

船舶流体力学(NA235)第五次作业

(2014-2015 第二学期)

(共七题, 2015年4月27日提交)

一、已知一流动的速度场为

$$u = y + 2z, \quad v = z + 2x, \quad w = x + 2y$$

试求: (1) 涡量场以及涡线方程; (2) 在 $x + y + z = 1$ 平面上横截面 $dS = 0.0001m^2$ 的涡管强度。

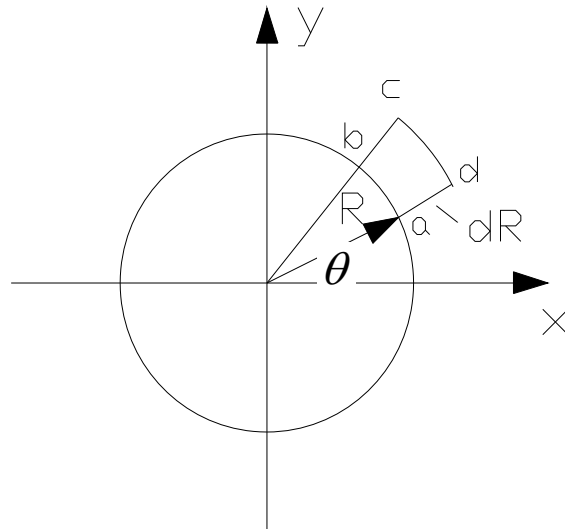
二、今已知极坐标下的平面流动

$$v_r = U_0 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cos \theta, \quad v_\theta = -U_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \sin \theta + \frac{k}{r}$$

式中 a, k, U_0 均为常数。试求包围圆 $r = a$ 的任一封闭曲线的速度环量。

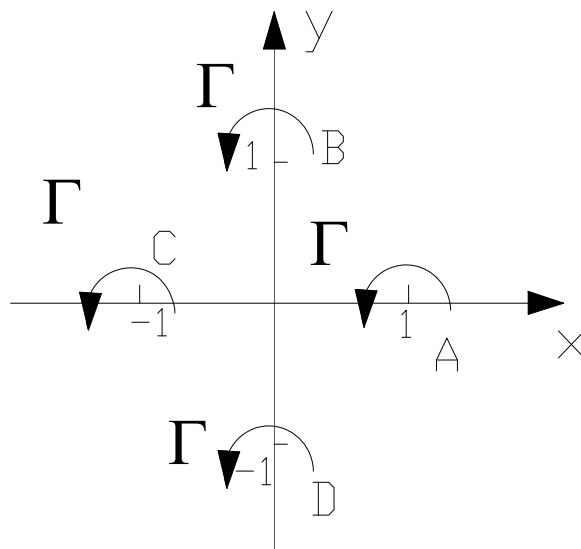
三、已知流动的速度分布为 $u = -\omega y, \quad v = \omega x$

试求: (1) 绕半径为 R 的圆周的速度环量 Γ 及穿过该圆的涡通量; (2) 绕封闭曲线 $abcd$ (见下图) 一周的速度环量以及穿过该封闭曲线所围面积的涡通量。

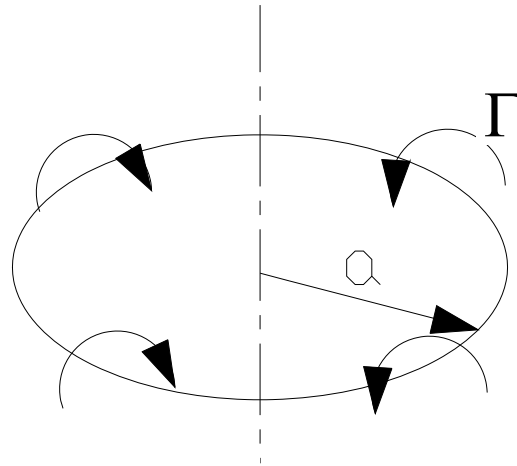


四、试证明理想正压流体在有势力作用下产生运动时，如速度场 \vec{v} 在某一时刻为无旋，则加速度场 $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ 在任何时刻为无旋，并由此直接推出旋涡的不生不灭定理。

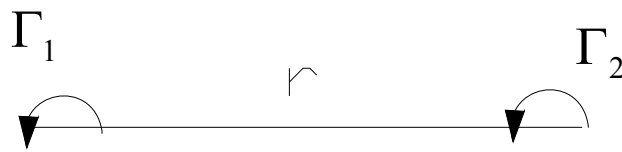
五、在 $(1,0)$ ， $(0,1)$ ， $(-1,0)$ ， $(0,-1)$ 四点分别置有强度为 Γ 的点涡，试求这四个点涡的运动轨迹。



六、设有一半径为 a ，强度为 Γ 的圆环涡线，试求此圆环在对称轴线上的诱导速度。



七、两相距为 r 的点涡强度分别为 Γ_1 和 Γ_2 ，且 $|\Gamma_1| \neq |\Gamma_2|$ ，试就 Γ_1 与 Γ_2 同号及异号两种情况描述它们的运动。



$$|\Gamma_1| \neq |\Gamma_2|$$

