将在转动激励作用下作纵摇简谐运动, 运动方程如式 (19)

$$\theta = \theta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (19)$$

式中, θ_0 为液舱转动幅度, 设为 8° , ω 为激励频率, 设为 0.85 Hz . 在液舱的侧面, 布置了 3 个压力监测点, 来监测侧壁面的砰击压力.

3.1 粒子间距收敛性验证

本文首先对 MPS 方法的空间收敛性进行了验证. 选取了细 (fine) 中 (middle) 粗 (coarse) 三种不同的粒子分辨率, 间距分别为 4.5 mm , 6 mm 和 7.5 mm , 最大的粒子数达到了 220 万, 时间步长统一取为 0.5 ms , 具体计算参数见表 2.

图 6 展示了 P2 压力监测点处的压力变化曲线. 从图中可以看到, 3 种粒子间距的计算结果趋势基本一致. 表 3 统计了 3 种粒子间距从 10s 到 20s 内 P2 监测点的最大砰击压力平均值. 从表中可以看到, 3 种粒子间距的砰击压力差别不大, 说明了求解器的收敛性良好. 本节选取了 3 种粒子间距数值模拟中间的 1000 个时间步, 不包含保存数据, 得到平均每一时间步的计算总时间 (total), 压力泊松方程求解时间 (PPE) 和除压力泊松方程求解以外其他所有步骤的计算时间 (others). 从图 7 和表 4 中可以看到, 中粒子分辨率的单步计算时间大概是 1.146 s , 大概是粗粒子分辨率的 2 倍, 细分辨率的 $1/3$. 考虑计算精

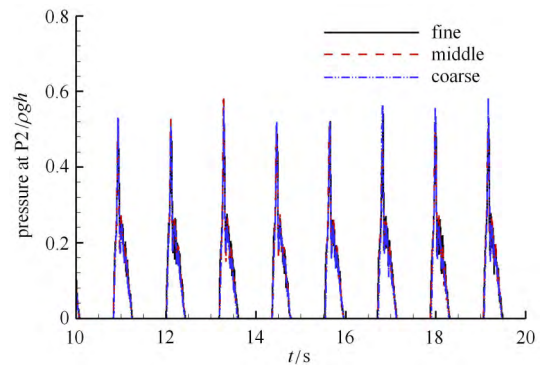


图 6 不同粒子间距在 P2 处的砰击压力

Fig. 6 The impact pressure at P2 of different particle resolutions

表 3 不同粒子间距在 P2 处的砰击压力

Table 3 The impact pressure at P2 of different particle resolutions

	Fine	Middle	Coarse
pressure peak at P2 /Pa	1 652.5	1 651.2	1 707.5

表 4 不同粒子间距的计算时间

Table 4 The computation times of different particle resolutions

	Fine	Middle	Coarse
others/s	0.132	0.054	0.029
PPE/s	3.326	1.092	0.507
total/s	3.458	1.146	0.536

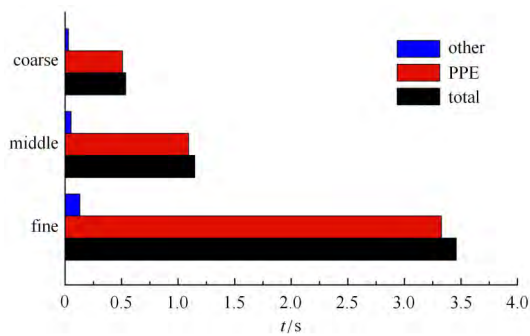


图 7 不同粒子间距的计算时间

Fig. 7 The computation times of different particle resolutions

度和计算时间, 本文后续数值模拟选取粒子间距为 6 mm.

3.2 数值结果验证

图 8 展示了一个周期内 LNG 型液舱晃荡的典型

型时刻流场图. 通过比较, GPU 与 CPU 求解器模拟的流场基本一致. 从图 8(a) 中观察到, 当液舱向左端倾斜时, 流体也顺势向左端移动, 此时自由液面呈现一定程度的内凹形状. 随着液舱继续向左端倾斜, 流体沿着液舱顶部斜边向上爬升, 并拍击在顶部的两个拐角处, 此时左端的自由液面和压力场都呈现出 U 字形. 当液舱运动到最大幅值时, 沿液舱顶部斜边爬升的两股流体在液舱顶部汇聚, 并在顶部的正中心位置出现一个局部高压区. 此时, 流体沿着液舱顶部拐角向右流动形成两股射流, 并伴有流体的飞溅. 随后, 液舱开始向右端倾斜, 流体在惯性作用下依旧沿舱壁爬升, 并沿着液舱的中纵剖面形成一股射流. 随着液舱继续向右转动, 流体也随之往右运动, 从图 8(a5) 中可以看到, 靠近前后舱壁的自由液面变得平坦, 而液舱正中间的液面拱起明显高于其余部分的自由面, 自由液面呈现出 W 字形. 随着液舱继续向

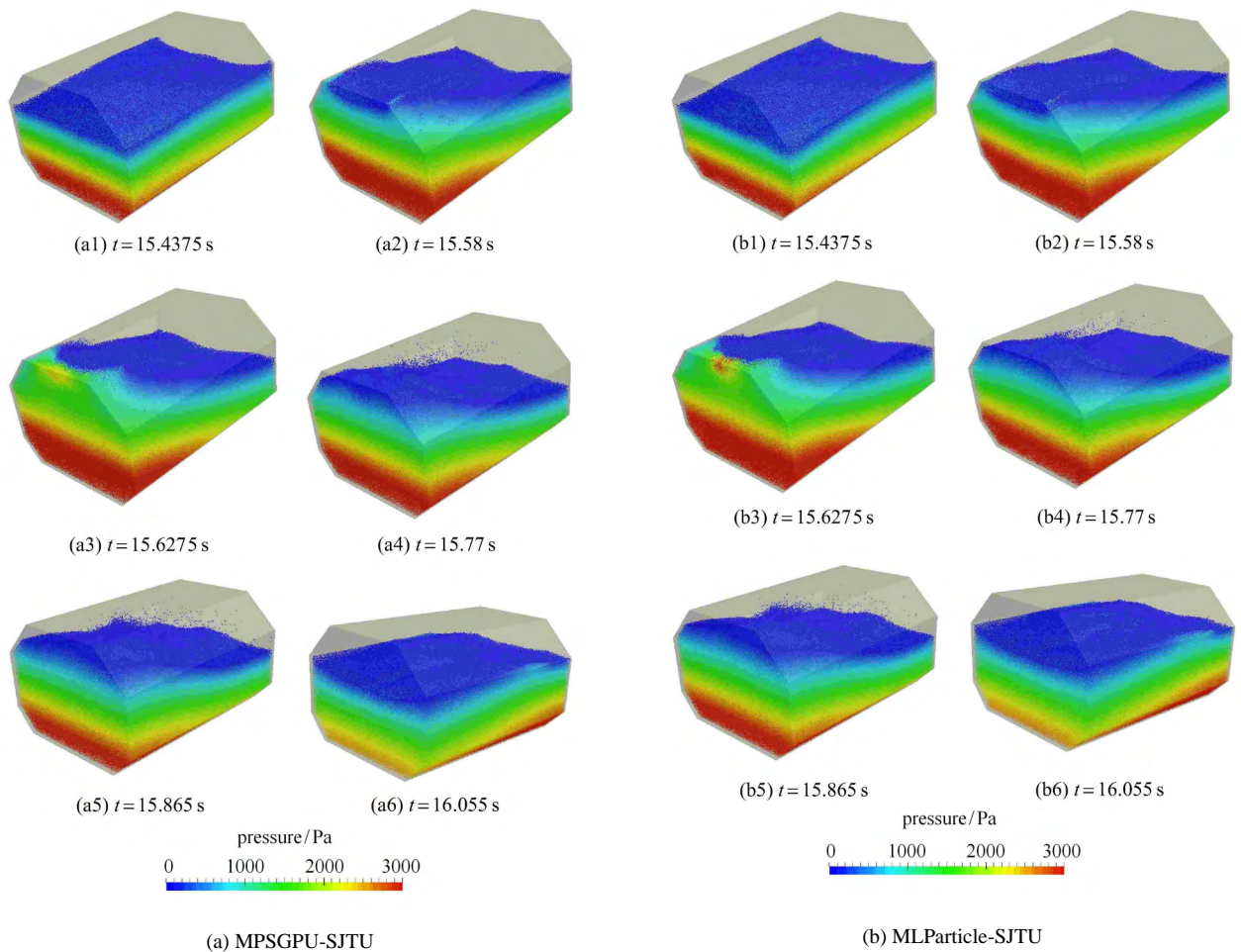


图 8 GPU 和 CPU 模拟的液舱晃荡流场图

Fig. 8 The flow fields of liquid sloshing by GPU and CPU simulations

右端倾斜, 中间拱起的液面迅速平复, 而靠近前后舱壁的自由液面迅速抬升, 液面又重新呈现出 U 字形. 最终, 流体随着液舱的纵摇运动而表现出周期性的晃动.

图 9 展示了 P2 点处各研究的碎击压力时历曲线. 图 10 展示了 P2 点处一个晃荡周期内的压力变化. MPSGPU-SJTU 求解器计算的碎击压力曲线与其他模拟和实验结果能够较好地吻合, 碎击压力的起始时刻和峰值基本一致. 实验数据可以明显的看到有两个压力峰值, 并在第一个压力峰值过来有明显的波动, 但 GPU 数值模拟结果一个周期内存在连续 3 个压力峰值, 并且后 2 个压力峰值大于实验结果, 这可能是因为本文采用的 MPS 方法未采用多相流模型考虑气体卷入的影响. 总体上, MPSGPU-SJTU 求解器能够较准确地预测晃荡产生的壁面碎击压力.

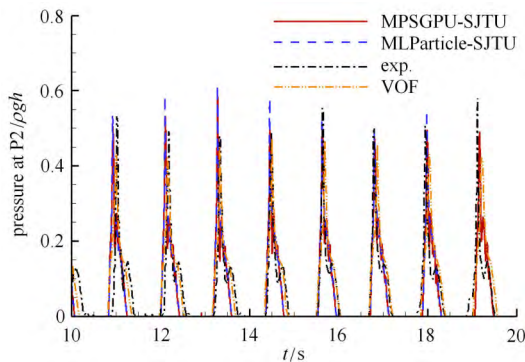


图 9 不同研究在 P2 处的碎击压力

Fig. 9 The impact pressure at P2 of different researches

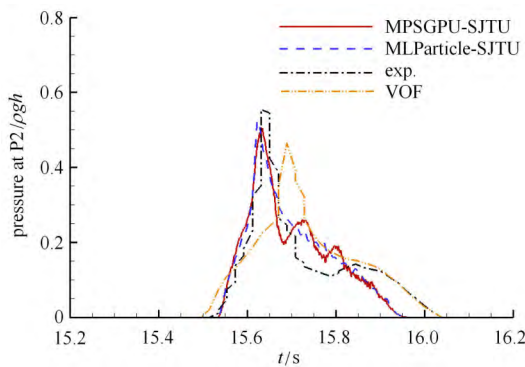


图 10 P2 处碎击压力的放大图

Fig. 10 The enlarged signals of impact pressure at P2

与上节相同, 本节同样选取了数值模拟中间的 1000 个时间步进行对比. 表 5 和图 11 显示了不同核数 CPU 和 GPU 的单步计算时间, 压力泊松方程的

求解依旧是 MPS 方法中最耗时的部分, 占总体计算时间的 90%. 随着 CPU 的计算核心数的增加, 计算时间会逐步减少. 而对比 GPU 和 CPU, 无论是压力泊松方程求解还是其他部分计算, GPU 的计算时间则大大地短于 CPU. 从图 12 中可以发现, 其他部分的加速比远远大于压力泊松方程, 但求解压力泊松方程的加速效果对 MPS 方法整体的计算效率起着决定性作用, 如何采用 GPU 加速技术减少压力泊松方程计算时间依旧是需要解决的难点. 在总计算时间上, GPU 对单核 CPU 的加速比达到了 106 倍, 对 8 核 CPU 的加速比达到了 22 倍, 证明 GPU 并行加速是一种稳定可靠且适合于 MPS 方法的技术. 加速比 r_s 可以通过式 (20) 计算得到

$$r_s = \frac{t_{CPU}}{t_{GPU}} \quad (20)$$

表 5 GPU 和 CPU 的计算时间

Table 5 The computation times of GPU and CPU

	GPU	CPU 8 cores	CPU 4 cores	CPU 2 cores	CPU 1 core
others/s	0.054	2.263	3.159	6.150	12.051
PPE/s	1.092	22.611	33.987	61.198	109.334
total/s	1.146	24.874	37.407	67.348	121.385

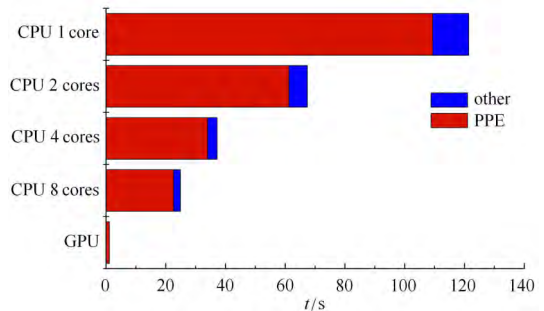


图 11 GPU 和 CPU 的计算时间

Fig. 11 The computation times of GPU and CPU

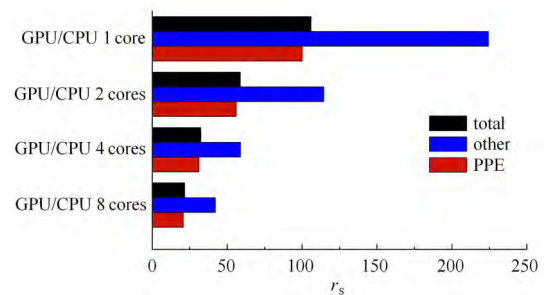


图 12 GPU 加速比

Fig. 12 The speedup ratio of GPU

3.3 不同液舱构型晃荡对比

在以往的研究中,实验和数值模拟的液舱构型通常为方型,而实际液货船的液舱通常如图 5 所示为菱形.因此,本节将在 70%, 50% 和 30% 三种不同充液率情况下,对方型液舱和 LNG 型液舱内的晃荡现象进行对比,分析两者不同.方型液舱模型如图 13 所示,液舱主尺度和测压点的布置均与 LNG 型液舱保持一致.主要计算参数和 3.2 节一样,粒子间距取 6 mm,时间步长取 5 ms,3 种不同充液率的纵摇幅度均取为 8°,激励频率分别为 0.85 Hz (70%), 0.75 Hz (50%), 0.65 Hz (30%),接近于不同充液率下的一阶固有频率.

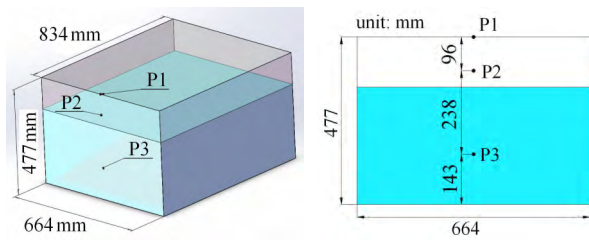


图 13 方形液舱模型示意图

Fig. 13 Schematic of rectangular tank

3.3.1 70% 充液率对比

图 14 展示了方型液舱的晃荡流场图.液舱内流体同样随着液舱的纵摇运动而产生周期性的晃动.如图 14(a) 所示,当液舱向左端倾斜时,自由液面上存在一个向左移动隆起的水头.水头的高度基本一致,自由液面并未像图 8(a1) 中出现 U 字形.当液舱继续向左端倾斜时,靠近液舱左端的水体堆积在一起,形成了台阶状.水体沿着舱壁向上爬升,整体拍击在了液舱顶部的拐角处,形成了带状的高压区,与 LNG 型液舱晃荡仅在一小块区域形成高压区不同.随后,流体沿着顶部舱壁向右流动形成了一平面射流,从图 14(d) 中可以清晰地看到流体的飞溅.最终,翻卷的自由液面在重力的作用下回落,又形成了一个隆起的水头,随着液舱向右端的转动而移动.

图 15 和图 16 是不同液舱构型在连续几个周期和一个周期内的砰击压力时历曲线对比.对比二者结果,方型液舱 3 个压力监测点的砰击压力峰值都明显大于 LNG 型液舱.当液舱转动到最大幅值时,流体拍击在液舱顶部的拐角,形成了 P1 点的瞬时峰值,P2 和 P3 的最大砰击压力也出现在这个时刻.对于 P1,方型液舱的平均最大压力值为 3350 Pa,比

LNG 型液舱的平均最大压力值大了 900 Pa.对于 P2,方型液舱的平均最大压力值为 2600 Pa, LNG 型液舱为 1600 Pa.通过观察 P2 点处的砰击压力曲线发现,方型液舱的砰击压力在一个周期内出现了连续的两

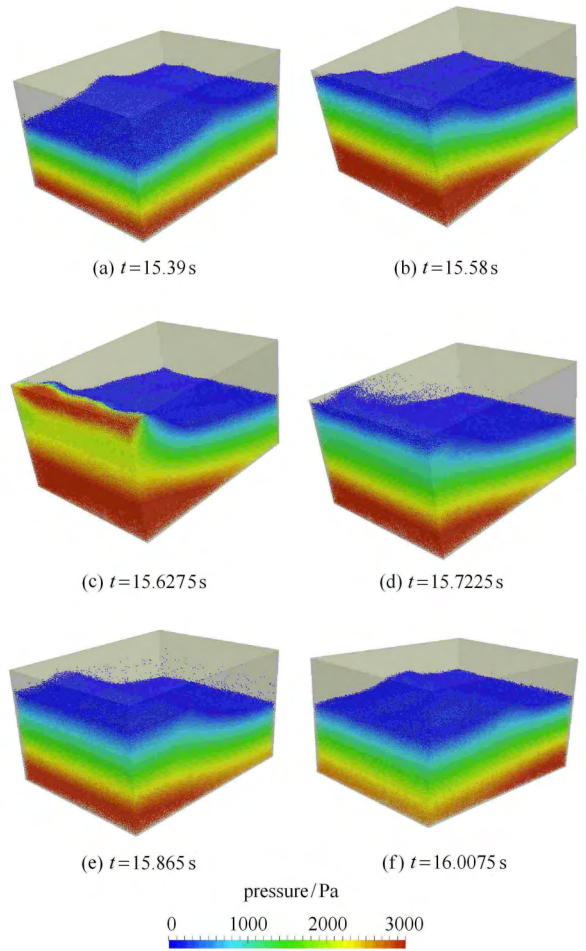
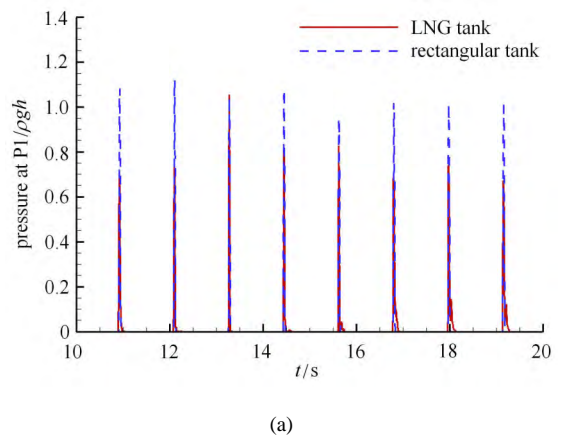


图 14 方形液舱晃荡流场图

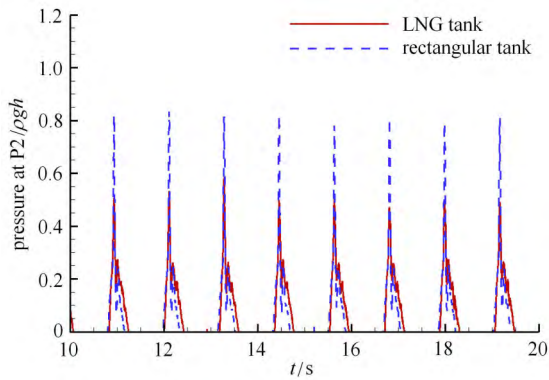
Fig. 14 The flow fields of liquid sloshing in rectangular tank



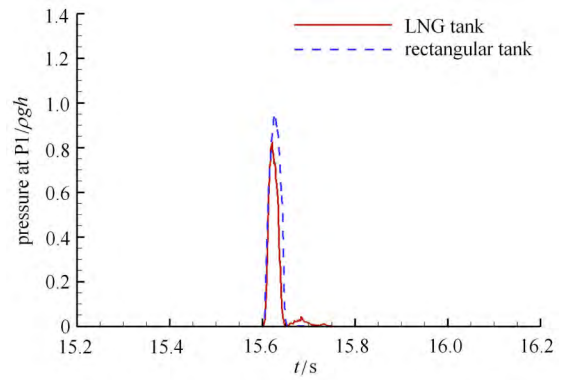
(a)

图 15 不同液舱构型的砰击压力

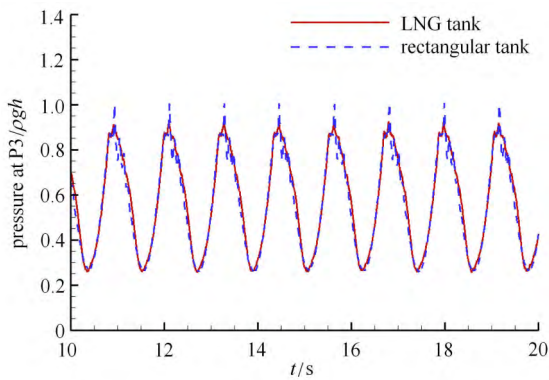
Fig. 15 The impact pressure in different tanks



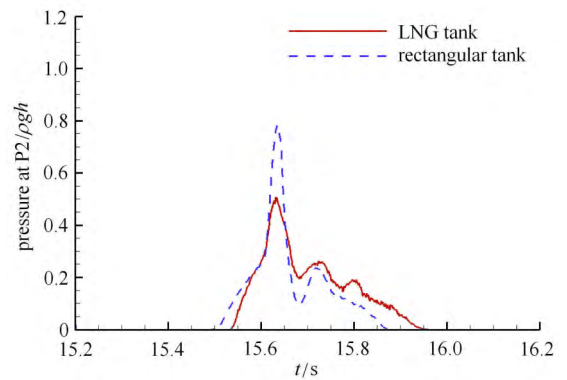
(b)



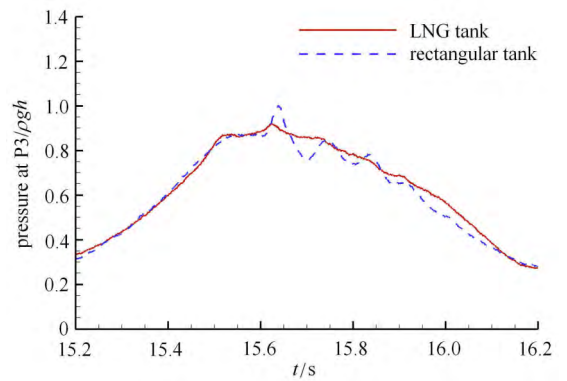
(a)



(c)



(b)



(c)

图 15 不同液舱构型的撞击压力 (续)

Fig. 15 The impact pressure in different tanks (continued)

个峰值, 而 LNG 型液舱则有 3 个峰值. P2 处的第二个峰值是由于液舱开始向右端转动, 拍击在液舱顶端的流体因为反作用力向下流动, 而底部的流体因为惯性仍向上流动, 二者的运动不同向造成了第二个峰值, 如图 8(a4) 和图 14(d) 所示. LNG 型液舱 P2 处的第三个峰值的存在是因为两边流体向中间挤压在中纵剖面处形成液面的拱起而造成的, 如图 8(a5) 所示. 对于 P3 压力检测点, 两种构型的压力峰值差别较小, 静水压力为主要组成部分, 拍击动压所占比例较少. 但是方型液舱由于自由液面整体起伏较大, 在 P3 的压力曲线上出现几个小的压力峰值. 而 LNG 型液舱自由液面相对平坦, P3 处的压力基本仍旧表现为正弦变化. 在充液率 70% 的情况下, LNG 型的液舱构型设计更为合理, 可以有效地减少液体晃动对舱壁的撞击, 更好地保护舱室结构.

图 16 撞击压力的放大图

Fig. 16 The enlarged signals of impact pressure

3.3.2 50% 充液率对比

图 17 展示了 LNG 型液舱的流场图, 对比图 8, 50% 充液率下 LNG 液舱内的自由液面变化更加剧烈. 由于底部和顶部斜边的存在, LNG 液舱晃动呈现出非常强的三维特征. 对比图 8(a), 图 17(a) 中自由液面的内凹形状更加明显, 并且图 17(e) 中流体的

飞溅现象更加显著. 但从图 18 中可以看到, 方型液舱的自由液面整体十分的平整, 流体晃荡运动幅度很小. 图 18(c) 中仅有少量流体拍击到液舱顶部, 随后自由面出现了小幅度的翻卷并落回整体流场.

图 19 和图 20 展示了 50% 充液率下 LNG 型液舱和方型液舱不同监测点的压力时历曲线. 从图中

可以发现, LNG 型液舱 P1 和 P2 处的最大砰击压力大于方型液舱, 这是因为流体沿着液舱斜边爬升在顶部中央拍击形成一个局部高压区. P3 点处两种液舱构型的压力基本相同, 因为静水压力占据着主导成分. 两种液舱构型在 P2 点处的压力曲线均表现出双峰值的现象, 第一个峰值与 P1 点的峰值对应, 是

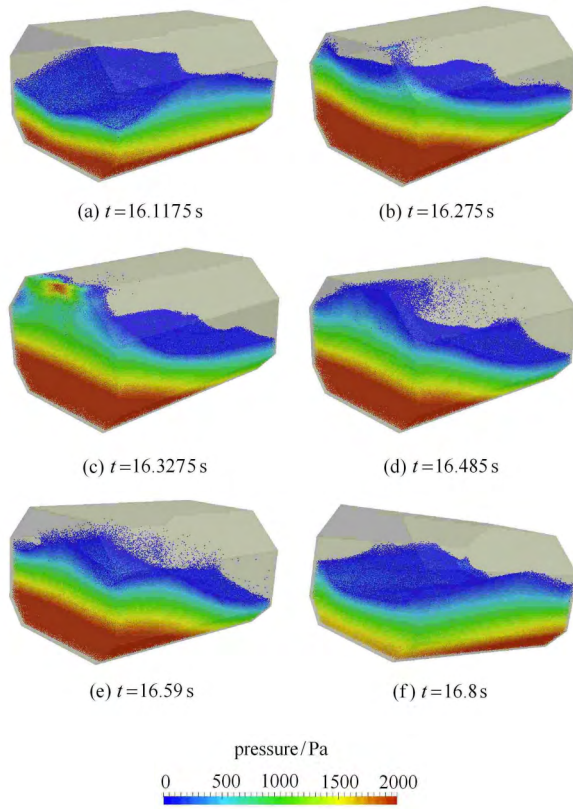


图 17 LNG 型液舱晃荡流场图

Fig. 17 The flow fields of liquid sloshing in LNG tank

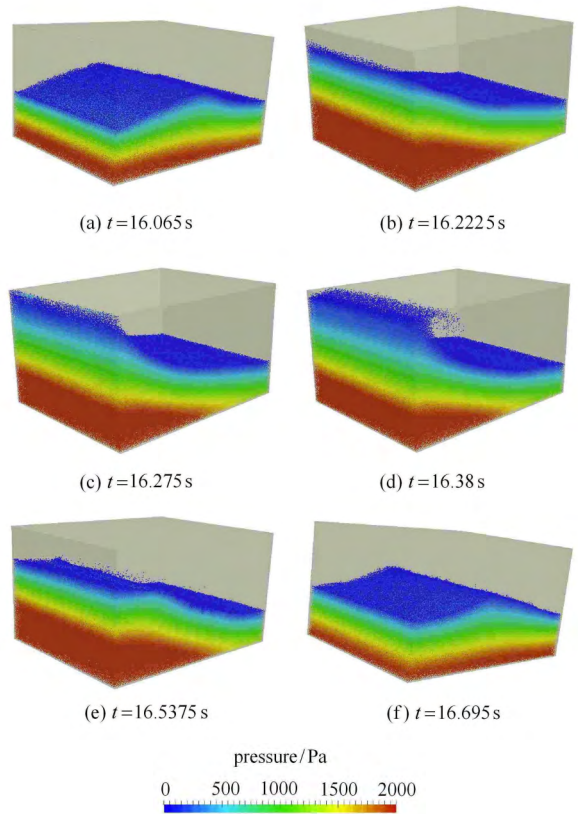


图 18 方型液舱晃荡流场图

Fig. 18 The flow fields of liquid sloshing in rectangular tank

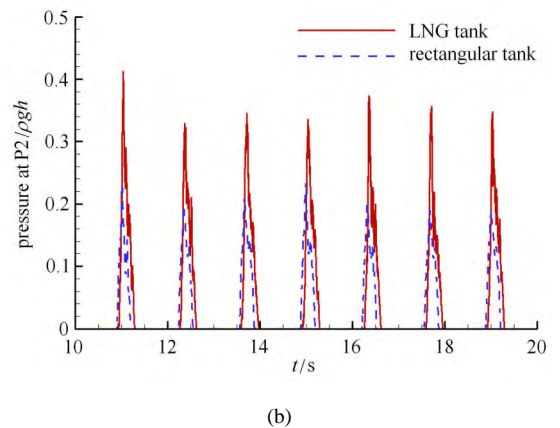
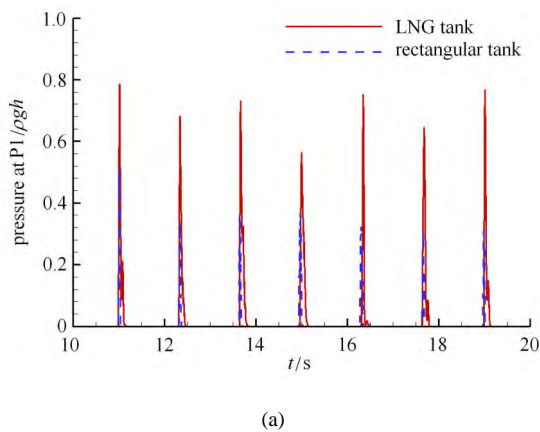
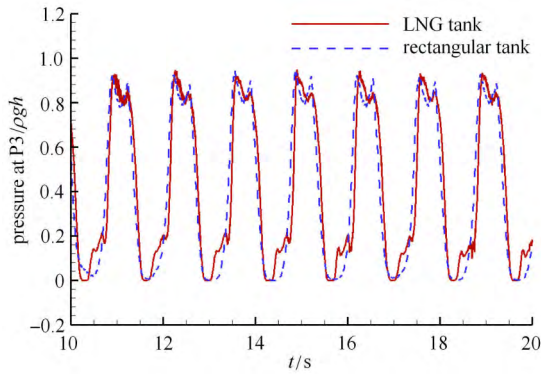


图 19 不同液舱构型的砰击压力

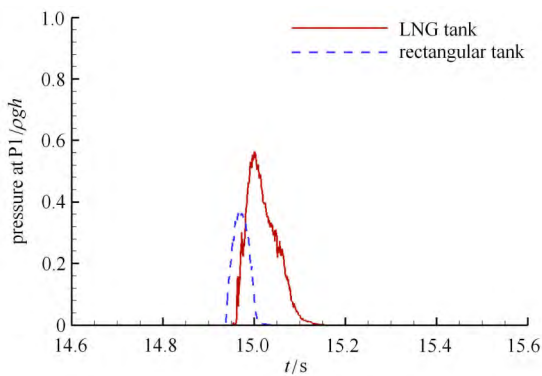
Fig. 19 The impact pressure in different tanks



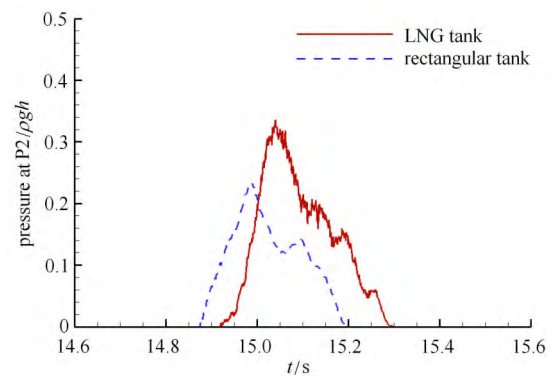
(c)

图 19 不同液舱构型的碎击压力 (续)

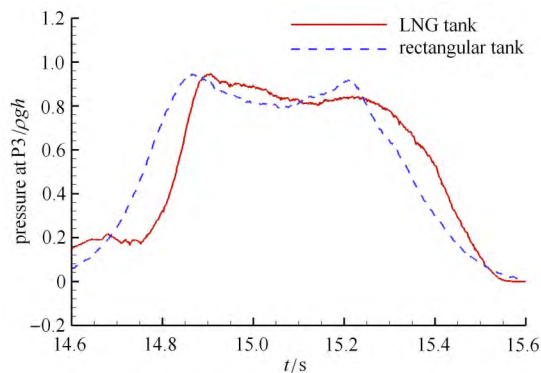
Fig. 19 The impact pressure in different tanks (continued)



(a)



(b)



(c)

图 20 碎击压力的放大图

Fig. 20 The enlarged signals of impact pressure

由流体拍击在液舱顶部造成,第二个峰值是拍击流体回落到自由液面产生的. P3 监测点处的压力也同样存在着双峰值,流体随着液舱的运动沿舱壁爬升形成了第一个压力峰值,自由液面的回落则产生第二个压力峰值.对于 3 个压力监测点,方型液舱的最

大压力峰值时间都早于 LNG 型液舱.这是因为方型液舱在晃动过程中自由面平整,LNG 型液舱的自由面则呈现凹字形向中间凸起的变化过程,而压力监测点布置在液舱的中纵剖面上,所以 LNG 型液舱的压力峰值呈现一定的滞后性.

3.3.3 30% 充液率对比

图 21 和图 22 展示了 LNG 型和方型液舱晃荡的流场图. LNG 型液舱晃荡的自由面仍然存在着较强的三维特征. 在晃荡波传播过程中, 自由面呈现凹型, 仍在液舱顶部中间形成高压区, 液体回落过程中呈现出 W 字形. 方型液舱在 30% 充液率的情况下, 也呈现出了一定的三维特征. 从图 22(c) 中可以看到, 方型液舱顶部存在着 3 个砸击区, 并与图 21(c) 对比, 方型液舱的中纵剖面处的流体连续性不如 LNG 型液舱. 当流体回落向另一个方向运动时, 方型液舱的侧壁附近流体呈现出 M 字形.

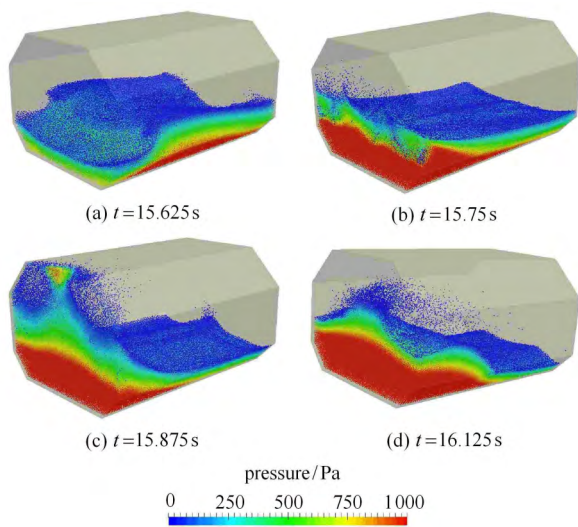


图 21 LNG 型液舱晃荡流场图

Fig. 21 The flow fields of liquid sloshing in LNG tank

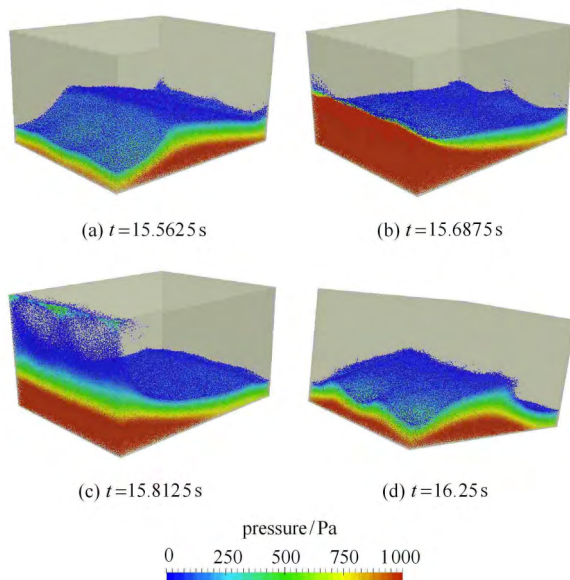
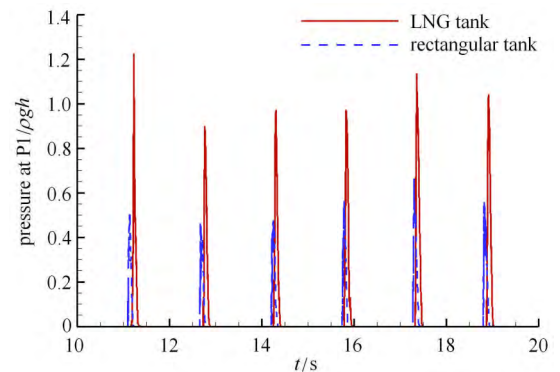


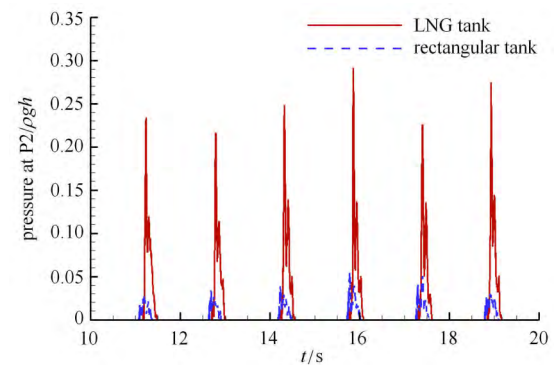
图 22 方型液舱晃荡流场图

Fig. 22 The flow fields of liquid sloshing in rectangular tank

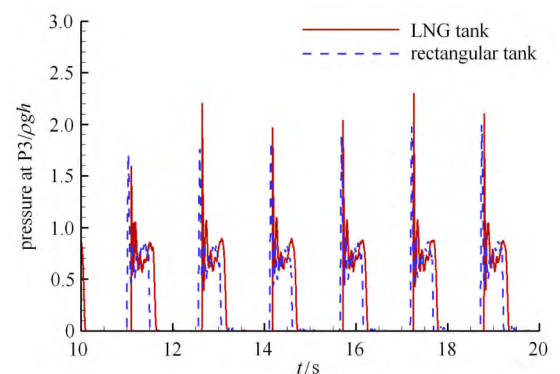
图 23 展示了不同压力监测点的压力变化曲线, 图 24 展示了一个周期内的压力变化放大图. 从图中可以看到, 两种液舱构型的压力差别基本与 50% 充液率情况相同. 对于 P1 和 P2 点, 方型液舱的压力明显小于 LNG 型液舱, 其中方型液舱在 P2 点处几乎没有压力, 这是因为飞溅的流体与下部流体存在着间断. 由于液舱充液率较低, 晃荡过程中流体的拍击飞溅等强非线性现象明显, 自由液面变化复杂,



(a)



(b)



(c)

图 23 不同液舱构型的砸击压力

Fig. 23 The impact pressure in different tanks

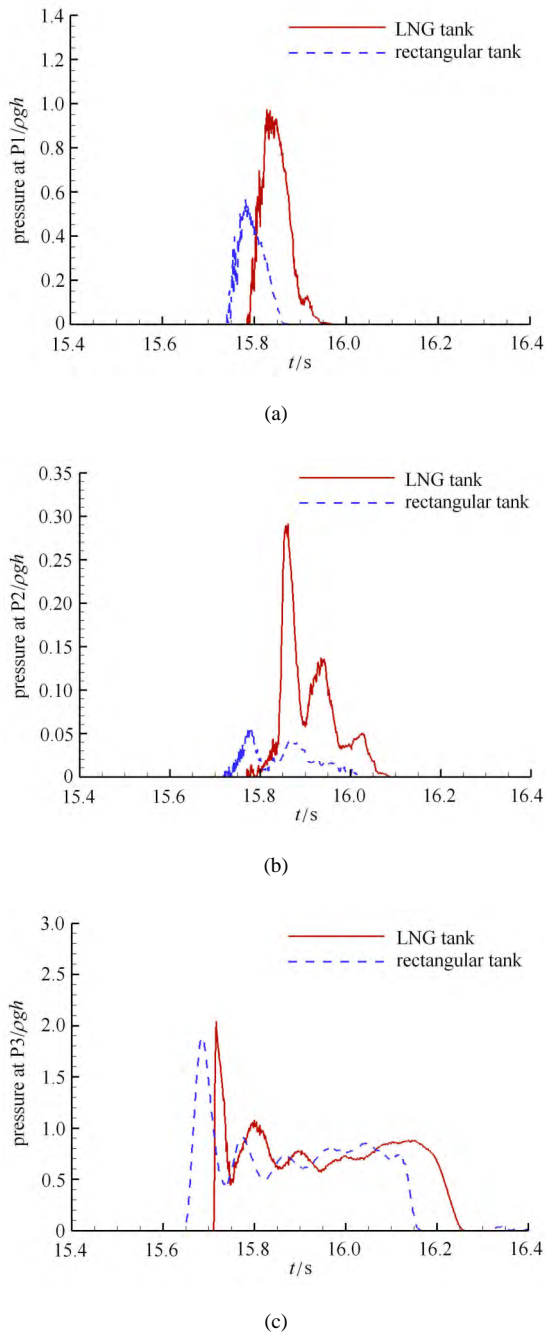


图 24 砰击压力的放大图

Fig. 24 The enlarged signals of impact pressure

所以两种液舱构型 P3 点处的压力在第一个峰值后均出现连续的波动。

3.4 不同液体密度晃荡对比

由于条件的限制,实验难以再现真实的液化天然气在液舱中晃荡.因此数值模拟成为一种方便可靠的技术手段.本节模拟的液化天然气密度为 450 kg/m^3 ,其他计算参数与表 2 相同,并与充水液舱晃荡结果进行对比,分析不同液体密度对液舱晃

荡的影响。

图 25 展示了液化天然气的晃荡流场图.对比图 8,虽然液舱内流体密度不同,但是不同密度流体的晃荡特征则基本相同.液化天然气随着液舱摇动而周期性晃荡,并且自由液面同样呈现出 U 字形.流体沿着液舱顶部斜边爬升,并在液舱顶部中间汇聚形成一个局部高压区.当液舱向右端倾斜时,自由液面同样形成了中间高两边低的 W 字形状。

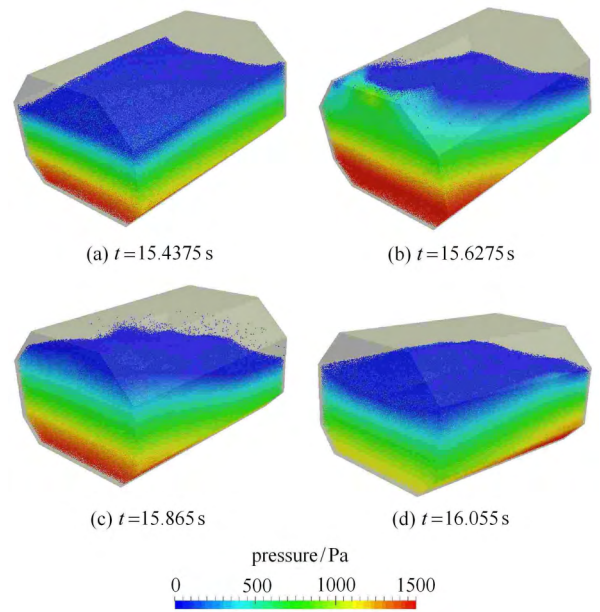


图 25 液化天然气的液舱晃荡流场图

Fig. 25 The flow fields of liquid sloshing of liquefied natural gas

图 26 和图 27 展示了不同液体密度液舱晃荡在 P2 处的砰击压力时历曲线和一个周期内的压力变化.从图中可以发现不同介质的晃荡砰击压力的变化趋势基本完全一致,同样在一个周期内出现了 3 个压力峰值,无量纲后的砰击压力和砰击发生的时间几乎一样.在此,本文对 3 个压力监测点的最大砰击压力取平均值,量化对比不同液体密度的砰击压力,如表 6 所示.从表 6 的统计对比可以发现,砰击压力与流体密度之间基本满足正比关系。

模拟结果表明,目前虽然无法对真实的液化天然气液舱晃荡开展实验研究,但是可以通过水介质

表 6 不同液体密度的砰击压力

Table 6 The impact pressure of different fluid densities

measuring points		P1	P2	P3
pressure/Pa	water	2412	1651	2980
	LNG	1001	705	1340

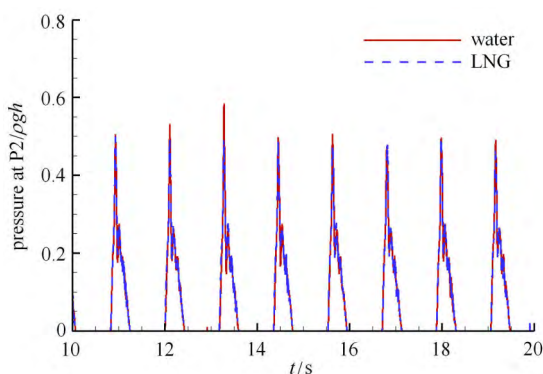


图 26 不同液体密度在 P2 处的砰击压力

Fig. 26 The impact pressure at P2 of different fluid densities

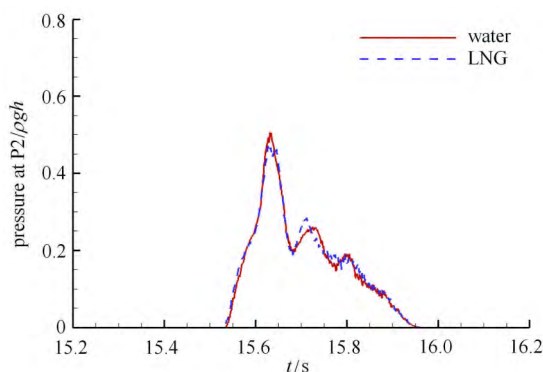


图 27 P2 处砰击压力的放大图

Fig. 27 The enlarged signals of impact pressure at P2

的晃荡研究得出相应的基本规律, 并应用相似性换算得到液化天然气的晃荡结果, 且具有一定的可靠性. 该结论与陆志妹等^[39]的研究基本一致.

4 结 论

本文将 GPU 加速技术引入 MPS 方法, 开发了 MPSGPU-SJTU 求解器, 对三维 LNG 型液舱晃荡进行数值模拟, 计算最大粒子数超过 200 万个. 通过粒子间距收敛性验证以及 GPU 计算结果与和实验数据对比吻合, 证明了 MPSGPU-SJTU 求解器的计算精度. 并通过与 CPU 求解器比较, 证明了 GPU 加速技术可以大幅度地减少计算时间, GPU P100 单卡对比 CPU Intel E5-2680 单核的加速比可以达到 106 倍.

本文还研究了不同充液率下不同构型液舱内的晃荡现象, 通过流场和砰击压力对比, 证明了 LNG 型液舱在高充液率情况下具有较小的砰击压力, 而在中低充液率情况下由于底部和顶部斜边的作用, 晃荡流场存在着明显的三维特征, 因此砰击压力反而大于方型液舱. 另一方面, 本文进行了水和

LNG 两种介质的液舱晃荡计算和比较, 总结出了水和 LNG 砰击压力的换算关系, 证明了通过研究水介质晃荡而研究 LNG 晃荡的合理性. 但不同介质流体除了密度以外还存在其他参数的不同, 今后需要对此问题开展更加深入的探讨, 获得对不同介质晃荡关系的更准确认识.

参 考 文 献

- 1 Faltinsen OM. A numerical nonlinear method of sloshing in tanks with two dimensional flow. *Journal of Ship Research*, 1978, 22(3): 193-202
- 2 Nakayama T, Washizu K. Nonlinear analysis of liquid motion in a container subjected to forced pitching oscillation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1980, 15(8): 1207-1220
- 3 Nakayama T, Washizu K. The boundary element method applied to the analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1981, 17(11): 1631-1646
- 4 Kim Y, Shin YS, Lee KH. Numerical study on slosh-induced impact pressures on three-dimensional prismatic tanks. *Applied Ocean Research*, 2004, 26(5): 213-226
- 5 Zhu RQ, Fang ZY, Zhang ZG, et al. Level-set method for predicting impact pressure induced by violent sloshing in a tank. *Journal of Ship Mechanics*, 2008, 12(3): 344-351
- 6 Xue MA, Lin PZ. Numerical study of ring baffle effects on reducing violent liquid sloshing. *Computers & Fluids*, 2011, 52: 116-129
- 7 朱跃, 姜胜耀, 杨星团等. 粒子法中压力振荡的机理研究. *力学学报*, 2018, 50(3): 688-698 (Zhu Yue, Jiang Shengyao, Yang Xingtuan, et al. Mechanism analysis of pressure oscillation in particle method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(3): 688-698 (in Chinese))
- 8 马文涛. 二维弹性力学问题的光滑无网格伽辽金法. *力学学报*, 2018, 50(5): 1115-1124 (Ma Wentao. A smoothed meshfree Galerkin method for 2D elasticity problem. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 1115-1124 (in Chinese))
- 9 李艾伦, 傅卓佳, 李柏纬等. 含肿瘤皮肤组织传热分析的广义有限差分法. *力学学报*, 2018, 50(5): 1198-1205 (Li Ailun, Fu Zhuojia, Li Powei, et al. Generalized finite difference method for bio-heat transfer analysis on skin tissue with tumors. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 1198-1205 (in Chinese))
- 10 Shao JR, Li HQ, Liu GR, et al. An improved SPH method for modeling liquid sloshing dynamics. *Computers & Structures*, 2012, 100-101: 18-26
- 11 Shao JR, Li SM, Li ZR, et al. A comparative study of different baffles on mitigating liquid sloshing in a rectangular tank due to a horizontal excitation. *Engineering Computations*, 2015, 32(4): 1172-1190
- 12 Zhang ZL, Liu MB. A decoupled finite particle method for modeling incompressible flows with free surfaces. *Applied Mathematical*

- Modelling*, 2018, 60: 606-633
- 13 Rueda GE, Tsukamoto MM, Medeiros HF, et al. Validation study of MPS (moving particle semi-implicit method) for sloshing and damage stability analysis//Proceedings of the ASME 2008 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Estoril, Portugal, 2008-6-15-20. 2008 ASME: 483-489
 - 14 潘徐杰, 张怀新. 移动粒子半隐式法晃荡模拟中的压力震荡现象研究. *水动力学研究与进展*, 2008, 23(4): 453-463 (Pan Xujie, Zhang Huaixin. A study on the oscillations appearing in pressure calculation for sloshing simulation by using moving-particle semi-implicit method. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2008, 23(4): 453-463 (in Chinese))
 - 15 Lee BH, Park JC, Kim MH. Two-dimensional vessel-motion/liquid-sloshing interactions and impact loads by using a particle method//Proceedings of the ASME 2010 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Shanghai, China, 2010-6-6-11. 2010 ASME: 679-686
 - 16 Tsukamoto MM, Cheng LY, Nishimoto K. Analytical and numerical study of the effects of an elastically-linked body on sloshing. *Computers & Fluids*, 2011, 49(1): 1-21
 - 17 Zhang YX, Wan DC. Comparative study of MPS method and level-set method for sloshing flows. *Journal of Hydrodynamics*, 2014, 26(4): 577-585
 - 18 杨亚强. 基于 MPS 方法的液舱晃荡数值模拟与分析. [硕士论文]. 上海: 上海交通大学, 2016 (Yang Yaqiang. Numerical investigation of liquid sloshing by MPS method. [Master Thesis]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2016 (in Chinese))
 - 19 Zhang YL, Wan DC. MPS-FEM coupled method for sloshing flows in an elastic tank. *Ocean Engineering*, 2018, 152: 416-427
 - 20 Zhang YL, Chen X, Wan DC. MPS-FEM coupled method for the comparison study of liquid sloshing flows interacting with rigid and elastic baffles. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(12): 1359-1377
 - 21 Wen X, Wan DC. Numerical simulation of three-layer-liquid sloshing by multiphase mps method//Proceedings of the ASME 2018 37th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Madrid, Spain, 2018-6-17-22. 2018 ASME, OMAE2018-78387
 - 22 Wen X, Wan DC, Chen G. Multiphase MPS method for two-layer-liquid sloshing flows in oil-water separators//Proceedings of the Twenty-eighth (2018) International Ocean and Polar Engineering Conference, Sapporo, Japan, 2018-6-10-15. 2018 by the International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE): 859-866
 - 23 Hori C, Gotoh H, Ikari H, et al. GPU-acceleration for moving particle semi-implicit method. *Computers & Fluids*, 2011, 51: 174-183
 - 24 Zhu XS, Cheng L, Lu L, et al. Implementation of the moving particle semi-implicit method on GPU. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2011, 54: 523-532
 - 25 Kakuda K, Nagashima T, Hayashi Y, et al. Particle-based fluid flow simulations on GPGPU using CUDA. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2012, 88: 17-28
 - 26 Kakuda K, Nagashima T, Hayashi Y, et al. Three dimensional fluid flow simulations using GPU-based particle method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2013, 93: 363-376
 - 27 李海洲, 唐振远, 万德成. 三维自由面流动模拟中 GPU 并行计算技术. *海洋工程*, 2016, 34(5): 20-29 (Li Haizhou, Tang Zhenyuan, Wan Decheng. Application of GPU acceleration techniques in 3D violent flow. *The Ocean Engineering*, 2016, 34(5): 20-29 (in Chinese))
 - 28 Chen X, Wan DC. Numerical simulation of three-dimensional violent free surface flows by GPU-based MPS method. *International Journal of Computational Methods*, 2018, 15(8): 1843012-1-20
 - 29 Koshizuka S, Oka Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nuclear Science and Engineering*, 1996, 123(3): 421-434
 - 30 Zhang YX, Wan DC. Numerical simulation of liquid sloshing in low-filling tank by MPS. *Journal of Hydrodynamics*, 2012, 27: 101-107
 - 31 Tanaka M, Masunaga T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(11): 4279-4290
 - 32 Lee BH, Park JC, Kim MH, et al. Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact loads. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, 200(9-12): 1113-1125
 - 33 NVIDIA. CUDA Toolkit Documentation v9.2.88. <https://docs.nvidia.com/cuda/>, 2018
 - 34 张雨新, 万德成. MPS 方法在三维溃坝问题中的应用. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2011, 41(2): 140-154 (Zhang Yuxin, Wan Decheng. Application of MPS in 3D dam breaking flows. *Scientia Sinica Phys, Mech & Astron*, 2011, 41(2): 140-154 (in Chinese))
 - 35 Tang ZY, Wan DC, Chen G, et al. Numerical simulation of 3D violent free-surface flows by multi-resolution MPS method. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, 2016, 2: 355-364
 - 36 Rao CP, Wan DC. Numerical study of the wave-induced slamming force on the elastic plate based on MPS-FEM coupled method. *Journal of Hydrodynamics*, 2018, 30(1): 70-78
 - 37 Wen X, Wan DC. Numerical simulation of rayleigh-taylor instability by multiphase MPS method. *International Journal of Computational Methods*, 2018, 15(3): 1846005-1-1846005-12
 - 38 蔡忠华. 液货船液舱晃荡问题研究. [博士论文]. 上海: 上海交通大学, 2012 (Cai Zhonghua. Study on the sloshing problems of liquid cargo tanks. [PhD Thesis]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012 (in Chinese))
 - 39 陆志妹, 范余明, 朱仁传. 基于 CFD 的不同介质液舱晃荡比较分析//第二十五届全国水动力学研讨会暨第十二届全国水动力学学术会议, 浙江, 舟山, 2013-9-13: 665-672 (Lu Zhimei, Fan Sheming, Zhu Renchuan. Comparative analysis of sloshing with different fluid materials based CFD//Proceedings of the 25th National Conference on Hydrodynamics & 12th National Congress on Hydrodynamics, Zhou Shan, Zhejiang, 2013-9-13: 665-672 (in Chinese))