

DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2021.01.004

# CFD 方法模拟高航速 DTMB5415 艏波破碎\*

吴定坤, 王建华, 万德成

(上海交通大学船海计算水动力学研究中心(CMHL) 船舶海洋与建筑工程学院,  
上海 200240, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn)

**摘要:** 船舶高速航行时船艏处会发生波浪破碎现象, 艏波破碎会伴随着复杂的流场变形还会造成能量损失形成破波阻力, 对艏波破碎流场的数值模拟是目前水动力学研究中最复杂的问题之一。该研究采用基于 OpenFOAM 自主开发的求解器 naoe-FOAM-SJTU, 针对标准船模 DTMB 进行了艏波破碎的数值模拟。计算离散方法采用有限体积法, 利用 RANS 方法求解流场, VOF 方法捕捉自由液面。计算工况为出现稳定破波形态的航速  $Fr=0.35$ , 对船体阻力进行预报, 并与模型实验结果进行对比验证, 用不同尺度的网格开展网格收敛性研究。利用 DDES 方法计算模拟艏波破碎现象, 给出了该航速下的兴波波形和自由面附近涡量场等流场信息, 对比分析了自由液面的破波情况, 结果表明 DDES 在获取艏波破碎过程的细节上有很大的优势, 能够比 RANS 捕捉到更多的自由面凹陷和翻卷空隙, 验证了当前 CFD 方法对艏波破碎模拟的可行性。

**关键词:** DTMB5415; 艏波破碎; DDES; naoe-FOAM-SJTU 求解器

**中图分类号:** O357

**文献标志码:** A

## CFD simulation of breaking bow wave of high speed DTMB 5415

WU Ding-kun, WANG Jian-hua, WAN De-cheng

(Computational Marine Hydrodynamics Lab (CMHL), School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** When ships sail at high speed, wave breaking often occurs at the bow, and the breaking bow wave will be accompanied by complex flow field, resulting in energy loss and wave breaking resistance. At present, the physics and mechanisms of breaking wave are hard to investigate by experiment. Computational Fluid Dynamics (CFD) method, which can

\* **收稿日期:** 2020-06-27(2020-11-30 修改稿)

**基金项目:** 国家自然科学基金(51809169, 51879159)、长江学者奖励计划(T2014099)、国家重点研发计划项目(2019-YFB1704200, 2019YFC0312400)和工信部数值水池创新专项课题(2016-23/09)

**作者简介:** 吴定坤(1997-), 男, 湖北荆州人, 硕士研究生。

**通讯作者:** 万德成, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

**Received:** June 27, 2020 (**Revised** November 30, 2020)

**Project supported by foundations:** Supported by the National Natural Science Foundation of China(51809169, 51879159), Chang Jiang Scholars Program(T2014099), National Key Research and Development Project (2019YFB-1704200, 2019YFC0312400), Innovative Special Project of Numerical Tank of Ministry of Industry and Information Technology of China(2016-23/09)

**Biography:** WU Ding-kun (1997-), Male, Master.

**Corresponding author:** WAN De-cheng, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

capture more detail of flow field, are usually used to simulate high Reynolds number phenomenon. In this study, naoe-FOAM-SJTU, a self-developed solver based on OpenFOAM, was used to simulate the breaking bow wave of DTMB 5415 ship model at  $Fr=0.35$ . Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) approach is used to solve the flow field, and Volume of Fluid (VOF) technique is used to capture the free surface. Wave elevation and the hull resistance are predicted and compared with the results of experiment, and three different scales of grids are used to verify the grid convergence. Delayed detached eddy simulation (DDES) method is also used to predict the breaking bow wave phenomenon. The wave elevation and vorticity field in the bow wave region are presented and analyzed. The results show that DDES is better at resolving the details of breaking bow wave process than RANS.

**Key words:** DTMB5415; Breaking bow wave; DDES; naoe-FOAM-SJTU solver

## 引言

船舶航行时由于艏部复杂结构的阻塞作用, 一般会在船艏部形成高压区从而形成艏部波浪。当船舶航速较快时, 艏部波浪波高较大会形成翻卷, 造成艏波破碎现象。艏波破碎会产生气泡和噪声造成能量的损失, 从而影响船体的推进效率, 是目前船舶水动力学研究中最为复杂的问题之一。Baba<sup>[1]</sup>结合实验研究和理论分析发现艏波破碎会使得船舶总阻力显著增加。Miyat等<sup>[2]</sup>和Doi等<sup>[3]</sup>分别研究了船艏和船尾波浪破碎的结构, 并认为其与斜振波相似。Dong等<sup>[4]</sup>利用粒子图像测速技术(PIV技术)和可视化自由液面分析了艏波破碎的过程, 并研究了 $Fr=0.28$ 和 $Fr=0.45$ 不同工况下的艏波破碎情况, 以及涡量波高等流场细节。Tulin等<sup>[5]</sup>利用2D+t抛物线方法和无网格欧拉求解法来描述计算船舶艏波破碎的细节方面。Marrone等<sup>[6]</sup>设计了一种新颖的三维平行SPH求解器, 开发了MPI-OpenMP编程模型, 利用SPH方法模拟艏波破碎现象并与RANS计算结果进行了比较。

随着计算机的高速发展, 数值模拟已经逐渐成为研究艏波破碎现象的重要方法之一。由于船舶波浪破碎是高雷诺数大尺度现象, 而直接数值模拟(DNS方法)所需要的网格数是 $Re^6$ 量级, 不适用于工程计算, 因此现阶段主要是利用雷诺平均(RANS方法)。Olivieri等<sup>[7]</sup>对DTMB5415标模船型进行了艏波破碎模拟, 主要利用RANS方法求解N-S方程, level-set方法捕捉自由表面, 分别计算了 $Fr=0.35$ 和 $Fr=0.41$ 两种工况。作者主要分析了 $Fr=0.35$ 工况下的艏波和肩波的翻卷结构, 并与实验进行对比, 观察到了明显的凹陷现象。同时作者还对艏波破碎区域的涡量和速度场进行了精细化处理, 观察到了波浪翻卷空隙现象。余安正等<sup>[8]</sup>基于RANS方法采用自主开发的水动力学求解器naoe-FOAM-SJTU研究了KCS模型的艏波破碎现象, 计算了 $Fr=0.26, 0.30$ 和 $0.35$ 三种工况下的船舶流场, 并主要分析了 $Fr=0.35$ 工况下的波浪破碎结构以及涡量场等细节, 研究了船艏波的破碎机理, 验证了数值方法的可行性。

RANS方法因为其对网格精度要求低, 计算结果较为准确而被广泛应用于工程计算, 但是RANS方法是对N-S方程进行了时均化处理, 这使得RANS方法计算出来的流场过于平滑, 许多流场脉动细节都无法从RANS方程中获取, 因此有部分研究人员尝试用DES方法来解决这一问题。DES方法的原理是在近壁面的附面层流体采用RANS模拟而在远离壁面的主流和分离区采用LES模拟, 这样可以在分离区捕捉到更多的流场细节, 而且近壁面也不至于造成过多的数值耗散, 因此DES问题主要用于计算精细流场问题。赵伟文等<sup>[9-10]</sup>基于naoe-FOAM-SJTU利用DES分离涡方法模拟了串列双圆柱绕流问题, 得到了更加精细的流场信息。作者还利用DES方法与RANS方法相对比, 模拟计算了亚临界雷诺数下三维圆柱绕流问题。

本研究采用基于OpenFOAM自主开发的求解器naoe-FOAM-SJTU, 针对标准船模DTMB5415进行了艏波破碎的数值模拟, 利用RANS方法求解N-S方程, 有限体积法进行数值离散, VOF方法捕捉自由液面。计算了 $Fr=0.35$ 工况下的船舶流场, 验证网格收敛性并与实验进行对比。最后利用DDES方法进行对比计算, 将得到的精细流场与RANS的结果相比较, 分析两种不同数值方法的优缺点, 证明了当前数值方法的可行性。

## 1 数值方法

### 1.1 湍流模式

本研究采用的控制方程为naoe-FOAM-SJTU求解器中的RANS方程和DDES方程<sup>[11-13]</sup>。RANS方程是由N-S方程时均化得来的

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho (\mathbf{U} - \mathbf{U}_g) \mathbf{U}] = -\nabla p_d - \mathbf{g} \cdot \mathbf{x} \nabla \rho + \nabla \cdot (\mu_{\text{eff}} \nabla \mathbf{U}) + (\nabla \mathbf{U}) \cdot \nabla \mu_{\text{eff}} + \mathbf{f}_\sigma \quad (2)$$

式中： $U$  为速度场； $U_g$  为网格的移动速度； $p_d = p - \rho gx$  为动压力，即总压力与静水压力值差； $\rho$  为流密度； $g$  为重力加速度； $\mu_{eff} = \rho(\nu + \nu_t)$  为有效动力黏性系数，其中 $\nu$  和 $\nu_t$  分别称为运动黏度和湍流涡黏度； $f_\sigma$  为表面张力项； $f_s$  为消波源项。

由 RANS 方程可得，有效动力黏性系数属于湍流脉动项，无法从时均化的流场中直接得到，所以需要利用湍流模式对方程进行封闭。本文利用 SST  $k-\omega$  两方程模式实现 RANS 方程的封闭<sup>[14]</sup>，其中  $k$  为流体质点的湍动能， $\omega$  为流体特征耗散率。

DES方法的原理是在近壁面的附面层流体采用 RANS 模拟而在远离壁面的主流和分离区采用 LES 模拟。DES 的 RANS/LES 混合特性依赖于 RANS 和 LES 的耗散项的比较，因此 RANS 和 LES 区域可以平滑过渡，但是若 LES 在近壁面边界层区域被激活，就会使湍流黏度被不正确地降低了，效果甚至不如 LES 单独计算。为了避免 RANS 计算区域过早地被切换到 LES 模式，延迟分离涡 (DDES) 方法通过引入延迟函数来修改 DDES 中的湍流特征长度。延迟函数如下

$$f_d = 1 - \tanh\left[\left(8r_d\right)^3\right] \quad (3)$$

式中： $r_d$  为延迟因子，具体式子如下

$$r_d = \frac{\nu + \nu_t}{\sqrt{u_{ij}u_{ij}}k^2d^2} \quad (4)$$

则 DDES 的湍流特征长度为

$$L_{DDES} = L_{RANS} - f_d \max(0, L_{RANS} - L_{LES}) \quad (5)$$

### 1.2 VOF 方法

本研究采用添加人工压缩项的 VOF 方程捕捉自由液面，其中 VOF 输运方程为

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho(U - U_g)\alpha] + \nabla \cdot [U_r(1 - \alpha)\alpha] = 0 \quad (6)$$

式中： $U_r$  为压缩界面速度场， $\alpha$  为体积分数及液体所占的体积比，当  $\alpha = 1$  时表示全部为水， $\alpha = 0$  时表示全部为空气， $\alpha$  在 0-1 之间时表示为自由液面。最后采用有限体积法对方程进行数值离散迭代求解。

## 2 配置算例

### 2.1 模型建立

本研究采用的是 INSEAN Model2340 模型，具

体实验参数和模形图如表 1 和图 1 所示 ( $L_{pp} = 5.72 \text{ m}$ ,  $\lambda = 24.824$ )

表 1 INSEAN Model2340 实验模型参数

Table 1 Experimental conditions for INSEAN Model2340

参数	标识	Model2340	实船
缩尺比	$\lambda$	24.824	1
垂线间长	$L_{pp}(\text{m})$	5.720	142.0
型宽	$B(\text{m})$	0.760	18.9
吃水	$T(\text{m})$	0.248	6.16
排水量	$\Delta(\text{tons})$	0.550	8 636.0
排水体积	$\nabla(\text{m}^3)$	0.550	8 425.4

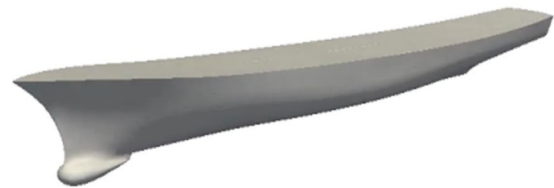


图 1 DTMB5415 模型图  
Fig.1 DTMB5415 ship model

### 2.2 划分网格

本研究采用 HEXPRESS 生成非结构化网格，计算域设置如图 2 所示。坐标原点设置在初始自由液面与船尾部的交点处，X 轴指向船尾，Y 轴指向右舷，Z 轴指向上方。入口设置在  $X = -2L_{pp}$  ( $L_{pp}$  为垂线间长) 处，采用匀速来流的方式模拟船舶在静水中航行，出口设置在  $X = 3L_{pp}$  处。由于船舶计算具有对称性，因此采用半域进行数值模拟，左边界、右边界以及底边界均设置为对称边界。右边界设置在  $Y = 2L_{pp}$  处，底边界设置在  $Z = -L_{pp}$ ，上边界设置在  $Z = 0.5L_{pp}$  处。平面  $Z = 0$  处为自由液面，上方为空气，下方为水。

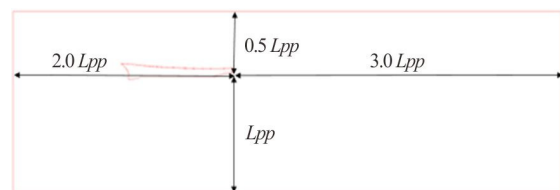


图 2 (网上彩图) 计算域配置图  
Fig.2 (Color online) Computational domain of DTMB5415

网格的全局加密视图如图 3 所示，采用的是逐级加密的方法对自由面区域和艏波破碎区域进行加密。网格的加密区配置如图 4 和表 2 所示，其中细化比例等级 ( $x$ ,  $y$  和  $z$ ) 表示在  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向分别加密为背景网格的  $2^x$ ,  $2^y$  和  $2^z$  倍，0 等级表示该区域在该方向上不进行加密。在确定加密区域分布后，通过改变背景网格的尺寸来改变整体网格数量，并以此来验证网格收敛性。

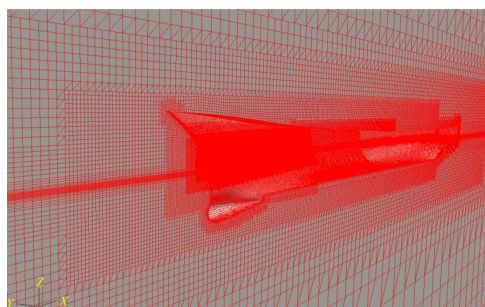
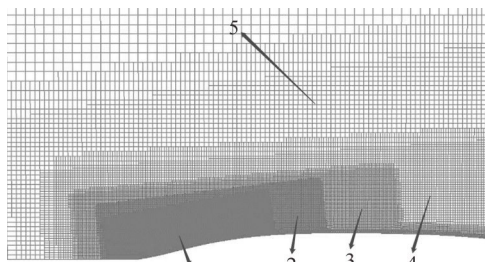
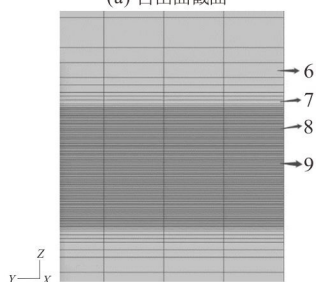


图3 (网上彩图) 全局网  
Fig.3 (Color online) Global gridview



(a) 自由面截面



(b) 横切面

图4 网格加密区域图示  
Fig.4 Grid encryption distribution diagram

表2 网格加密区域分布情况

Table 2 Information for grid refinement

加密区域	编号	细化比例 (x, y, z)
艏波区域	1	6*6*6
艏波过度	2	5*5*5
近场过度	3	4*4*4
远场过度	4	3*3*3
远场	5	2*2*2
自由液面远场	6	0*0*2
自由液面远场过度	7	0*0*3
自由液面近场过度	8	0*0*4
艏波区	9	0*0*6

### 3 计算结果

#### 3.1 网格收敛性验证

基于naoe-FOAM-SJTU求解器, 本研究主要模拟  $Fr=0.35$  工况下的艏波破碎现象。依据INSEAN Model2340模型实验确定具体升沉和纵倾工况如表3所示

表3 实验工况

Table 3 Main particulars of DTMB5415

具体参数	标识	实验值
船速	U(m/s)	2.621
弗劳德数	$Fr$	0.35
升沉	S	0.003 2
纵倾	T(deg)	0.069
水密度	$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	998.5
动力黏性系数	$\nu(\text{m}^2/\text{s})$	1.09e-06
重力加速度	$g(\text{m}/\text{s}^2)$	9.803 3
总阻力	R(N)	80.64
总阻力系数	CT	0.004 91

本研究严格控制升沉和纵倾与实验保持一致, 采用匀速来流的方式模拟船舶在静水中航行。利用三套网格计算总阻力系数, 分析自由面, 并与实验进行对比验证网格收敛性。表4表示三套网格的总网格数量以及其计算得出的总阻力系数。对比分析计算结果与实验值的误差可得, 随着网格越来越密误差逐渐减小, 三套网格的整体误差均在5%以内。图5为自由面比较, 其中图5(d)为Olivieri计算的波浪破碎算例与实验对比, 可以看到网格数为400W和500W时, 船艏部的波浪并没有出现明显的凹陷, 而850W网格的算例可以看到有一个明显的凹陷。

图6说明在850W网格量级下才能观察到完整的波浪翻滚破碎, 后文也将在850W网格的基础上运用DDES方法计算, 对比分析RANS和DDES方法的优缺点。

表4 阻力对比

Table 4 Comparison of resistance at  $Fr=0.35$

背景网格数	网格尺寸	总网格数	总阻力(N)	实验值(N)	总阻力系数	误差
70*21*21	0.214 2	400W	76.80	80.64	0.004 68	-0.047 1
90*27*27	0.333 3	510W	77.08	80.64	0.004 70	-0.043 6
110*33*33	0.428 6	850W	77.50	80.64	0.004 72	-0.038 4



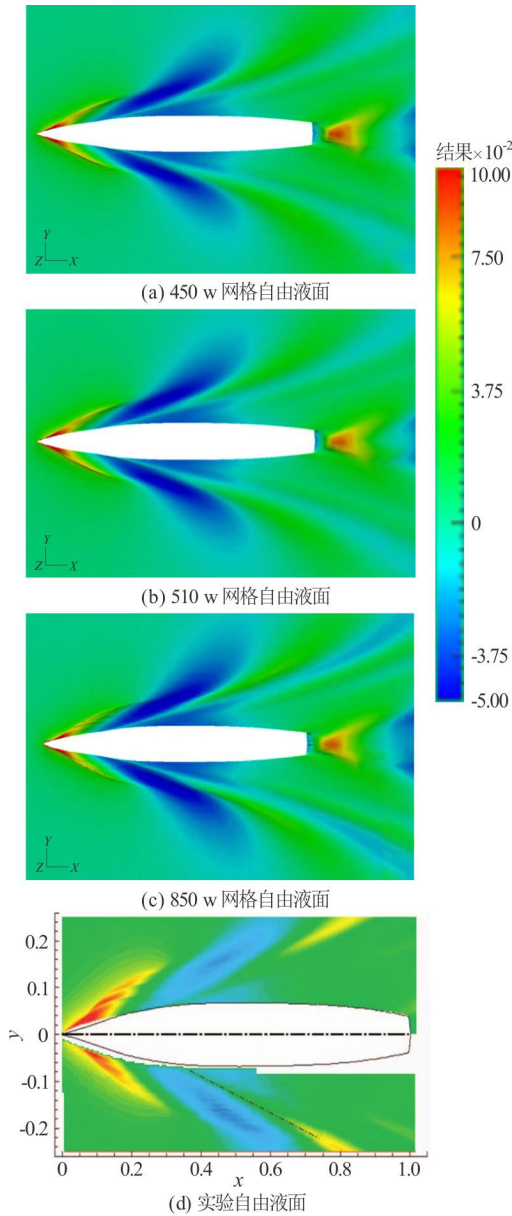


图5 (网上彩图) 网格自由液面和实验自由液面  
Fig.5 (Color online) Grid free surface and test free surface

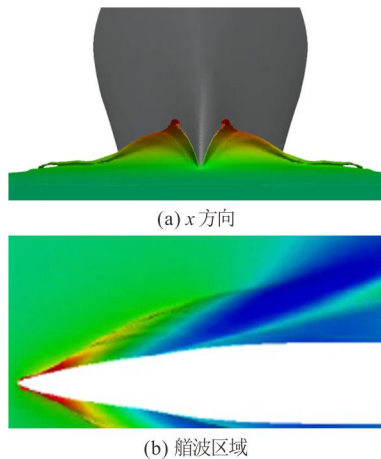


图6 (网上彩图) 850w 网格局部放大图(x 方向&船波区域)  
Fig.6 (Color online) Free surface with 850M grids (cross plane & bow area)

### 3.2 DDES与RANS计算结果对比

由上述结果可知,当网格量达到850w时,用RANS方法已经可以模拟出波浪破碎现象,并在自由面上观察到一次波浪翻卷。而DDES在捕捉翻卷式波浪破碎中液体斜喷以及垂直喷射上具有更好的效果。因此本研究在相同的工况下以同样的网格利用DDES方法进行数值模拟,对比分析船波结构以及横向涡量等流场细节。具体自由面以及等值面对比如图7。

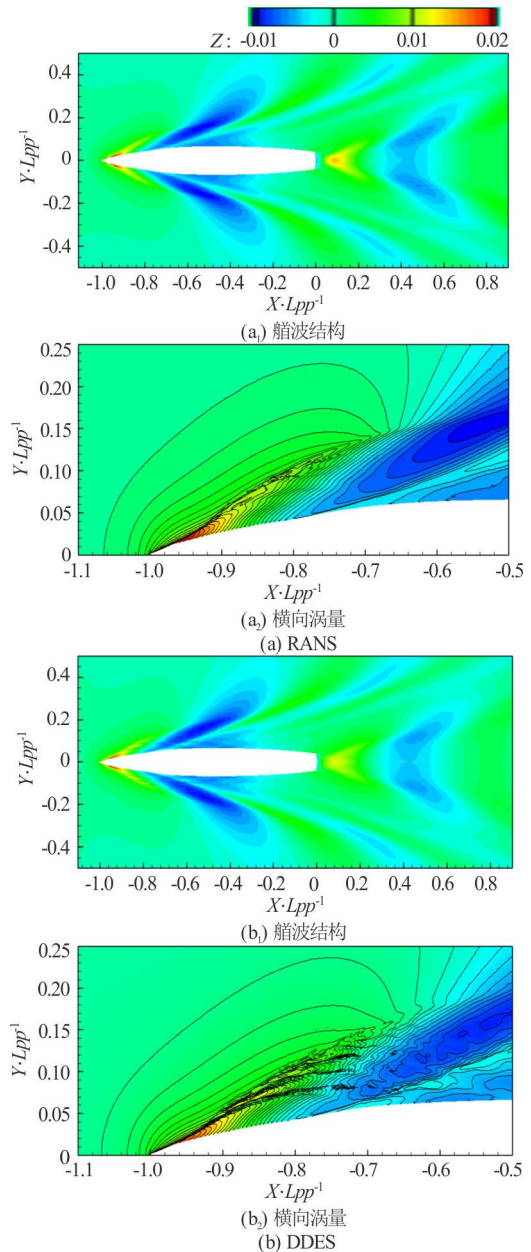


图7 (网上彩图) RANS 与 DDES 自由液面及等值面  
Fig.7 (Color online) RANS and DDES free liquid surface and equivalent surface

由图8对比DDES与RANS的自由液面可知,DDES可以捕捉到更多的流场细节,在船波区域可以捕捉4条凹陷,其精细程度要明显大于RANS方法。

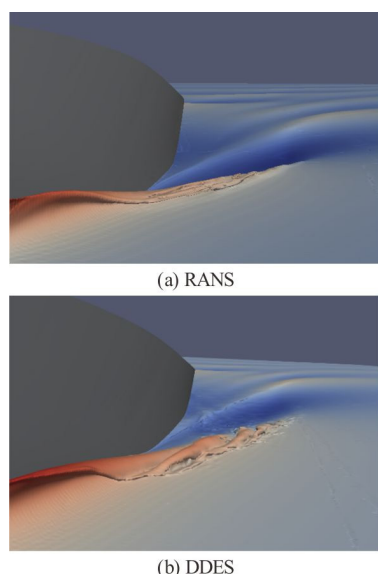


图 8 (网上彩图) RANS 和 DDES 自由液面对比  
Fig.8 (Color online) Comparison of free surface (Top: RANS model; Bottom: DDES model)

从等值面也可以看出在艏波区域DDES等值面复杂精细程度要大于RANS, RANS方法计算的自由面较为平滑, 艏波翻卷区的等值面分布也较为均匀, 而DDES在艏波区域等值面分布比较密集, 且在翻卷凹陷区出现明显的波动, 捕捉到了波浪破碎的更多细节。

接下来本文从涡量方面对艏波破碎区域进行了对比分析。破波的出现往往伴随着复杂的涡量场变化, 而RANS很难捕捉这些细节信息。为了分析具体的破波结构, 取YOZ平面的多个截面, 分析同一截面下两种不同的模拟方法的横向涡量场, 取横坐标为 $Y/L_{pp}$ 无量纲化参数, 纵坐标为 $Z/L_{pp}$ 。对比观察自由液面的波形图和涡量分布图, 以此来分析RANS方法和DDES方法的优缺点。其具体图像如图9所示。(左侧为RANS右侧为DDES)

由图9可知, 当取截面 $X/L_{pp}=0.04$ 时, 船艏部出现兴波, 此处RANS和DDES方法模拟结果差别不大, 均在船体附近出现正涡。当取截面为 $X/L_{pp}=0.06$ 时, RANS和DDES均出现了下降的水头, 开始波浪翻卷破碎。对于 $X/L_{pp}=0.08$ 截面, DDES方法模拟出的水头开始接触水面, 第一层空隙形成, 水头和水面完全接触。形成了水头下方的负涡区和水头上方的正涡区。而RANS方法模拟的结果还是表现为一个向下的水头继续向右发展。对于 $X/L_{pp}=0.09$ 截面, DDES出现水舌形成凹陷, 自由面凹陷处的涡量场消失, 上方正涡量变小。DDES的水舌较为明显, 且呈现上升趋势, 开始第二次翻卷。而RANS的波浪比较光滑, 即将与水面接触。当 $X/L_{pp}=0.1$ 时, DDES水头第二次与自由液面接触, 形成第二层空隙, 并在第一层空隙和涡量场稳定的情况下, 形成了第二次凹陷下的正负涡量场。而RANS完成第一

次翻卷, 出现平滑水舌, 图中并没有完整的涡量场分布。再继续往后取截面时, RANS已经趋于平稳, 最后的水头在水平方向上消散。而DDES在 $X/L_{pp}=0.13$ 截面处还有第三层翻卷的水头。当 $X/L_{pp}=0.16$ 时, DDES的第三次翻卷水舌趋向平滑, 形成涡量堆积, 而此时RANS的翻卷水舌依旧向X方向发展, 并未形成完整的第二次翻卷。综上所述, DDES方式在获取流场细节方面有很大的优势, 证明了DDES研究艏波破碎现象的可行性, 为下一步提升网格精度获取更精细的流场信息奠定了基础。

## 5 结论

本研究基于 naoe-FOAM-SJTU 求解器, 利用 RANS 方法和 DDES 方法模拟  $Fr=0.35$  工况下的 DTMB5415 艏波破碎现象。通过自由面波高和阻力验证了网格收敛性, 并以 850 w 网格为基础对比分析两种不同数值计算方法的优缺点。结果表明, RANS 和 DDES 在网格精度足够的情况下均可以较好地模拟艏波破碎现象, 但是 DDES 在获取艏波破碎过程的细节上有很大的优势, 能够比 RANS 捕捉到更多的自由面凹陷和翻卷空隙。本文主要结论如下:

(1) 本研究基于自主开发的 naoe-FOAM-SJTU 求解器, 分别利用 RANS 方法和 DDES 方法模拟  $Fr=0.35$  工况下的 DTMB5415 艏波破碎现象。两种方法均能完整地预测波浪破碎的整个过程, 验证了数值方法的可行性。

(2) 利用 RANS 方法通过自由面波高和阻力验证了网格收敛性。本研究在保证网格密度分布相同的情况下, 通过改变背景网格尺寸一共得到网格总量为 400 W, 510 W 和 850 W 三套网格。分别用三套网格预测 DTMB5415 的自由液面和船体阻力, 并与实验值进行对比。结果表明随着网格越来越密集误差逐渐减小, 三套网格的整体误差均在 5% 以内。但只有到了 850 W 网格数量, 才能观察到明显的自由面凹陷现象。

(3) 以 850 W 网格为基础对比分析两种不同数值计算方法的优缺点。其中 DDES 可以形成三次波浪翻卷, 总计形成了 5 个涡量堆积区域, 一般在水头接触水面处和空气气腔处形成负涡区, 在自由液面凹陷上方形成正涡区。而 RANS 方法仅能形成一次翻卷和一个稳定的气腔, 且并未在水面处形成明显涡量堆积区域。之后水舌向 Y 方向发散, 并未再次接触水面形成二次翻卷。综上所述, DDES 在获取艏波破碎过程的细节上有很大的优势, 能够比 RANS 捕捉到更多的流场细节, 且 DDES 提供的涡量场能够更好地反应波浪破碎机理机制和船体附近流场的真实流动情况。

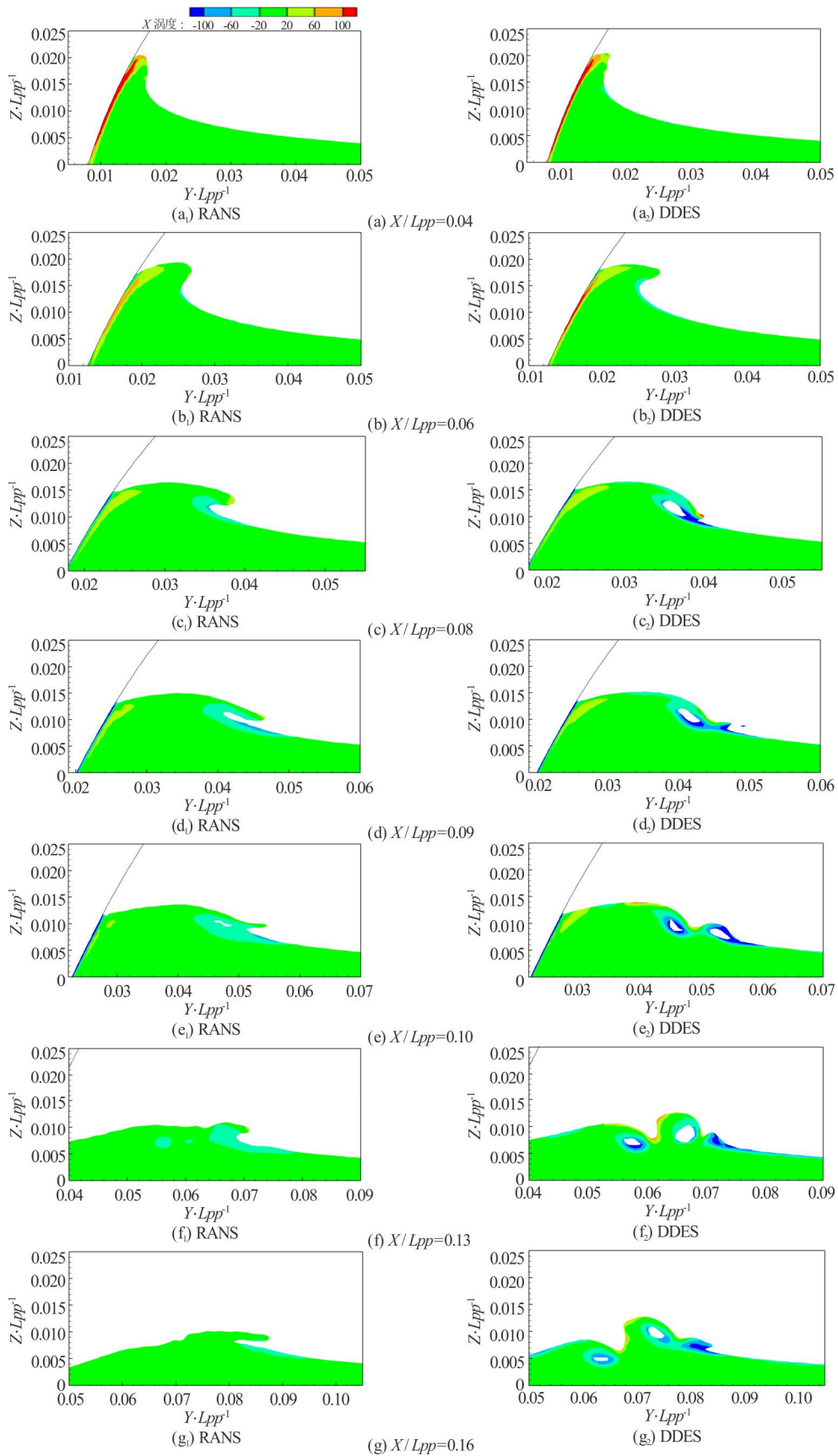


图9 (网上彩图) 各截面涡量云图对比

Fig.9 (Color online) Axial Vorticity distribution (Left: RANS results; Right: DDES results)

## 参 考 文 献:

- [1] BABA E. A new component of viscous resistance of ships[J]. Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 1969, 125: 23-34.
- [2] MIYATA H, INUI T. Nonlinear ship waves[J]. Advances in Applied Mechanics, 1984, 24: 215-288.
- [3] DOI Y, TAKEUCHI S, HONG S, et al. Characteristics of stern waves generated by ships of simple hull form (Second Report) [J]. Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 1982, 151: 9-34.
- [4] DONG R R, KATZ J, HUANG T T. On the structure of bow waves on a ship model[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 346: 77-115.
- [5] TULIN M P, LANDRINI M. Breaking waves in the ocean and around ships[C]. Proceedings 23rd ONR Symposium on Naval Hydrodynamics, National Academic, Val de Reuil, France, 2000.
- [6] MARRONE S, BOUSCASSE B, COLAGROSSI A, et al. Study of ship wave breaking patterns using 3D parallel SPH simulations[J]. Computer and Fluids, 2012, 69: 54-66.
- [7] OLIVIERI A, PISTANI F, WILSON R, et al. Scars and vortices induced by ship bow and shoulder wave breaking[J]. Journal of Fluids Engineering, 2007, 129(11): 1445-1459.
- [8] 余安正, 任振, 万德成. 高航速下 KCS 模型艏波破碎与艏部涡量数值研究[J]. 水动力学研究与进展: 2020, 35(1): 122-132.  
YU An-zheng, REN Zhen, WAN De-cheng. Numerical study of bow wave breaking and vorticity of KCS under high speeds[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2020, 35(1): 122-132.
- [9] 赵伟文, 万德成. 用 DES 分离涡方法数值模拟串列双圆柱绕流问题[J]. 应用数学和力学. 2016, 37(12): 1272-1281.  
ZHAO Wei-wen, WAN De-cheng. Detached-eddy simulation of flow past tandem cylinders[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(12): 1272-1281.
- [10] 赵伟文, 万德成. 用 SST-DES 和 SST-URANS 方法数值模拟亚临界雷诺数下三维圆柱绕流问题[J]. 水动力学研究与进展, 2016, 31(1): 1-8.  
ZHAO Wei-wen, WAN De-cheng. Numerical study of 3d flow past a circular cylinder at subcritical reynolds number using SST-DES and SST-URANS[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2016, 31(1): 1-8.
- [11] WANG J H, WAN D C. CFD Investigations of ship maneuvering in waves using naoe-FOAM-SJTU Solver[J]. Journal of Marine Science and Application, 2018, 17: 443-458.
- [12] 吴迪, 赵伟文, 万德成. 引入动力模式的 DDES 模型及其再大分离流动中的模拟应用[J]. 水动力学研究与进展, 2018, 33(6): 766-777.  
WU Di, ZHAO Wei-wen, WAN De-cheng. The applications of DDES model with dynamic modelling in simulating massively separated flows[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2018, 33(6): 766-777.
- [13] ZHAO W W, WANG J H, WAN D C. Vortex identification methods in marine hydrodynamics[J]. Journal of Hydrodynamics, 2020, 32(2): 286-295.
- [14] 陈铠杰, 万德成. 基于黏性修正 SST K-W 模型的水翼空化流数值模拟计算[J]. 水动力学研究与进展, 2019, 34(2): 224-231.  
CHEN Kai-jie, WAN De-cheng. Numerical simulation on cavitation flow of hydrofoil with viscosity-modified SST  $k-\omega$  turbulence model[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2019, 34(2): 224-231.