

上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

学士学位论文

BACHELOR'S THESIS



论文题目：不规则波的数值生成方法与模拟研究

学生姓名：陆飞

学生学号：5131619050

专 业：船舶与海洋工程

指导教师：万德成

学院(系)：船舶与海洋工程建筑学院

不规则波的数值生成方法与模拟研究

摘要

本文主要描述了一种生成和模拟不规则波的方法——高阶谱方法 (High Order Spectral Method), 这个方法由 West 等人 (1987) 以及 Dommermuth 和 Yue 等人 (1987) 提出的理论发展而来。改良版本的高阶谱方法模型 (HOS 模型) 也在本文提出, 包括有周期性自由边界条件的高阶谱方法海洋模型 (HOS-ocean) 和非周期性固定边界条件的高阶谱方法数值水池模型 (HOS-NWT), 并提供了算例验证这两种模型的效率, 误差和可行性。不仅如此, 还结合了实际情况实现了二维和三维波浪场情况下畸形波的生成, 对长程大范围海域内的畸形波进行了研究, 并对结果进行了讨论。畸形波的研究是在周期性的边界条件下开展的, 使用了以下两种不同的初始设置参数: (1) 预先设置波浪相位调整好的三维方向波浪谱, 以便于在之后生成被动的聚焦波情况; (2) 让二维和三维的波浪场按照方向谱自然生成发展, 寻找其中出现的畸形波。最后, 我们提取探测到的畸形波的原始三维形状参数, 研究了方向性对不规则波生成和发展的影响。

关键词: 不规则波, 数值模拟, 高阶谱方法, 畸形波, HOS

NUMERICAL SIMULATION OF IRREGULAR WAVE WITH HIGH ORDER SPECTRAL METHOD

ABSTRACT

This paper describes a high-order spectral method for generating and simulating irregular waves, the theory proposed and developed by West et al. (1987) and Dommermuth and Yue et al. (1987). The improved version of the higher order spectral model (HOS model) is also presented in this paper, including the high-order spectral method with periodic free boundary conditions (HOS-ocean) and non-periodic fixed boundary conditions of the higher order spectral method model (HOS-NWT). We provided the examples to verify the efficiency, error and feasibility of these two models. Not only that, but also the actual situation to achieve the two-dimensional and three-dimensional wave field in the case of the formation of irregular waves, long-range large-scale sea area of the irregular wave were studied, and the results were discussed. The study of the freak wave is carried out under periodic boundary conditions, using the following two different initial setup parameters: (1) Pre-set the wave phase to adjust the good three-dimensional wave pattern in order to generate a passive focus wave ; (2) Let the two-dimensional and three-dimensional wave field in accordance with the direction of the natural generation of development, looking for the emergence of abnormal freak waves. Finally, we extract the original three-dimensional shape parameters of the detected freak waves, and study the influence of the directionality on the generation and development of irregular waves.

Key words: irregular waves, high-order spectral method, numerical simulation, freak waves,

HOS

目录

第一章 绪论.....	1
1.1 课题研究背景和意义.....	1
1.2 国内外相关研究.....	2
1.3 研究思路.....	3
1.4 本章小结.....	4
第二章 研究方法.....	5
2.1 边界条件.....	5
2.2 摄动展开.....	5
2.3 特征函数.....	6
2.4 本章小结.....	7
第三章 HOS-ocean 模型的研究.....	8
3.1 研究工具.....	8
3.1.1 运算时间.....	8
3.1.2 主程序.....	8
3.1.3 后处理程序.....	8
3.2 模拟的初始化条件.....	8
3.3 模型的有效性验证.....	10
3.3.1 单位体积和能量误差分析.....	10
3.3.2 网格数量误差分析.....	11
3.3.3 波陡误差分析.....	12
3.3.4 HOS 阶数误差分析.....	12
3.3.5 HOS-ocean 模态稳定性研究.....	13
3.4 本章小结.....	14
第四章 开阔海域畸形波的生成与研究.....	15
4.1 方向聚焦模拟生成畸形波.....	15
4.1.1 初始条件设置.....	15
4.1.2 结果讨论.....	16
4.2 自然演化生成畸形波.....	18



4.2.1 长时间二维海浪演化算例.....	18
4.2.2 长时间三维海浪演化算例.....	20
4.3 方向性对畸形波事件的影响.....	22
4.3.1 方向角 β 对畸形波事件的影响.....	22
4.3.2 方向展开阶数 n 对畸形波事件的影响.....	25
4.4 畸形波内水动力数据分析.....	28
4.5 本章小结.....	29
第五章 HOS-NWT 模型的研究.....	30
5.1 边界条件.....	30
5.1.1 整体边界条件.....	30
5.1.2 造波板边界条件.....	31
5.1.3 消波滩的边界条件.....	31
5.2 在小陡度的情况下验证模型的有效性.....	31
5.3 在更大陡度的情况下验证模型的有效性.....	32
5.3.1 二维规则波浪场.....	32
5.3.2 二维不规则波浪场.....	34
5.4 本章小结.....	35
第六章 结论.....	36
6.1 结果与讨论.....	36
6.2 未来展望.....	36
参考文献.....	38
谢辞.....	40
NUMERICAL SIMULATION OF IRREGUALR WAVE WITH HIGH ORDER SPECTRAL METHOD.....	1

第一章 绪论

1.1 课题研究背景和意义

随着海洋可再生能源的开发,港口近岸工程和船舶适航性研究的发展,对波浪的研究引起了越来越多研究者的重视。而在这个领域中,人们广泛利用计算流体力学方法(Computational Fluid Dynamics)对规则波进行研究,并且使用实验数据来加以验证。Yang^[1]等使用流体体积法(Volume of Fluid)同时对 LNG 运输船舱内液体晃荡和外界波浪影响进行了模拟,其中针对船体运动引入不可压缩 Euler/Navier Stokes 方程和非结构化的网格化划分。Sato^[2]等对 Wigley 型船和 60 系列船舶在规则波中的垂荡和纵摇运动进行了预测,把船舶体积力当做船舶运动代入 Navier Stokes 方程计算,并得到了理想的结果。Chen^[3]等对不同海况下海浪和近岸结构物的相互作用开展了研究,基于非定常不可压缩 Navier Stokes 方程选择了两相流模型,使用 interFoam 求解器得出了圆柱型垂直平台、海上风力发电机基座等模拟结果。

尽管大多数计算流体力学研究人员把目光集中在了规则波上,进行研究并且取得较好的成果,但是这样的模拟与实际海况还是有较大区别的。真实的海洋环境包括一系列频率和波高不同的波浪,而规则波只有单一的频率,远远不能满足研究的需要。而且在开阔海域中,船舶和海洋结构建筑物频繁且周期性的受到极端波浪的侵袭,这对结构的完整性和工作人员的生命安全造成了极大困扰。这些极端波浪物理现象不仅是三维的,而且是高度不规则化的。

因此,不规则波的重要性凸显出来,大家的目光开始转向不规则波。不规则波是具有不同相位,不同频率的正余弦波叠加在一起的波浪。在不规则波数值模拟这个方向上,人们主要提出了边界元法(Boundary Element Methods),流体体积法(Volume of Fluid Methods),拟谱法(Pseudo-Spectral Methods)和多模态耦合法(Mode-Coupling Approach)等。边界元法使用格林函数进行计算,需要列出边界积分方程,本来是用来解决线性波的衍射-辐射问题,在 80-90 年代发展到解决非线性问题,包括波浪和结构相互作用,波浪传播问题。这种方法对几何边界条件要求十分灵活,但是计算矩阵复杂度为 $O(N^2)$,不适用于计算大区域尺度的问题。体积法是对整个流体域进行离散计算,现在常用的方法有:有限差分法,有限元法等。比如在计算 3D 海浪时(Engsig-Karup 等(2009)),充分利用稀疏矩阵的特性减小计算复杂度到 $O(N)$,使用 σ -变换求解固定计算域的元素,无需二次划分网格。计算效率比边界元法大大提高。但是边界元法(BEM)和流体体积法(VOF)都属于计算流体力学(CFD)的方法,在计算上耗费的时间和占用的资源都比较多,特别是遇到长时间大范围海域内波浪场的模拟。所以,这时候我们就要采用势流的方法,比如谱方法来进行高效精确的模拟。

从谱方法的历史的发展上面来看,早期谱方法,特别是针对海洋波浪谱演化的研究,由于受限于理论和计算机性能的制约,都是通过有限的波浪成分的相互作用和弱不规则化的方法^[4]。在 60 年代早期,Phillips (1960)^[5], Longuet-higgins (1962) 和 Hasselmann (1962)^[6]首次采用波浪模态耦合的方法推导出了谱方法的结果,但是他们限制了波浪之间的相互作用带来的能量交换速率变化。接下来,Zakharov^[7]在 1968 年提出了波浪模态变化速率方程,比较完整的描述了波浪系统长时间发展演化的过程。这个演化方程在积分形式中采用了 Hamilton 算子,并且简化了表达形式,求解过程仅仅采用了 4 个或 5 个波浪之间的相互作用。无论如何,这是当时近二十年来第一次比较全面的推导和求解出简化的 Zakharov 方程组。谱方法的另一个研究方向是波浪陡度的阶数,因为波浪的陡度阶数在计算中是受限制的,所以要引入一个窄带波浪频谱假说。这样一来,我们就得到一个弱的非线性 Schrodinger 方

程组, 这个方程自从第一次被 Zakharov 在 1968 年应用于重力波的水动力问题之后, 接下来就被广泛应用于和水动力相关的波浪生成。这个方程在之后又被改良, 于 1979 年由 Dysthe 加入了 Davey-Stewartson 系统的有限水深下的公式^[8], 其中包括了四阶波浪陡度的描述。再后来, Trulsen 和 Dysthe 于 1996 年继续改良, 把波浪窄带频谱扩展到了宽带频谱, 为以后研究带来了更大的便利。

本文研究的高阶谱方法 (High-Order Spectral method) 属于拟谱法 (谱方法) 的一种, 由 Dommermuth 和 Yue^[9] 和 West^[10] 等分别提出, 这种方法将速度势摄动展开成一系列特征函数, 采用快速傅立叶变换的方法求解导数项, 具有很高的计算效率和计算精度, 能够很好地模拟波浪的非线性现象。在恒定水深的波浪生成和传播中, 高阶谱方法展现出了比边界元法和体积法更高的效率和精度, 能够模拟大范围区域内的波浪场演化, 不管是二维还是三维的数值模拟都有较好模拟结果。

1.2 国内外相关研究

在 1987 年, West 等人就对周期性自由边界条件的高阶谱方法海洋模型 (HOS-ocean) 进行了研究, 对 HOS 方法进行了有效性验证。在 Tanaka (2001a)^[11] 的论文里面, 更展示了大范围三维波浪谱模拟波浪生成的过程, 在如此大尺度区域内使用 HOS-ocean 模型进行数值模拟同时也验证了 Hasselmann 的非线性表面重力波之间能量转移理论 (1962)。这个理论是通过不同波谱之间的能量转移速率来验证的, 并且成功地与 Hasselmann 的理论进行了比较。

在高阶谱方法海洋模型 (HOS-ocean) 的研究里面, 对畸形波的研究尤为引人注目。畸形波 (freak wave/rogue wave) 是一种具有较大波高 (一般是有义波高的 2.0~2.2 倍), 较高陡度 (ka 大于 0.3), 持续时间短暂的极端波浪情况, 人们一般研究它的几何特性 (wave geometry), 时空聚集性 (spatial-temporal focusing) 和模态不稳定性 (modulational Benjamin-Fierce instabilities)^[12]。畸形波的发生往往与多种因素导致的能量汇聚有关: 不规则的地形影响, 模态的不稳定性, 反向波浪的影响, 波浪的方向或者频率的聚焦等。在这么多强非线性条件下, 弱非线性窄带波浪频谱假说看起来不是这么可靠了。由于畸形波随机出现在三维波浪场中, 而且具有强的非线性特点, 会影响甚至减弱模态不稳定性现象的产生, 这些会使得大范围长时间开阔海域模拟更具有挑战性。从查到的文献资料得知, 相对于实地观测调查, 数值模拟更具有可行性, 常常被人们用于不规则波中畸形波的形成机理和特性的研究。虽然如此, 在今天应用数值模拟来研究非线性开阔海域的波浪形成仍然充满挑战性。Brandini 利用边界元方法 (BEM) 通过波浪方向聚焦的方式获得了畸形波; Biauxse 采取边界元方法 (BEM) 和流体体积法 (VOF) 相结合的途径研究了畸形波中波浪的频率和方向聚焦的问题。上面这些传统的方法, 不管是基于有限元区域划分的边界元法, 还是基于粒子运动追踪的流体体积法都因为计算效率太低, 都无法快速的生成几平方公里的自由开阔海域的波浪。事实上, 由于大尺度的时间空间计算的加入, 还有许多细微的高频的波浪 (即波浪谱) 的引入, 导致传统方法计算时对时间和空间网格的划分要求十分严苛 (通常需要上百万个空间节点和上千个时间步数)。这时, 基于 Zakharov 推导出来的方程的高阶谱方法显示出它高效率, 高计算精度的优越性, 它把小波陡的波浪基于速度势摄动展开, 再用快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transforms) 求解自由液面波动的系数, 从而求出下一时刻和全场的速度势和波高函数。

对非周期性固定边界条件的高阶谱方法数值水池模型 (HOS-NWT) 的研究。近几十年来新的实验设施给我们的研究波浪生成的力以及各种现象带来了许多便利, 造波水池就是一个绝好的例子。首先, 在造波水池里面能够精确的控制波浪场的生成, 大多数复杂海况的特性能够完美复制。其次, 在小尺度模型下的试验要比实物全尺度的试验要经济实用, 并且实

尺度的参数更难设定和测量。由此一来，造波水池可以做的试验范围就大大扩展了，可以从长时间海浪作用对船舶和沿海结构的疲劳影响，到不同设计在极端海况下可承受范围试验。与此同时，数值模型（Numerical Models）在近几十年来也随着计算机的飞速进步而蓬勃发展。许多数值工具的出现也给我们的研究带来了巨大的便利，比如数值造波水池（Numerical Wave Tanks）就是用于研究有限边界范围的重力波的生成以及传播。数值造波水池同样拥有实际造波水池的造波板和吸收海绵层，这些设备能够准确的生成和实际造波水池一样的三维海况的波浪。值得注意的是，在数值水池中生成不规则波浪在推进过程中不允许有任何结构物的阻拦，在波浪的达到波峰前不允许波浪破碎。而且流体是非粘性的，波浪场无旋。因此，势流理论能够比较好的用于模拟不规则波这种物理现象。

虽然 J.C.Park^[13]等人尝试了在粘性条件下非线性波浪在三维结构物周围的情况预测，但是势流理论在长时间多种海况下的数值模拟仍有无可比拟的优势，事实上粘流求解器在大范围海域内模拟太容易能量耗散而且浪费大量时间。到现在发展出不同的势流理论模型，比如 S.Yan^[14]等人根据势流模型和有限元方法提出的 QALE-FEM 模型研究系泊浮体在陡浪下的运动情况，在这个研究框架下，基于边界元方法的模拟工具已经经过精心设定，允许出现波浪倾覆的极端情况。这个方向的最新进展——高阶边界元方法（High-Order BEM）耦合快速多极子算法（Fast Multipole Algorithm）已经应用于方向聚焦的畸形波的生成。尽管如此，高阶边界元方法的计算复杂度受到网格精细度和波长范围的限制，它的实用性仍不是很广泛。所以，通过快速傅里叶变换（FFTs）的方式得到的更快速更精确的数值谱方法进入了人们的视线，数值造波水池（NWT）也可以像海洋环境（ocean）一样使用更为快捷的谱方法进行模拟^[15]。

法国 École Centrale de Nantes（ECN）水池基于谱方法生成了二阶 NWT 模型，称为 SWEET（Spectral Wave Evolution in the ECN Tank）模型。这个 NWT 模型的所有真实水池的特征，包括在推进过程中有固定边界的计算域和生成波浪的推波板，都是在二阶描述的波浪陡度和造波版位置偏移条件下建立的。这个二阶 NWT 模型已经在许多二维和三维的例子中得到深入的验证，并且显示出较高的准确度和计算效率。对水动力方程只有二阶的摄动展开是无法满足对陡度的详细模拟的，所以下一步就是扩展这个二阶的模型到更完全的更高阶的程度，高阶谱方法（HOS）模型此时就能满足需要。一开始提出的 HOS 方法都限制在周期性自由边界条件，而且这些条件作用在数值计算域的边界上，只要初始状态，即初始海况条件充足，就可以研究开阔海域波浪的演变生成。换句话说，如果初始条件不充足，就不可能生成任何波浪，这样就使得后续的实验验证变得更加困难。事实上，在数值水池里重现波浪场演化过程还要考虑池壁和缓冲海绵区的反射影响，假自由波面的生成，还有从剩余部分开始的影响等等。无论如何，最近的研究已经把谱方法的应用范围大大扩展了，已经可以做到完全模拟非线性波谱模型在数值水池中推进演化。所以说，SWEET 模型作为 HOS 的模型的前身，已经被增强改善，新的模型称为 HOST（HOS Tank）模型，由 G. Ducrozet 等人提出并建立。在这个 HOST 模型里，完全的非线性自由面条件被列入考虑（而不是像 SWEET 模型一样波浪陡度和造波版只考虑二阶的情况），造波板也提升到了三阶的范围。

1.3 研究思路

本文对高阶谱方法生成不规则波的研究分为以下三个部分。第一部分是对周期性自由边界条件的高阶谱方法海洋模型（HOS-ocean）的研究。在 1987 年 West 等人就对 HOS 方法进行了有效性验证，为了进一步验证我们提出来的模型有效性，所有在 West 文献里面提到的验证模型准确性和稳定性的实验都会重新施行，确保经历了去混叠处理（de-aliasing）的模型仍能保持快速与精确。这个 HOS-ocean 模型先在三维算例中进行长时间数值模拟验证。比如，在 Tanaka（2001a）的论文里面展示了大范围三维波浪谱模拟波浪生成的过程，在本

文的研究里面经过验算得到十分相似的结果。

第二部分就是对开阔海域中不规则波，主要是畸形波的模拟研究。在证明 HOS 海洋模型的有效性，精确性和稳定性之后，我们采用以下两种不同的初始设置参数研究畸形波：(1) 预先设置波浪相位调整好的三维方向波浪谱，以便于在之后生成被动的聚焦波情况；(2) 让二维和三维的波浪场按照方向谱自然生成发展，寻找其中出现的畸形波。接下来，我们提取探测到的畸形波的原始三维形状参数，研究了方向性（包括方向角和方向展开次数）对不规则波生成和发展的影响。最后，我们提取单个畸形波，研究其内部流场和压力，并进行详细讨论。

第三部分是对于高阶谱方法数值水池（HOS-NWT）模型的研究：(1) 首先要处理好普遍意义下势流理论的公式应用到不规则波的公式问题，还需要验证不同的边界条件和 NWT 数值水池的主要特性（包括和造波模块相联系海绵吸收区）。(2) 其次是对造波模型的详细研究，特别是对一阶二阶的模型的详细描述，可以对三阶展开的波浪生成有启发性的作用。然后更高阶的谱方法允许在边界条件详细的情况下求解更完全的非线性波浪问题。这时候 NWT 水池的效率和准确性将会得到讨论。(3) 接下来研究在小陡度条件下，验证数据的有效性，所有实验数据均来自 ECN 水池，并与数值模拟数据进行比较。首先模拟了长时间二维不规则波，得到的结果和实验结果十分吻合，并与二阶 SWEET 模型进行了比较，说明高阶谱模型（包括造波，波浪推进，吸收缓冲部分）在二维条件下的准确性，有效性和稳定性。(4) 最后，在适度波陡的前提下，从不同方面对比分析了二维不规则波的数值模拟和 ECN 实验数据，强调了造波板模型的增强与提升，指出造波板的非线性性将会给数值模拟带来的可能影响，流域内的流速和压力信息也作为参照列入计算。

1.4 本章小结

第一章主要介绍了研究背景与意义，让我们了解到高阶谱方法在研究长时间大范围不规则波的重要性，是其他方法所不能比拟的。还介绍了国内外研究的现状，发现这方面涉足的研究虽然数量繁多，但是研究不深，所以有巨大的研究空间与潜力。最后简要介绍了本文研究的三个部分，为之后的研究奠定了基础。

第二章 研究方法

2.1 边界条件

本文讨论的完全非线性重力波演化过程问题，都是基于 Dommermuth & Yue (1987) 的论文，该论文提出了最基础的高阶谱方法 (High Order Spectral Method)。

在平均水面上设置坐标原点，坐标系为笛卡尔坐标系，Z 坐标轴竖直向上，流动用速度势函数 $\phi(x, y, z, t)$ 来描述， ϕ 满足 Laplace 控制方程。参考 Zarharov(1968), 引入自由面速度势：

$$\phi^s(x, y, t) = \phi(x, y, \eta(x, y, t), t) \quad (1)$$

此处 $z = \eta(x, y, t)$ 表示自由液面，假设它是单值而且连续的， ϕ^s 的时间和空间的水平导数可以写为

$$\phi_t^s(x, y, t) = \phi_t(x, y, \eta(x, y, t), t) + \phi_z(x, y, \eta, t) \cdot \eta_t(x, y, t) \quad (2)$$

$$\nabla \phi^s(x, y, t) = \nabla \phi(x, y, \eta(x, y, t), t) + \phi_z(x, y, \eta, t) \cdot \nabla \eta(x, y, t) \quad (3)$$

式中 $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 表示水平梯度，所以自由表面上的运动学条件和动力学边界条件可以用 ϕ^s, η 和 ϕ_t 分别表示为

$$\eta_t + \nabla \phi^s \cdot \nabla \eta - (1 + \nabla \eta \cdot \nabla \eta) \phi_z(x, y, \eta, t) = 0 \quad (4)$$

$$\phi_t^s + \eta + \frac{1}{2} \nabla \phi^s \cdot \nabla \phi^s - \frac{1}{2} (1 + \nabla \eta \cdot \nabla \eta) \phi_z^2(x, y, \eta, t) = -P_a \quad (5)$$

P_a 是参考大气压，或者是给定的大气压力扰动。除此之外，还有底部条件和初始条件 $\phi^s(x, y, 0)$ 和 $\eta(x, y, 0)$ 。若水面之上或者水面之下有物体存在，还要补充上物面的边界条件。

通过观察计算边界条件可以发现，只有通过 ϕ_z 与问题的控制方程 (Laplace 方程) 和其他边界条件发生关系。假设在某种特殊情形下，能够将 $\phi_z(x, y, \eta, t)$ 和 ϕ^s, η 直接表示出来，那么式子 (4) (5) 就可以构成描述速度势和波高演化的封闭方程组。一旦给出初始值 $\phi^s(x, y, 0)$ 和 $\eta(x, y, 0)$ ，那么就可以代入下一刻作为初始条件，一直迭代计算。浅水水深 $h / \lambda \ll 1$ 的极限情况就是如此。

2.2 摄动展开

Dommermuth & Yue 并没有直接将速度势 ϕ 作谱展开，而是先把它摄动处理展开，即假设 ϕ 和 η 是 $O(\varepsilon^m)$ ， ε 是度量波陡的小参数，要求波陡 $\varepsilon = ka$ 远小于 1.0， k 为波数， a 为振幅，并把 ϕ 和 η 摄动展开：

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^M \phi^m(x, y, z, t) \quad (6)$$

从这里开始， $(*)^{(m)}$ 表示和 $O(\varepsilon^m)$ 同阶的量，进一步，我们把每一个在 $z = \eta$ 上面取值的 ϕ^m 绕着 $z = 0$ 做 Taylor 展开，并且保留到相同的 M 阶，于是从式 (6) 可以推出：

$$\phi^s(x, y, t) = \phi(x, y, \eta, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{n^k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m)}(x, y, 0, t) \quad (7)$$

其实式 (6) 和 (7) 限定了本方法使用的波陡的范围。考虑到我们研究的是一个长时间大范

围波浪场的演化问题，在有一个给定的瞬时 t 时， ϕ^s, η 都认为是已知的，利用式 (2) (3) 去寻找下一刻瞬间的 $(t + \Delta t)$ 的 ϕ^s, η 。这个问题解决的关键在于确定 $\phi(x, y, z, t)$ 和 $\phi_z(x, y, z, t)$ 。式 (7) 在 $\phi^s(x, y, t)$ 已知的情况下，给我们提供了计算 $\phi(x, y, z, t)$ 的简单的边界条件。事实上，将式 (7) 相同阶的项整合在一起，可得：

$$\phi^s(x, y, t) = \phi^{(1)}(x, y, 0, t)$$

$$\phi^m(x, y, 0, t) = -\sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m-k)}(x, y, 0, t) \quad m = 2, 3, \dots, M \quad (8)$$

展开来就是

$$\begin{aligned} \phi^s(x, t) = & \phi^{(1)}(x, 0, t) + \eta \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z}(x, 0, t) + \eta^2 \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z^2} + \eta^3 \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial z^3} + \dots \\ & \phi^{(2)}(x, 0, t) + \eta \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z}(x, 0, t) + \eta^2 \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial z^2} + \eta^3 \frac{\partial^3 \phi^{(2)}}{\partial z^3} + \dots \\ & \phi^{(3)}(x, 0, t) + \eta \frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial z}(x, 0, t) + \eta^2 \frac{\partial^2 \phi^{(3)}}{\partial z^2} + \eta^3 \frac{\partial^3 \phi^{(3)}}{\partial z^3} + \dots \\ & \phi^{(4)}(x, 0, t) + \dots \end{aligned}$$

$$m = 2, 3, \dots, M \quad (9)$$

这一系列正好构成了 ϕ^m 的 Dirichlet 边界条件，而且满足条件是 $z = 0$ 。这些看似简单的自由面条件，加上 Laplace 边界方程和合适的海底条件和物面条件，定义了一系列确定 ϕ^m ， $m = 2, 3, \dots, M$ 的边界值问题。解决这类边界值问题的方法是成熟的，但是对于每个时间步要解决 M 个边界值问题，而且要按照 $m = 2, 3, \dots, M$ 的顺序依次解下去。

2.3 特征函数

设特征函数 $\psi_n(x, y, z)$ ， $z \leq 0$ 已知，除了满足 Dirichlet 边界条件外，还满足 Laplace 边界方程，海底条件和物面条件。我们将 ϕ^m 用这个特征函数展开，并在合适的模态数 N 处给予截断，则

$$\phi^{(m)}(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^{(m)} \psi_n(x, y, z) \quad (10)$$

$\psi_n(x, z)$ 为满足拉普拉斯方程和边界条件的基函数， $\phi_n^{(m)}$ 为各模态的振幅，由式 (8) 的 Dirichlet 边界条件决定。

对于 (x, y) 平面上以 2π 为周期的边界条件，且在深水中，式 (10) 可以写成

$$\phi^{(m)}(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^{(m)}(t) \exp[|k_n|z + ik_n \cdot x] \quad (11)$$

对于有限水深：

$$\phi^{(m)}(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^{(m)}(t) \frac{\cosh[|k_n|(z+h)]}{\cosh(|k_n|h)} \exp[ik_n \cdot x] \quad (12)$$

式子中, $k_n = (k_x, k_y)$, $|k_n| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, 求和是对 k_x, k_y 所有整数取值内进行的, 包括 $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ 。

根据不同的情况选择不同的基函数, 通过公式 (13) 可得到用已知量 ϕ^s 和 η 表示的 $\phi_n^{(m)}(x, t)$, 谱方法最主要的目的就是得到自由面竖向速度速度^[16] $\phi_z(x, \eta, t)$, 由公式 (10) 可得:

$$\phi_z(x, y, \eta, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{n^k}{k!} \sum_{n=1}^N \phi_n^{(m)}(t) \frac{\partial^{k+1}}{\partial z^{k+1}} \psi_n(x, y, 0) \quad (13)$$

把式 (13) 自由表面竖向速度 $\phi_z(x, y, \eta, t)$ 代入 (2) (3) 的自由面条件, 可以得到关于 ϕ^s 和 η 的发展方程

$$\eta_t + \nabla \phi^s \cdot \nabla \eta - (1 + \nabla \eta \cdot \nabla \eta) \left[\sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{n^k}{k!} \sum_{n=1}^N \phi_n^{(m)}(t) \frac{\partial^{k+1}}{\partial z^{k+1}} \psi_n(x, y, 0) \right] = 0 \quad (14)$$

$$\phi_t^s + \eta + \frac{1}{2} \nabla \phi^s \cdot \nabla \phi^s$$

$$- \frac{1}{2} (1 + \nabla \eta \cdot \nabla \eta) \left[\sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{n^k}{k!} \sum_{n=1}^N \phi_n^{(m)}(t) \frac{\partial^{k+1}}{\partial z^{k+1}} \psi_n(x, y, 0) \right]^2 = -P_a \quad (15)$$

方程 (14) (15) 是 ϕ^s 和 η 以模态振幅 $\phi_n^{(m)}(x, t)$ 表示的波浪演化方程, 而 $\phi_n^{(m)}(x, t)$ 本身又由 ϕ^s 通过 Dirichlet 条件 (10) 来决定的

若要考虑二维的周期边界的深水例子, 为了简单起见, 可以令计算域为 $-\pi \leq x \leq \pi$, 特征函数取 (11), $k_n = (k_x, k_y)$, n 取 $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ 。所以, 自由表面波高变化, 表面速度, 摄动速度势可以分别表达成:

$$\begin{aligned} \eta(x, t) &= \sum_{n=-N}^N \eta_n(t) e^{inx} \\ \phi^s(x, t) &= \sum_{n=-N}^N \phi_n^s(t) e^{inx} \\ \phi^{(m)}(x, z, t) &= \sum_{n=-N}^N \phi_n^m(t) e^{inx+nz} \end{aligned}$$

2.4 本章小结

总而言之, 高阶谱方法可以分成两大部分来分析:

(1) 在给定的某时刻 t 时的波高函数 $\eta(x, t)$ 和表面速度势 $\phi^s(x, t)$, 利用伪谱法基于 Dirichlet 条件 (8) 解出模态振幅 $\phi_n^m(t)$ 。具体来讲, $\phi_n^m(t)$, $\phi^s(x, t)$ 和 $\eta(x, t)$ 的空间导数在波数空间计算, 而非线性的乘积则在物理空间的离散点集 X_i 上面计算。 X_i 是均匀分布的, 所以可以使用快速 Fourier 变换 (FFTs) 在波数域和物理域之间重复投影, 提高计算效率。对于 N 个波浪模态, 运算复杂度为 $O(N \log N)$ 。对于 M 阶的摄动, 每时间步对的运算量是 $O(MN \log N)$ 。^[17]

(2) 在物理域上积分演化方程 (14) (15), 得到新值 $\eta(x, t + \Delta t)$ 和 $\phi^s(x, t + \Delta t)$ 。比较常用的积分求法是四阶 Runge-Kutta 法, 时间步长是固定的。^{[18][19][20]}

从给定的初始条件开始, 重复使用步骤 (1) 和步骤 (2)。Dommermuth 等人还考虑了如何减小取舍误差和混叠误差等问题。Glimm 等人考虑了三维波浪的干扰和移动表面的压力兴波的问题。^[21]

第三章 HOS-ocean 模型的研究

3.1 研究工具

对 HOS-ocean 模型的研究在法国 LHEEA 实验室的开源程序 HOS-ocean 指导下进行, 整个程序使用 Fortran 语言编译, 分为主程序, 标准检查程序和后处理程序。

3.1.1 运算时间

二维不规则波浪场, $N_x = 1024$ 种模态, HOS 阶数 $M = 5$, 每个波浪周期预计计算时间 $t \cong 2.0 \times 10^{-1} \text{s}$ 。

三维不规则波浪场, $N_x = 256$, $N_y = 256$ 种模态, HOS 阶数 $M = 3$, 每个波浪周期预计计算时间 $t \cong 1.0 \times 10^1 \text{s}$ 。

3.1.2 主程序

主程序主要由 HOS-ocean.f90, RF-solution.f90, fftw.f03,bivar.90 等计算模块组成, 不同模块之间有相对的独立性和依存性。所有计算出来的结果保存到事先建好的 Results 文件夹中。

输入文件一般称为 input_HOS.dat, 用于描述可接触到的不同的输入参数, 同时也决定了计算后输出文件的内容。在预先建好的 Results 文件夹中一般会有以下文件, 可以用于 Tecplot 可视化分析:

3d.dat 描述了三维自由液面随时间变化的特征信息, 包括波高 η 和表面速度势 ϕ^s 等信息。

a_3d.dat 提供了模态振幅随时间变化的特征信息, 包括波高 η 和表面速度势 ϕ^s 随时间变化的函数。

2d.dat 描述了二维自由液面随时间变化的特征信息, 包括波高 η 和表面速度势 ϕ^s 等信息。

vol_energy.dat 描述了在模拟过程中体积和能量的空间演化信息。

Modes_HOS_SWENSE.dat 包含了 HOS 体积场中的可视化模态信息, 波浪场的物理传递等信息等。更重要的是, 为后处理提供了输入信息, 把 HOS 方法和波浪—结构相互作用模型耦合起来。

3.1.3 后处理程序

Post_processing 主要用来分析 HOS_ocean 主程序计算出的输出文件, 可以分析不同海况下的文件, 不同的后处理输出文件, 分析出不同的结果, 为 Tecplot 可视化分析提供了依据:

Analysis.dat 包含了 HOS_ocean 模型模拟波浪场的基本信息, 分析了不同时刻的自由面的特性, 包括最大波高, 有义波高, 最大波幅, 有义周期等信息, 并且探测出畸形波的数量。

Freak_waves.dat 提供了在计算域内每个探测到的不规则波的信息简介。

Caract_freak_waves.dat 提供了每个不规则波的详细特征信息, 包括尺寸、波高等。

VP_card.dat 提供了笛卡尔坐标系下速度和压力分布的信息 z 坐标方向的网格相对 x 和 y 方向是固定的。VP_card_fitted.dat 则是自适应生成边界网格。

3.2 模拟的初始化条件

在 Dommermuth (2000) 的论文中对足够的初始条件的定义是模糊的, 到底需要多少初始波浪场条件才能开始数值计算并不十分明确, 如果贸然的用不正确的方式进行计算, 将会导致数值计算的不稳定现象, 甚至计算发散。尽管如此, Dommermuth 也给数值模拟的初始参数设置提供了一个思路, 采用线性化的方式处理初始条件: 在最开始的 5 到 10 个谱峰周期的时间内的波浪, 设置一个过渡阶段^[22]。在这个过渡的周期之后, 我们认为初始的波浪场

已经成为“真正的”完全非线性波浪场。在后面的数值模拟中，波浪场的长时间演化都考虑了使用释放延缓周期的方式 (relaxation scheme)，以达到前面的线性化方法处理初始条件。自由液面边界条件本来写成如下的经典形式：

$$\frac{\partial \phi^\delta}{\partial t} + g\eta = F \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} - W^{(1)} = G \quad (16)$$

现在按照 Dommermuth (2000) 的调整方法，加入了非线性延迟项：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^\delta}{\partial t} + g\eta &= F \left(1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{T_a} \right)^n \right] \right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} - W^{(1)} &= G \left(1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{T_a} \right)^n \right] \right) \end{aligned} \quad (17)$$

根据 Dommermuth (2000) 的指导，我们选择过渡周期 $T_a = 10T_p$ ， $n = 4$ 作为延迟参数。

我们还选择采用和 Tanaka(2001a)同种类的初始波浪场。这些波浪场是由一系列方向谱确定的，在深水研究里面，常用的有 JONSWAP 谱和 Pierson-Moskowitz (P-M) 谱。在 Tanaka 的论文里面，他发现了方向谱 $\phi(w, \theta)$ 和她所谓的复波幅 $b(k, t)$ 之间的关系。 $b(k, t)$ 在 1968 年由 Zakharov 提出，与表面波高 η 和表面速度势 ϕ^S 有关，他们的关系可以写成以下的式子：

$$b(k, t) = \sqrt{\frac{w(k)}{2k}} \hat{\eta}(k, t) + i \sqrt{\frac{k}{2w(k)}} \widehat{\phi^S}(k, t) \quad (18)$$

函数上面的帽子符号表示需要傅里叶变换，所以表面波高 η 和表面速度势 ϕ^S 就可以用 $b(k, t)$ 来表示：

$$\eta(x \cdot t) = \frac{1}{2\pi} \int \sqrt{\frac{k}{2w(k)}} [b(k, t) + b^*(k, t)] \cdot e^{ikx} dk \quad (19)$$

$$\phi^S(x \cdot t) = \frac{1}{2\pi} \int \sqrt{\frac{w(k)}{2k}} [b(k, t) - b^*(-k, t)] \cdot e^{ikx} dk \quad (20)$$

在 b_k ($b(k, t)$ 的离散值) 和 $\phi(w, \theta)$ 之间的关系为：

$$|b_k| = \frac{g^2}{2\omega_k^4} \phi(\omega, \theta) \delta k_x \delta k_y \quad (21)$$

其中 Δk_x 和 Δk_y 是在对应方向上的离散模态，这个等式提供了我们计算期望方向上的波谱 $S(\omega, \theta)$ 对应 $|b_k(t=0)|$ 的范数。然后，每个波浪元素 $b_k(t=0)$ 的相被一个随机的数字决定，从而这些相被认为是均匀分布在 $[0, 2\pi]$ 这个区间上的。自由液面势是从液面升高 $B_{mn}^{\tilde{\phi}} = -i \frac{\omega_{mn}}{g} B_{mn}^\eta$ 处开始线性计算，其中 ω_{mn} 是由散射关系决定的。最后，根据式 (19) (20)，用反傅里叶变换得到初始的波浪场。

一般来说，我们倾向于定义方向波浪谱 $\phi(\omega, \theta)$ 为：

$$\phi(w, \theta) = \Psi(\omega) \times G(\theta) \quad (22)$$

所以，波浪谱不带方向描述部分可以写成：

$$\Psi(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp \left(- \frac{5}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^{-4} \right) \gamma \exp \left[- \frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2 \omega_p^2} \right] \quad (23)$$

其中 α 是 Phillips 常量， ω_p 为谱峰周期的圆频率。接下来，可以定义方向性的函数了：

$$G(\theta) = \begin{cases} A_n \cos^n \theta, & |\theta| < \frac{\pi}{2} \\ 0, & |\theta| > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (24)$$

我们又把 A_n 定义成

$$A_n = \begin{cases} \frac{(2p!)^2}{\pi(2p)!}, & \text{if } n = 2p \\ \frac{(2p+1)!}{2(2^p p!)^2}, & \text{if } n = 2p + 1 \end{cases} \quad (25)$$

这时候,时间和空间都被归一化处理,比如 ω_p 和 g 都被归到1.因此 JONSWAP 谱的就写成:

$$\Psi(\omega) = 319.34 \frac{H_s^2}{T_p^4 \omega^5} \exp\left[-\frac{1948}{(T_p \omega)^4}\right] 3.3 \exp\left[-\frac{(0.159 T_p \omega - 1)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (26)$$

$$\alpha = 3.279E, \quad \gamma = 3.3, \quad \sigma = \begin{cases} 0.07, & \omega < 1 \\ 0.09, & \omega \geq 1 \end{cases}$$

其中 E 是波浪场的无因次能量密度参数, 有义波高可以通过 E 来估计出来 $H_s \approx 4\sqrt{E}$.

在本模型中, 波浪的方向展开是特殊的, 采用 $n=2$ 的方向展开系数

$$G(\theta) = \frac{1}{\beta} \left[\cos\left(\frac{\pi\theta}{2\beta}\right) \right]^2 \quad (27)$$

3.3 模型的有效性验证

对于 HOS 方法的波浪演化过程, 已经有许多学者进行了不同的有效性验证, 能追溯到最早的研究文献是 West 等人 (1987) 做的有效性验证试验。为了进一步验证我们使用的模型有效性, 所有在 West 文献里面提及的稳定性和准确性实验都会重做, 特别是现在过去去混叠处理的改良模型的有效性和准确性。这个模型在三维长时间演化的条件下进行了算例验证。比如, 在 Tanaka (2001a) 和 Tanaka (2001b) 里提到的大范围三维波浪谱的模拟, 成功进行, 并且和原文模拟结果较为接近。利用 HOS 方法尝试如此大尺度的数值模拟正好也验证了 Hasselmann 的非线性表面重力波能量转移原理 (Hasselmann, 1962)。这个非线性能量转移理论是通过不同波谱的单位能量改变速率来衡量的。下面就从单位体积和能量误差分析、模态数量误差分析, 波陡误差分析, HOS 阶数误差分析和模态稳定性五个方面来进行有效性验证。^{[23][24]}

3.3.1 单位体积和能量误差分析

在 HOS-ocean 开源程序中初步模拟了三维非线性不规则波的生成, 用于验证体积和能量的误差, 基本的物理和数值参数设置如下:

- JONSWAP 谱, 有义波高 $H_s = 11m$, 谱峰周期 $T_p = 12.5s$, 平均波陡 $\varepsilon = ka = \frac{k_p H_s}{2\sqrt{2}} = 0.1$,
 $\gamma = 5$
- 波浪方向展开角 $\beta = 0.14$
- 无限水深
- 尺寸 $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 20\lambda_p \approx 50k_m^2$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 1000T_p \approx 208min$
- 网格划分 $N_x \times N_y = 256 \times 256$
- HOS M 的幂次数 $M=3$
- 时间公差 10^{-7}
- 释放时间 $T_a = 10T_p, \quad n = 4$

下图图 1 就描述了在三维波浪演化过程中体积和能量（包括动能和势能）误差随时间变化的关系，超过 1000 个谱峰周期的误差累积分析。从左图可以看出，计算体积误差波动较大，在 $5 \times 10^{-16} \sim 2 \times 10^{-15}$ 之间，但最大值仍在 2×10^{-15} 之下。因为每个基本控制方程都是基于物质守恒的定理推导出来的，所以明显的看出体积是严格守恒的，电脑计算模拟也是足够精确的。再从右图的能量守恒中可以发现，能量的误差是累积的，经过 1000 个谱峰周期以后，从一开始的 5×10^{-3} 一直发展到后来的 1.5×10^{-3} ，即使是这样，也足以证明能量守恒在 HOS-ocean 中的精确性。

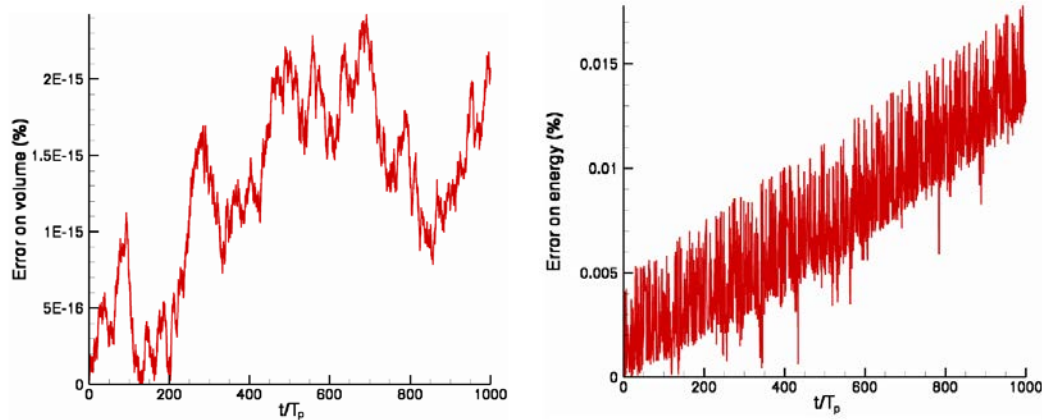


图 1 波浪场中的体积误差（左）和能量误差（右）
(在 1000 个周期的推进之后, $M=3$, $N_x \times N_y = 256 \times 256$)

3.3.2 网格数量误差分析

理论上来说，对三维波浪场的计算敛散性研究是十分难以设定初始条件的，因为使用相同的边界条件方程组对相同的波浪谱展开，往往会得出相同的准确性结果以及在 x 和 y 方向相同的收敛速率，这个可以在简单的算例里面得到验证。因此，对 HOS 模型的收敛性评估，需要采用以前的在规则波浪场的方法。观察波浪场中的全局参数我们可以发现，波浪场能量这个参数与收敛性有密切关系，而且随着模态数（或者说节点数的乘积）而改变。我们把这里的能量误差分为两类， ϵ_1 和 ϵ_2 。 ϵ_1 代表着初始波谱因为离散化造成的误差，可以从 $t = 0$ 时刻的能量和目标波浪场能量（可以从输入波谱中计算出来）之间的比较中得出。 ϵ_2 代表着整个模拟过程能量均衡带来的误差，它计算的是 $t = 0$ 时刻的能量和经历过 50 个谱峰周期推进之后的能量之间的误差。下面的表格 1 就展示了不同模态数下能量误差 ϵ_1 和 ϵ_2 的差异，还包括了 3.0GHz 时钟频率计算机条件下每步计算需要的 CPU 时间。除了网格划分（模态数）不同以外，其他初始条件均与 4.2.1 的初始条件相同，且进行了完全去混叠处理。

表 1 不同网格数下能量误差和每步计算时间统计

$N_x \times N_y$	Error ϵ_1 in %	Error ϵ_2 in %	CPU time in s
32×16	100	0.05	0.02
64×32	100	0.05	0.04
128×64	92	0.10	0.32
256×128	45	0.15	1.48
512×256	16	0.07	12.8
512×512	8	0.01	26

首先从初始设置的网格节点数乘积（模态数）来分析计算的收敛性。 ϵ_1 这一列明显的说明，随着模态数在 x 和 y 方向的增加，初始波浪的能量朝着一个特殊的能量 E 收敛集中，

而且存在模糊的倍数关系。其次, ϵ_2 的误差变化解释了数值能量也随着计算域中模态数的增加而更加守恒, 只要设置足够多的模态数(节点数乘积), 计算域中的误差就可以忽略不计。至于 CPU 每步的计算时间, 计算效率主要和计算复杂度 $N \log_2 N$ 有关 ($N = N_x \times N_y$)。也和我们在数值方法中使用 FFTs 的步骤有关。

3.3.3 波陡误差分析

在波陡误差分析中, 采用了二维模拟模型, 同样设置 HOS 展开阶数 $M=3$, 初始波长 $\lambda = 6.5m$, 模态数(节点数) $N_x = 512$, 谱峰周期 $T_p = 5.0s$, 计算时间为 50 个周期, 用模拟结果和实验数值(来自 ECN 水池)比较来确定模型的有效性及其适用范围。

图 2 就从不同波陡 $\epsilon = ka = 0.1, 0.2, 0.3$ 的不同时刻的波高与实验数值进行比较得出结果。当 $\epsilon = ka = 0.1, 0.2$ 时, 模拟数值和实验数值几乎没有误差, 理论与模拟吻合较好; 当 $\epsilon = ka = 0.3$ 时, 数值模拟与实验产生较大区别。这是因为谱方法成立的基础就是波陡为小量, 在这个前提下展开速度势, 所以计算误差会随着波陡的增大一起增大, 特别是波陡大于 0.3 以后。

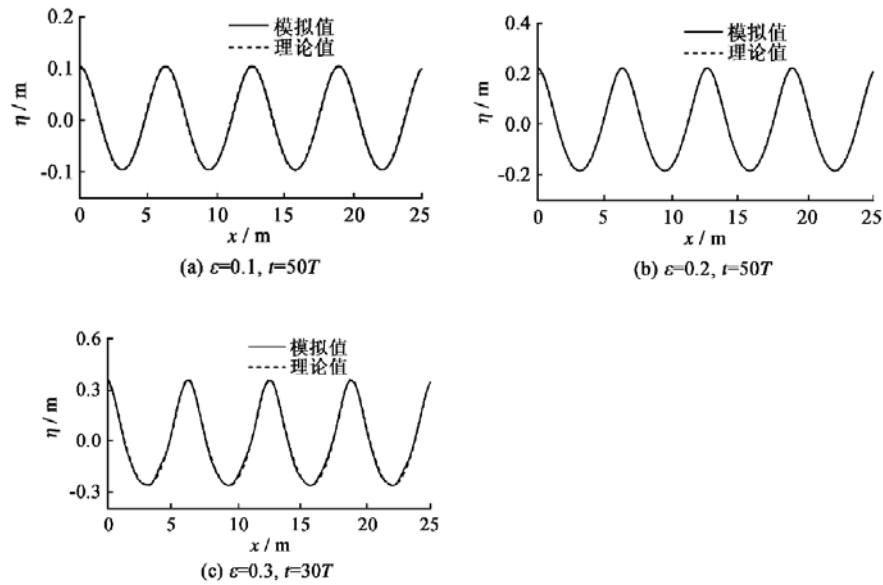


图 2 不同波陡 $\epsilon = ka = 0.1, 0.2, 0.3$ 时, 模拟值和理论值的比较

3.3.4 HOS 阶数误差分析

采用和 4.2.1 同样的计算算例, 但是改变 HOS 的阶数 M (阶数 M 对应的是迭代过程中的迭代次数), 其他初始条件保持不变。我们选取波浪演化过程中感兴趣的参数, 最大波高和有义波高的比值 H_{max} / H_s , 在四个不同 HOS 阶数下进行绘制分析 ($M=3, 4, 5, 6$)

之所以要选取波高比这样一个参数进行比较, 是因为确定畸形波的一个重要标准就是最大波高和有义波高的比值 $H_{max} / H_s > 2.2$ 。在这张图中我们可以看到, 经过 225 个谱峰周期的推进以后, 出现了畸形波的情况。而且我们可以注意到, 即使经历了这么长时间的模拟, $M=4, 5, 6$ 时波高的比值仍然十分接近, 只有 $M=3$ 时与其他三种情况有所差别。还可以看到 $M=3$ 预测畸形波会在 $t = 236, 240, 258T_p$ 时出现, 相对于 $M=4, 5, 6$ 已经延迟了, 并且与其他三个估计的峰值错开, 说明 $M=3$ 的误差还是比较大的。再仔细观察, 发现 $M=4$ 在 $t = 234T_p$ 时对波高比有偏大的估计, 说明在这时刻的计算还不够收敛, 造成了较大的累积误差。最后只剩下两个阶数 $M=5, 6$, 这两个波高比数值几乎是重叠的, 取得较理想的预测结果, 说明阶数 M 在 5 以后计算开始收敛。所以在之后的 HOS-ocean 模拟中, 以 $M=5$ 为界限开始模拟, 既保证了计算的精确度, 也保证了计算占用的空间和时间资源不会很大。

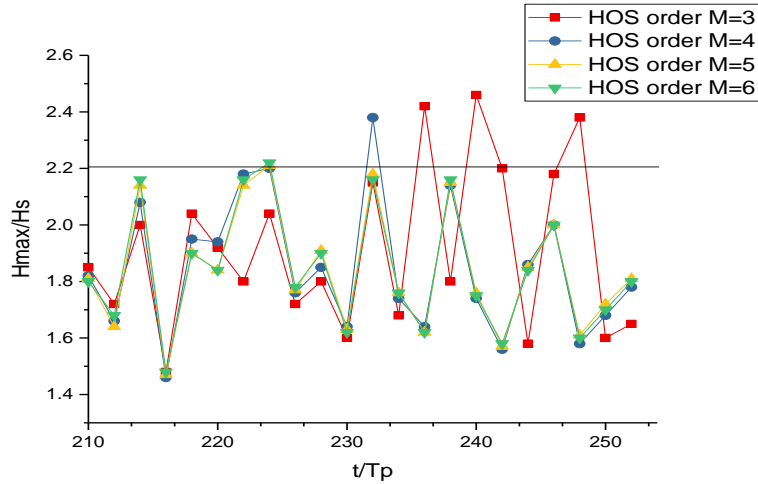


图 3 HOS 的阶数 M 对波高比的影响

3.3.5 HOS-ocean 模态稳定性研究

在流体动力学领域，模态不稳定性或边带不稳定性是一种模态不稳定现象，因为周期波形的偏差非线性增强，导致频谱边带的产生，最终波形分解成分散脉冲点。这种现象是 1967 年第一次被 T. Brooke Benjamin 和 Jim E. Feir 在研究深水上的周期性表面重力波(Stokes 波)发现的。因此，它也被称为 Benjamin-Feir 不稳定性。这是产生畸形波的可能机制和原因，对我们下一步的研究有着一定的意义。

我们感兴趣的是不同的 HOS 阶数 M 会对这个不稳定性有什么影响。所以采用 4.3.4 相同的算例，对 $M=3,4,5$ 时模态的变化进行观察研究。

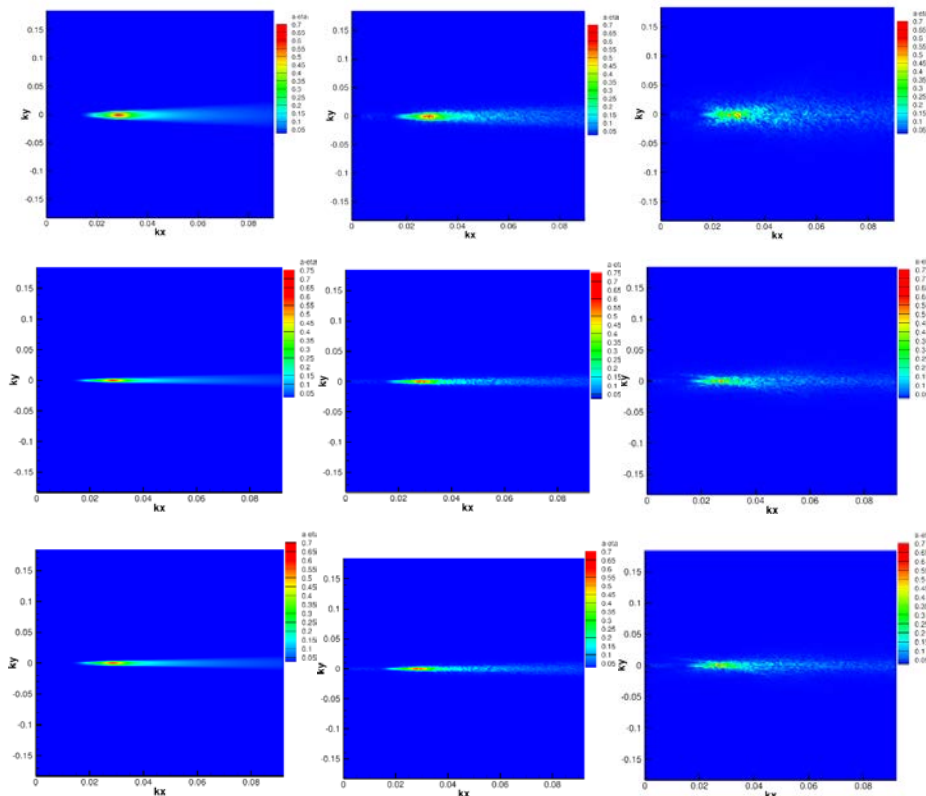


图 4 非线性波浪推进中波谱模态的变化, $M=3$ (上), 4 (中), 5 (下)

从图 4 中可以看出, 在 $t=0$ 时刻, $M=3$ 的模态在 ky 方向就比 $M=4$ 和 5 要分散, 特别是在尾部; 到了 $t=125T_p$ 时刻, $M=3$ 的模态在尾部已经出现明显的不稳定的扩散现象, $M=4$ 和 5 还保持着良好的稳定性, 差别还不是很大; 得到模拟结束的 $t=250T_p$ 时, $M=3$ 的模态由于非线性的影响, 从头到尾都分散成零散的脉冲点, 说明波浪谱已经分崩离析, 不能再精确的模拟波浪的推进, 这意味着波浪谱从窄带谱向两边扩散。 $M=4$ 也开始出现不稳定现象, 但是仍可以继续模拟。 $M=5$ 不出意料的保持着最好的模态稳定性。这和前面的研究结果吻合, 在之后的 HOS-ocean 模拟中, 以 $M=5$ 为界限才能取得比较好的模态稳定性结果。

3.4 本章小结

这一章主要对 HOS-ocean 海洋模型进行了深入的研究, 了解了研究工具和模拟进行之前所必须的初始条件。为了进一步验证我们提出来的模型有效性, 所有在 West 文献里面提到的验证模型准确性和稳定性的实验都重新施行, 确保经历了去混叠处理 (de-aliasing) 的模型仍能保持快速与精确。我们主要从从单位体积和能量误差分析、模态数量误差分析, 波陡误差分析, HOS 阶数误差分析和模态稳定性五个方面来进行有效性验证, 均证明了海洋模型的可靠和稳定性。这为下一步研究畸形波奠定了基础。

第四章 开阔海域畸形波的生成与研究

使用前面描述的 HOS-ocean 数值模型，我们研究两种不同方法下的畸形波的形成，并且研究方向性对畸形波生成的影响。我们采用以下两种不同的初始设置参数研究畸形波：(1) 预先设置波浪相位调整好的三维方向波浪谱，以便于在之后生成被动的聚焦波情况；(2) 让二维和三维的波浪场按照方向谱自然生成发展，寻找其中出现的畸形波。接下来，我们提取探测到的畸形波的原始三维形状参数，研究了方向性（包括方向角和方向展开次数）对不规则波生成和发展的影响。最后，我们提取单个畸形波，研究其内部流场和压力，并进行详细讨论。

4.1 方向聚焦模拟生成畸形波

在这个部分，我们参考法国 LHEEA 实验室资料研究由于定向聚焦引起的极端事件的形成。这种人造畸形波的产生是基于在给定时间和域中的位置的方向分量的线性聚焦。下一个部分研究的是在波场传播期间的畸形波极端事件的自然形成，可以和这部分资料做个对比。

4.1.1 初始条件设置

初始的波浪模式是由一个带方向的 JONSWAP 谱控制，波谱元素的相位都已经调整好，所以在给定时间内，大量的波浪能量聚集在计算流域的中间。

波浪元素的调整主要通过选择 $b_k(t=0)$ 的初始相位（详见 4.2）对于一个经典的均匀分布的不规则波波列，我们必须在 $[0, 2\pi]$ 之间选取一个随机的数字 α ，作为随机方向角的起始条件，并且减少间隔时间^[25]

$$\left[0, 2\pi \left(1 - \frac{\alpha}{100}\right)\right]$$

这时候在 $x=0$ 的位置会积累一部分的波浪场初始能量，模拟时我们可以选择这个位置作为波浪场计算域的中间。

一旦计算域的中心确定好以后，在 $T_b = 20T_p$ 的持续时间内施加一个反方向线性推进波。这意味着，在波浪推进过程中，特别是在反方向倒退波的行进过程 T_b ，每一个波浪元素 (m, n) 都拥有自己的角频率 $w_{mn} = \sqrt{gk_{mn}}$ 。因此，速度势可以改写成

$$(x, z, t - T_b) = \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} A_{mn}^{fg}(t) f(K_m x - w_{mn} T_b) g(k_n y - w_{mn} T_b) \exp(k_{mn} z)$$

这里的基函数 f 和 g 都是正弦或者余弦函数。

我们因此获得了一个初始的波浪场，让它进一步演化发展。下面的图 5 展示了出是 LHEEA 实验室模拟的波浪场的侧视图，箭头指示的方向是波浪推进的方向。

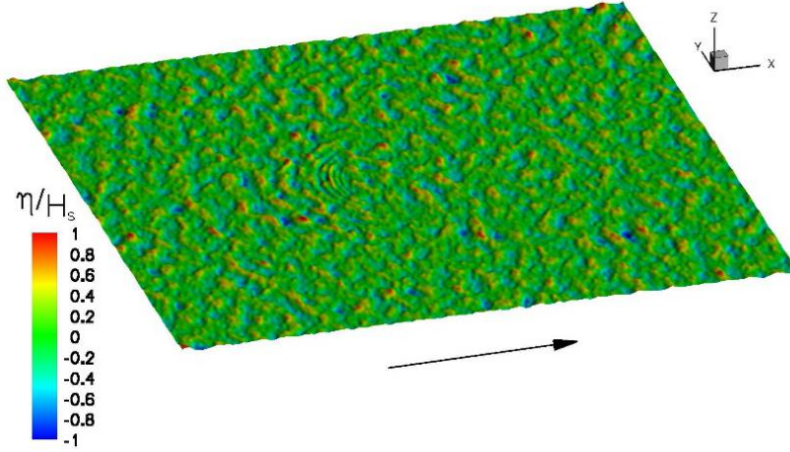


图 5 三维初始波高情况: $E = 0.005$, $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 20\lambda_p$, $N_x \times N_y = 512 \times 256$, HOS M 的幂次数 $M=5$, 在线性倒退波 $20T_p$ 的持续时间中

在计算域的中间, 人为加上的聚焦波浪元素产生了同轴的可观现象, 随后的数值模拟预设条件是

- 有义波高 $H_S = 0.28m$, 谱峰周期 $T_P = 9.5s$, 平均波陡 $s = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} = 0.1$, $\gamma = 5$, $\lambda_p = 140m$ (典型的北大西洋海况)
- 波浪方向展开角 $\beta = 0.78$
- 无限水深
- 计算域尺寸 $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 20\lambda_p \approx 50k_m^2$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 1000T_P \approx 208min$
- 网格划分 $N_x \times N_y = 512 \times 256$
- HOS M 的幂次数 $M=5$
- 无因次参数 (相对于 g 和 ω_p): $E = 0.005$, 相当于 $\alpha = 0.016$

在这里使用传统的北大西洋海况波谱参数。其中, $E = 0.005$ 是从 Haver 等人 (2002) 的散点图中的有义波高 H_S 和周期 T_P 统计推导出来的, 这个数据池统计了从 1973-2001 年以来北海北部 70000 个数据点, 有很高的数据参考价值。在 Soquet-Juglard (2005) [26] 中解释了曲线的曲度代表了平均波陡 s 为 0.1 的原因, 在那个散点图中, 0.1 的波陡几乎包括了所有数据点, 而且可以用来描述北海最高波浪场的情况。[27]

$$s = k_p \bar{a} = \frac{\sqrt{2}\pi^2 H_S}{g T_P}$$

其中 \bar{a} 代表波幅的值, 使用公式 $H_S = 4\sqrt{E}$ 可以得到 E 和 s 之间的关系

$$E = \frac{s^2 g^2 T_P^4}{2(2\pi)^4} = \frac{s^2 g^2}{2\omega_p^4}$$

因此, 从无因次的参数 $s = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} = 0.1$ 可以推出无因次的波浪能量 $E = 0.005$ 。

4.1.2 结果讨论

图 6 呈现了三维自由波面在 $t = 56T_p$ 时的情况, 这时波面升高达到最大值。虽然在计算域里面大部分的情况都是未聚焦的波浪元素, 但是在中心有一个聚焦了的, 多个波高重叠起来的形成的畸形波。

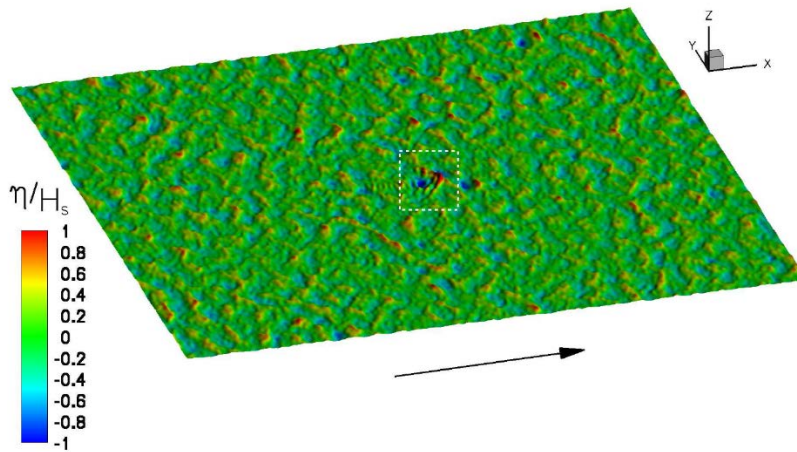


图 6 在 $t = 56T_p$ 时刻三维波面情况（白色框内是畸形波）

图 7 从更近距离观察了计算域的中心，放大后的图片给我们更详细的观察信息。图 6 的中心是线性的聚焦点，定义了线性波浪推进后聚焦的点（也就是说，这个位置就是在线性倒退波推进之前的聚焦点）。波高云图已经被重新校准，所以波浪的外形可以更清楚的呈现在眼前。在这个算例里面，聚焦波由一个陡峭的 V 形的波峰向前推进，紧接着一个深邃的波谷。最强的聚焦波情况发生在线性聚焦点之后，不仅是时间 ($t = 56T_p$) 而且是空间上。其实在类似的聚焦波实验中，最大波高的情况也发生在波浪聚焦点附近，但是是发生在线性聚焦点时间之前 ($t = 56T_p$)。所以我猜测是由于波浪散射，波幅扩散的原因造成这样的发生时间的微小误差。照这个样子模拟的极端不规则波的情况（畸形波），波高比甚至有可能达到 $H_{max} / H_s > 3.5$ 。但是相对于真实海洋中观测到的情况，发生这样极端事件的概率是十分低的，有时候甚至达到五十年一遇或者百年一遇的级别。所以我们更倾向于选择一个更合适方式研究不规则波中的极端事件，比如说自然演化生成不规则波。

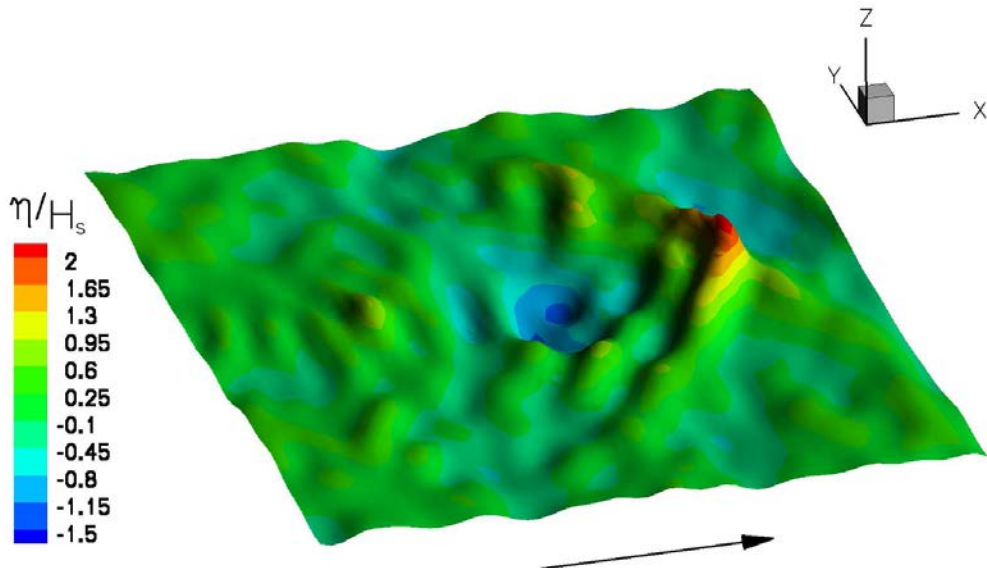


图 7 在 $t = 56T_p$ 时刻畸形波局部放大图

4.2 自然演化生成畸形波

在这个部分，我们会着重研究由自然演化生成的畸形波，我们将定义一个典型参数构成的自然海况，包括随机的波浪相位，典型的波浪周期和有义波高。然后，我们着手模拟长时间自然海况的演化推进过程，没有强制的反方向聚焦波。接着我们分析结果，寻找在计算域中可能出现的极端情况。大规模的海浪模拟应该根据随机的海浪谱以正确的方式进行。

4.2.1 长时间二维海浪演化算例

我们进行的第一个模拟时二维的长时间海浪演化模拟，这也就意味着包括方向展开不考虑在内，数值模拟条件如下：

- JONSWAP 谱，波浪场无因次特征： $E = 0.0032$ ， $\alpha = 0.011$ ，有义波高 $H_S = 0.23$
- 如果给定谱峰周期 $T_p = 9.5s$ （典型北海参数），有因次特征：有义波高 $H_S = 5.1m$ ，波长 $\lambda_p = 140m$
- 平均波陡 $\varepsilon = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} = 0.08$ ， $\gamma = 3.3$
- 无限水深
- 尺寸 $L_x = 80\lambda_p \approx 11200m$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 1000T_p \approx 158min$
- 网格划分 $N_x = 2048$
- HOS M 的幂次数 $M=8$
- 时间公差 10^{-7}
- Dommermuth 初始条件：释放时间 $T_a = 10T_p$ ， $n = 4$

这里由波浪场无因次能量参数 $E=0.0032$ 推出波陡为 0.08，属于北海波浪场的典型波陡范围，有一定代表性，但又不至于过于陡峭。（见 Soquet-Juglard（2005））。

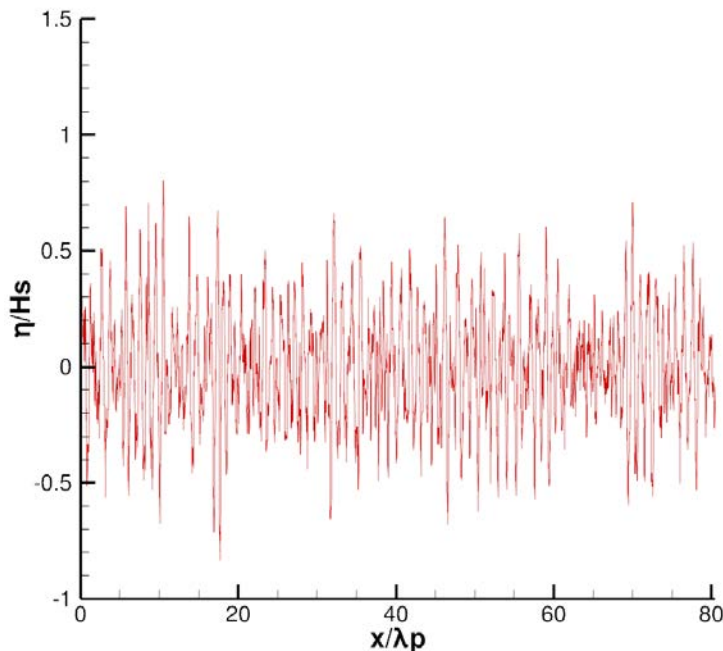


图 8 二维初始波浪场表面波高情况

图 8 代表的是在计算域中，二维初始波浪场表面波高情况。在 $t > 0$ 时，波浪从左边往右边推进。而且从图中可以分析得到，自由面波高对应着我们输入的有义波高参数，等于 5.1m（无因次数 0.23）。整个二维不规则波浪场演化模拟持续了 1000 个谱峰周期，那就意味

着，我们模拟了真实海况下 11.2 千米海域内，大约 2 小时 40 分钟的海浪演化。

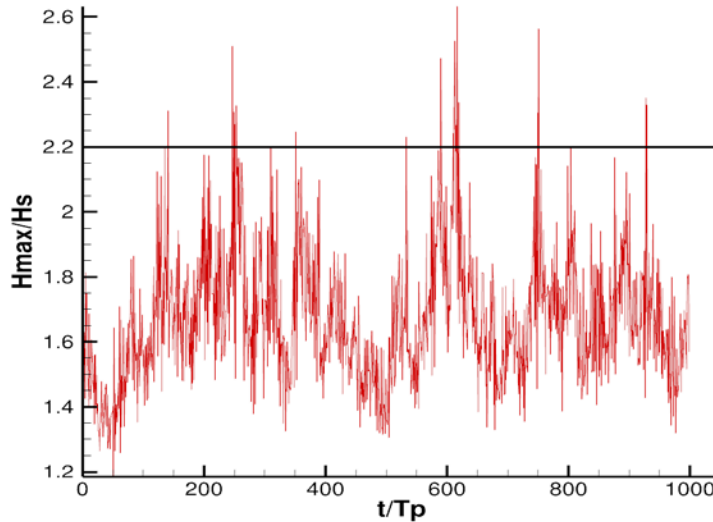


图 9 在模拟演化过程中波高比 H_{max} / H_s

在整个模拟过程中，我们着重关注了演化过程中波高比 H_{max} / H_s ，只要这个比值超过 2.2，我们就认为出现了畸形波的情况。图 9 时间比值图描绘了这个参数在演化过程中的变化，在 1000 个谱峰周期中，我们能发现一些有意思的波浪模式。比如说，在 $t = 550T_p$ 和 $t = 600T_p$ 时，就能看到明显的比值大于 2.2 的情况，而且在 $550T_p$ 到 $600T_p$ 之间，出现了更长时间的极端现象，虽然比值没有 $550T_p$ 和 $600T_p$ 这两个端点比值大，但仍然属于畸形波的情况。第二个波浪模式 ($t = 600T_p$) 有着比前面 ($t = 550T_p$) 更高的波群波幅，可行的解释应该是，在前面一连串这么多畸形波情况出现，积累起来导致后续更大的畸形波。第二个波浪模式其实类似于 Trulsen (2000) 描述的波浪模式，他研究的内容是 Draupner 波浪群的重新生成。在他的论文中提出，只要船舶和海洋结构物的持续在海洋中工作，那么遭遇这种连续的一系列的大波浪情况的概率要远远大于遭遇单个极端海浪的情况，特别是有比较小的极端波浪在前面做铺垫的情况下。

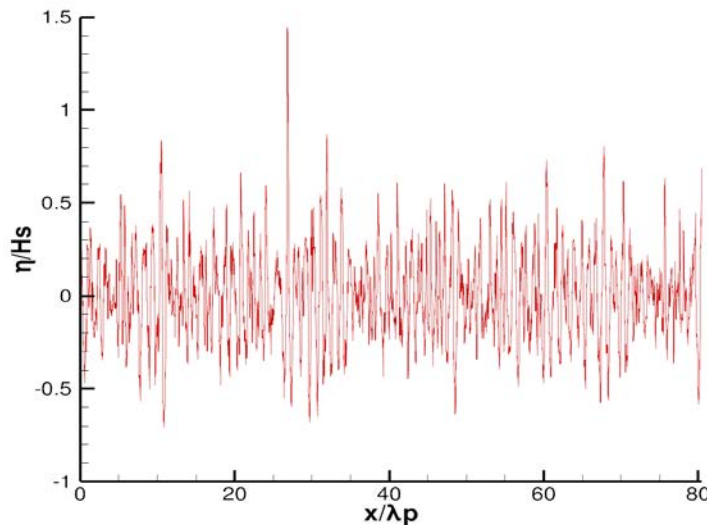


图 10 $t = 600T_p$ 时畸形波的二维波面升高情况

为了更进一步研究这种波群，我们把注意力集中到 $t = 600T_p$ 时畸形波二维波面升高情况。波面波高最高的情况尤为引人注目，在计算域中，最高峰的波高几乎是第二高波峰的 2 倍。更高的波峰随之而来的是更深的波谷，形成了鲜明的反差。这里对应的最大波高 $H_{max} = 2.4H_s$ ，而且如果在设置过零波长为 $\lambda_{zc} = 1.2$ ，按照 H_{max}/λ_{zc} 来计算陡度的情况下，可以得到波浪陡度为 7%。这个自然演化生成的畸形波情形和与观测到的数值很吻合，就像陡峭的“水墙”。通过查阅文献我发现，Brandini (2001) 做过类似的模拟，它采用的是经典的 HOS 方法，提供了了畸形波出现情形的统计意义上的分析。他的长时间模拟的计算条件是：在一个计算域为 $32\lambda_p$ 的长度内，采用 $M=4$ 的 HOS 阶数，计算 200 个谱峰周期的情况。我们在这里采用的是更长时间，更大计算域和更高阶的 HOS 阶数。尽管如此，这个模拟是基于二维的非方向的背景，我们更希望研究方向性或者方向展开对极端情况出现的影响，所以接下来我们探寻三维的例子。

4.2.2 长时间三维海浪演化算例

我们在这里研究三维方向波浪场自然演化产生极端情况的例子，所选用的波浪场和数值计算条件和前面二维的例子基本是一样的，出了平均陡度修改成了最高海况下的波浪陡度 $s = 0.1$ ，其他数值初始条件选取如下：

- JONSWAP 谱，波浪场无因次特征： $E = 0.005$ ， $\alpha = 0.016$ ，有义波高 $H_s = 0.16$
- 如果给定谱峰周期 $T_p = 9.5s$ （典型北海参数），有因次特征：有义波高 $H_s = 6.2m$ ，波长 $\lambda_p = 140m$
- 平均波陡 $\varepsilon = ka = \frac{k_p H_s}{2\sqrt{2}} = 0.1$ ， $\gamma = 3.3$
- 无限水深
- 尺寸 $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 40\lambda_p \approx 32.49k_m^2$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 1000T_p \approx 158min$
- 网格划分 $N_x \times N_y = 512 \times 256$
- HOS M 的幂次数 $M=5$
- 时间公差 10^{-7}
- Dommermuth 初始条件：释放时间 $T_a = 10T_p$ ， $n = 4$

对于三维情况来说，计算所需要的时间和占用空间比二维的要高，所以计算域在 x 方向的长度和 HOS 的阶数相对于于二维的情况都要稍微减少一些，以便节约计算时间和空间。对于这个算例，在时钟频率 3GHz 单线程处理器计算的情况下，计算 1000 个周期大概需要 18 个小时。

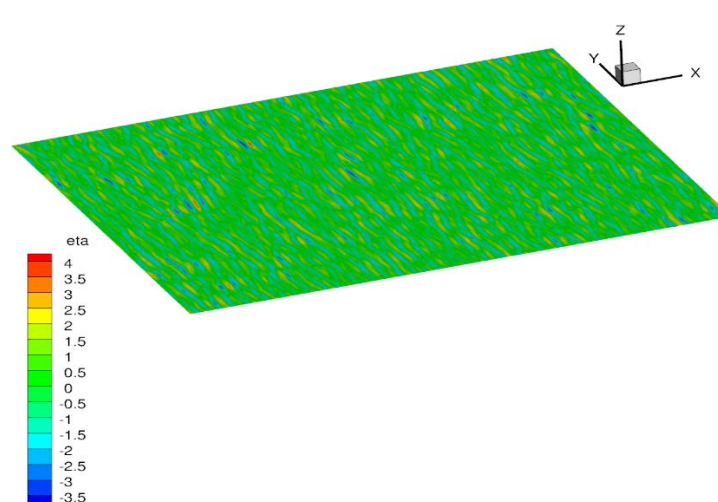


图 11 三维初始波面升高情况 ($t=0$)

图 11 展示了初始波面升高情况，方向性参数为 $n=2$ ，箭头所指方向为波浪推进方向。这个模拟进行了 1000 个谱峰周期，每一时刻每个地方都有波高探测仪在侦查畸形波等极端事件的发生。图 12 就记录了波高比 H_{max} / H_s 随时间变化的情形。

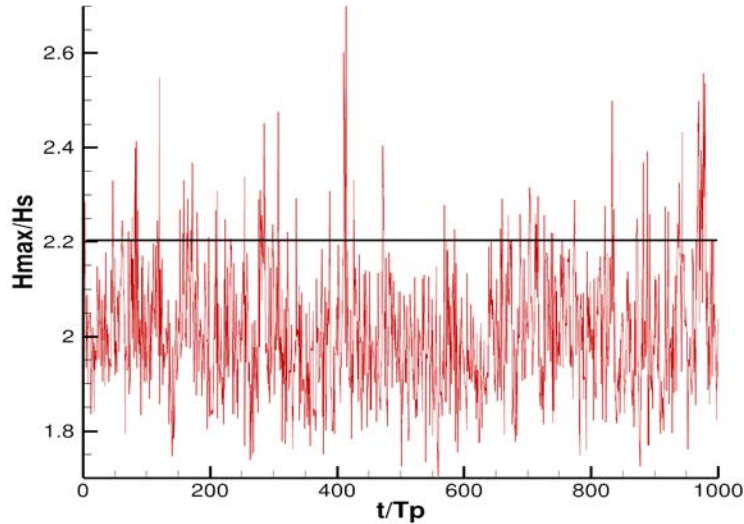


图 12 在模拟过程中波高比的发展 H_{max} / H_s ，方向展开次数 $n = 2$

在 $t = 50$ 时刻即出现了波高比超过 2.2 的极端情况，但是这是伪的极端事件，是由 Dommernuth 线性化的初始参数造成的。再加上大范围的计算域影响，在模拟的一开始就出现很多波高比大于 2.2 的情况，也就观察到了很多畸形波的出现。在 $t = 400T_p$ 前后的几个周期内，出现了密集的极端现象，这和我们之前在二维的例子中观察到的很相似，大规模的大波幅波群在一个地方接连出现，往往会累积出几个特别的极端情况产生。

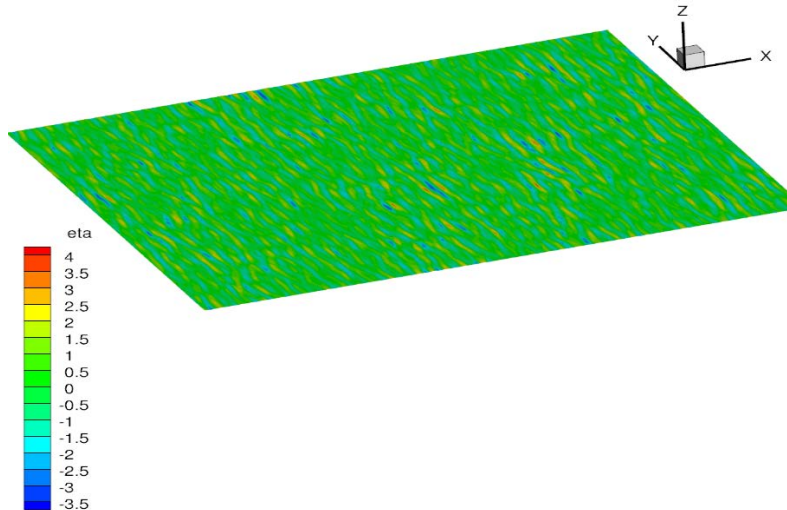


图 13 $t = 400T_p$ 时刻自由面的波面升高状况

在我们模拟三维波浪的过程中，可以悉心观察到畸形波的形状等相关特性。图 13 展示了 $t = 400T_p$ 时刻自由面的波面升高状况，这时候观测到最强烈的不规则波。在左下角的白色方框选中的区域即是一个畸形波。把这个畸形波拿出来单独放大，我们就得到了图 14。在图 14 里面，我们发现畸形波附近的波浪也是接近 2.2 的畸形波波高比的，说明畸形波出现的附近海域也是具有一定危险的，不只是畸形波出现的中间区域。在波浪推进的方向上，

畸形波的波长大约是 $1.2\lambda_p$ 。与此同时，在 y 方向上，波群的长度就比较短了：观察到的单个波峰长度都小于波长。在 y 方向的结果提醒我们，方向性可能在畸形波的出现概率上扮演了很重要的角色。

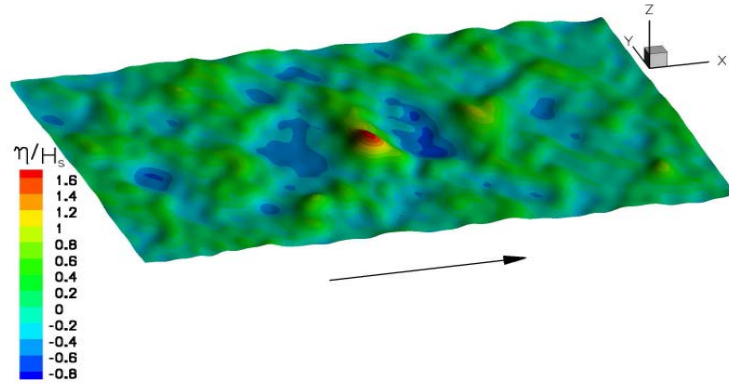


图 14 局部放大以后， $t = 400T_p$ 时刻自由面的波面升高状况， $H_{max} = 2.6H_s$

4.3 方向性对畸形波事件的影响

在这个部分，我们研究的是方向参数对畸形波出现的影响。对于这个问题，我们分两个参数进行研究，一个是 JONSWAP 谱中方向角 β ，一个是方向角展开阶数 n 。

4.3.1 方向角 β 对畸形波事件的影响

在本文研究的 JONSWAP 谱中，从能量密度谱 $\Psi(\omega)$ 和方向谱 $G(\theta)$ 两方面描述。

$$\Psi(\omega) = 319.34 \frac{H_s^2}{T_p^4 \omega^5} \exp\left[-\frac{1948}{(T_p \omega)^4}\right] \gamma \exp\left[-\frac{(0.159 T_p \omega - 1)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (28)$$

$$G(\theta) = \frac{1}{\beta} \left[\cos\left(\frac{\pi\theta}{2\beta}\right) \right]^2 \quad (29)$$

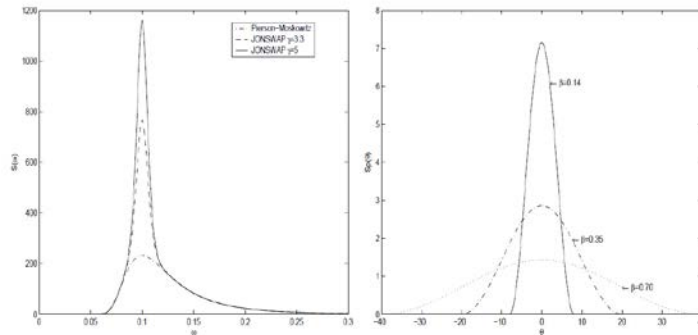


图 15 JONSWAP 谱的能量谱（左）和方向谱（右）

从图中可以看出， γ 值越大，能量谱的形状越高越尖，PM 谱其实可以看成是 γ 项为 1 的 JONSWAP 谱。而 β 值决定着方向谱的形状， β 越小方向谱越瘦高，波浪的方向分布越集中。

由于前一个算例发现在 x 和 y 方向畸形波的波长和出现概率都有所不同，所以我们考虑是否是由于波浪展开角 β 的值影响畸形波。又发现 $\gamma = 3.3$ 和 5.0 是经典北大西洋 JONSWAP 波浪谱参数，所以结合 γ 和 β 值一起分析对畸形波的影响。为了更方便的研究极端不规则波浪现象，从统计学的角度搜寻找出波浪演化过程中的畸形波，我们在这里引入四阶中心距参数---峰态分析 (Kurtosis)。[28]峰态分析主要可以从统计学意义上展现不规则波波幅函数的概率密度分布：波幅更高，波长更长，峰态统计的数值越大。根据高斯过程的经验，

在物理空间中峰态的值大于 3 的时候，才有可能对应着畸形波这样的极端波浪情况。于是，在后处理过程中要加入峰态统计的计算。

本模拟算例在 $\gamma = 3.3$ 时的基本参数设置如下：

- JONSWAP 谱，有义波高 $H_S = 6.5m$ ，谱峰周期 $T_p = 9.5s$ ，平均波陡 $\epsilon = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} =$

0.1, $\gamma = 3.3$

- 波浪方向展开角 $\beta = 0.14, 0.35, 0.78$
- 无限水深
- 尺寸 $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 40\lambda_p \approx 100k_m^2$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 1200T_p \approx 190min$
- 网格划分 $N_x \times N_y = 256 \times 256$
- HOS M 的幂次数 $M=5$
- 时间公差 10^{-7}
- Dommermuth 释放时间 $T_a = 10T_p$, $n = 4$

以及在 $\gamma = 5.0$ 时，

- JONSWAP 谱，有义波高 $H_S = 9.5m$ ，谱峰周期 $T_p = 12.5s$ ，平均波陡 $\epsilon = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} =$

0.1, $\gamma = 5.0$

- 波浪方向展开角 $\beta = 0.14, 0.35, 0.78$
- 无限水深
- 尺寸 $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 40\lambda_p \approx 100k_m^2$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 1200T_p \approx 250min$
- 网格划分 $N_x \times N_y = 256 \times 256$
- HOS M 的幂次数 $M=5$
- 时间公差 10^{-7}
- Dommermuth 释放时间 $T_a = 10T_p$, $n = 4$

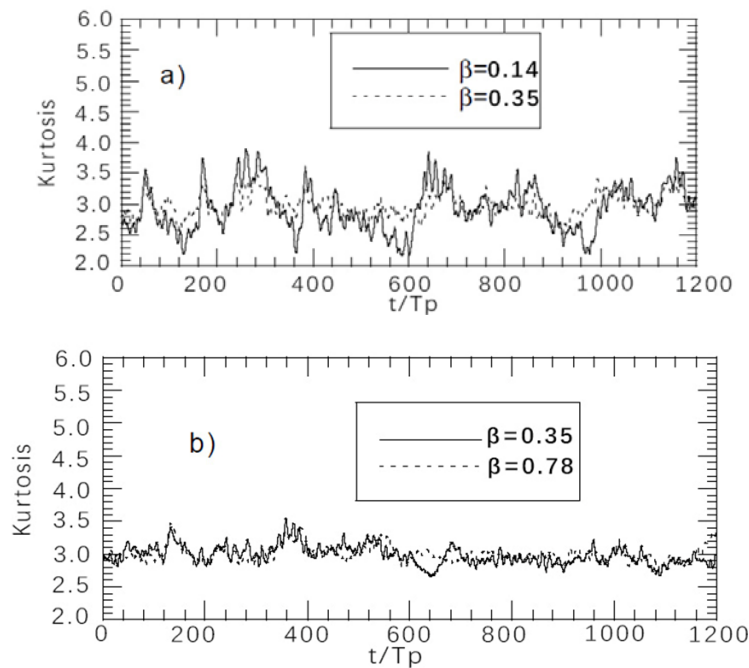


图 16 $\gamma = 3.3$, $\alpha = 0.0081$ 时，峰态统计图，a) $\beta = 0.14, 0.35$ 和 b) $\beta = 0.35, 0.78$

从图 16 a) 中我们可以看到, 波浪展开角 β 小的产生畸形波额概率比较大。在迅速到达畸形波波峰态参数 3.0 以后, 在 3.0 这个数值上下不稳定浮动。 $\beta = 0.14$ 的情况下波峰波谷变化范围比 $\beta = 0.35$ 的要大, 而 $\beta = 0.35$ 的峰态统计数值要比 $\beta = 0.14$ 稳定, 相对的 $\beta = 0.35$ 的畸形波数值也比 $\beta = 0.14$ 要少。 $t = 220 \sim 280 T_p$ 和 $t = 620 \sim 660 T_p$ 谱峰周期时间内, 出现了前面二维不规则波模拟的情况, 在长时间的累积下, 极端事件集中出现。再看图 16 b), 对比发现 β 在更大角度的条件下, 峰态函数的图像更平缓了, $\beta = 0.35$ 和 0.78 的不同展开角得到的结果十分接近, 仍然和前面得到的结论相似, 较大的波浪展开角数值 ($\beta = 0.78$) 带来更平滑的函数图像, 峰态函数的峰值更小, 几乎没有超过 3.5 的情况发生。同样的, 较大的波浪展开角数值对应的峰态函数峰值和谷值之差更小。

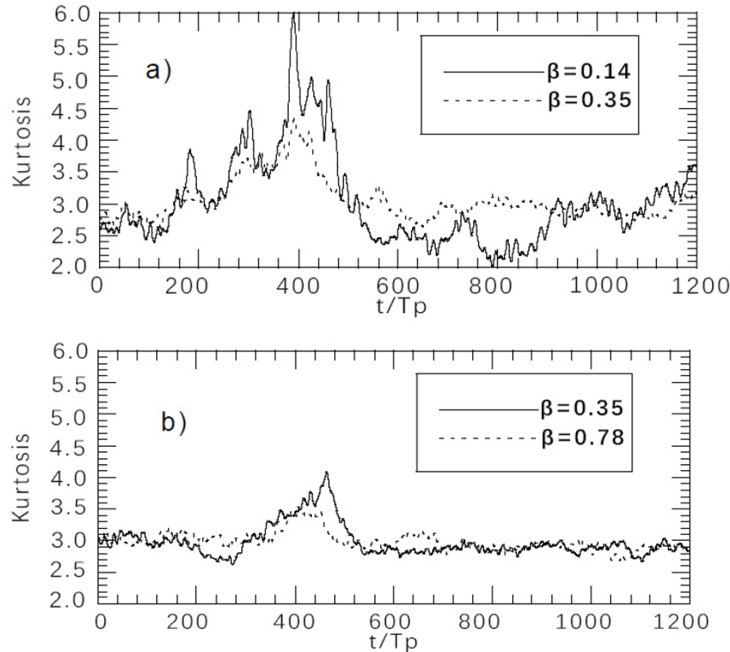


图 17 $\gamma = 5.0$, $\alpha = 0.0015$ 时, 峰态统计图, a) $\beta = 0.14, 0.35$ 和 b) $\beta = 0.35, 0.78$

从图 17 中得到更有趣的结果, 在提高了波谱形状参数 γ 后, 峰态统计数值统一都变大了, 不仅仅只是突破了 3.5 (与图 16 的两幅图比较), 还直接冲上了 5.5, 甚至 6.0。图 17a) 的峰态统计数值从一开始的 2.5, 经过 400 个谱峰周期的演化, 达到了 6.0 的最大值, 然后逐渐减小, 最后在 3.0 左右上下震荡。在 $t = 400 T_p$ 左右的峰态统计值暗示着 Benjamin-Fier 不稳定现象的发生。

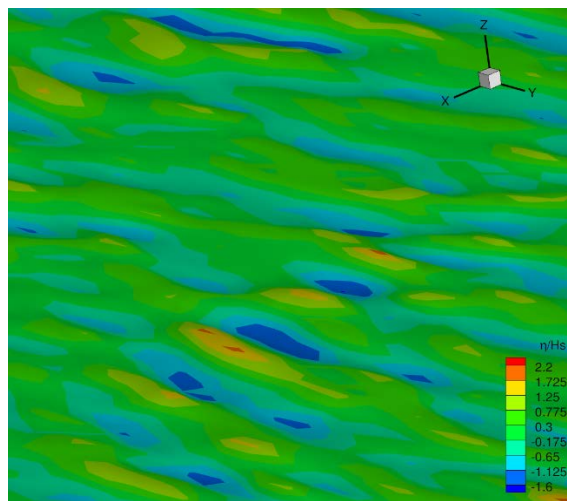


图 18 $\alpha = 0.0081$, $\gamma = 5.0$, $\beta = 0.14$ 条件下自由面波面升高图

图 18 展示了类似高斯概率分布的背景波浪情况下，畸形波出现的三维波面图，其中 $\alpha = 0.0081$, $\gamma = 5.0$, $\beta = 0.14$ 。我们可以清楚地发现，在畸形波出现的前方，同样也出现了深深的波谷，这种现象经常被遭遇畸形波这样极端海况的海员观察到。随着 β 波浪展开角值的增加，峰态值的平均数也在增加，但是都没有达到 17 a) 一样夸张的结果。对于更大的波浪展开角 β ，峰态值始终在 3 左右徘徊，暗示着波幅概率密度函数很可能与高斯密度函数有关。

4.3.2 方向展开阶数 n 对畸形波事件的影响

之前对方向展开角 β 研究的结果隐隐暗示着波浪方向展开的概率密度函数类似高斯函数有关，所以下面从另一个方向—方向角展开阶数 n 来研究它对畸形波出现的影响。

在一开始，Tanaka (2001a) 研究了波浪展开阶数 $n=2$ 的情况，接着更多的实验加入了更高阶的方向展开（波浪展开越小越窄），比如 $n=30$ 和 $n=90$ 的情况，认为这样才是更符合实际情况的。所以在本文中也做了类似的实验，在其他条件一致的前提下，改变方向展开的阶数，取 $n=2, 30$ 和 90 作为对比研究对象，进行深入分析探讨。^[29]

本模拟算例的其它基本参数设置如下：

- JONSWAP 谱，有义波高 $H_S = 6.5m$ ，谱峰周期 $T_p = 9.5s$ ，平均波陡 $\varepsilon = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} = 0.1$, $\gamma = 3.3$
- 波浪方向展开角 $\beta = 0.14$
- 无限水深
- 尺寸 $L_x \times L_y = 40\lambda_p \times 40\lambda_p \approx 100k_m^2$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 250T_p \approx 50min$
- 网格划分 $N_x \times N_y = 256 \times 256$
- HOS M 的幂次数 $M=5$
- 时间公差 10^{-7}
- Dommermuth 释放时间 $T_a = 10T_p$, $n = 4$

前面一个算例分析的结果是波高的概率密度分布趋向于高斯函数，所以首先将模拟的结果与高斯概率分布函数进行对比。图 19 就描绘了那个方向展开次数与高斯函数对比的情况，采用的数据是模拟最后 20 个谱峰周期的平均波高概率分布，已经经过对数函数处理。^[30]

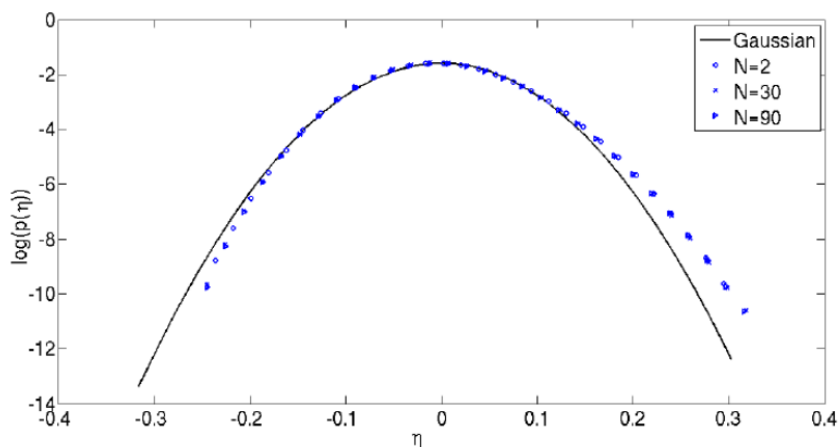


图 19 自由表面波面升高概率分布

图 19 清楚地描绘了数值模拟波浪场中波峰/波谷的对称性表现：正的波面升高数值在高斯概率分布函数的右边出现的更频繁，同样的，负的波面升高数值出现更少。这是曲线给我们的直观的感受，非线性数值模拟概率分布可能更倾向于比高斯函数数据微微大一点。另外，

我们发现方向展开的次数似乎和概率分布没有较大的直接的影响,因为三种情况的数据点几乎重合。所以,我们要更深入的逐个分析。

接下来,我们转移目光到畸形波出现的位置和出现的形状等具体参数上,以便于更好地分析这些极端波浪对船舶等结构的影响。在整个模拟过程中,畸形波的出现位置都被一一记录下来,包括它们的二维形状参数。我们下用过零分析的方法检测畸形波情况的发生,记录下的数据有推进方向的最大波高 H_{max} 和相对应的波长 L_x ,同样判断畸形波的依据是 $H_{max} / H_s > 2.2$ 。与此同时,在横向也记录了即横向延展长度 L_y ,这让我们可以研究波浪推进垂直方向的延展形状。图 20~22 就展示了 $n=2, 30, 90$ 的不同结果。每一个交叉十字标记了一个畸形波,交差点是畸形波的中心坐标,水平方向长度 L_x 和垂直方向长度 L_y 表示畸形波在空间上的延展范围。

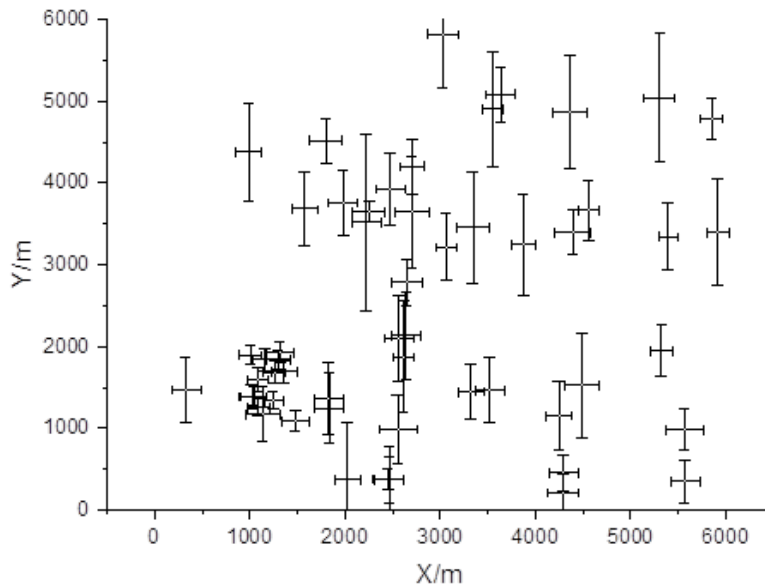


图 20 畸形波事件在计算域中的可视化图像 (方向展开次数 $n=2$)

先从图 20 开始分析,畸形波在垂直方向(与波浪推进方向垂直)的平均长度 $L_{y_{n=2}} \approx 3.1\lambda_p$,对于如此大的方向展开来说,畸形波更倾向于有着更短的垂直横向扩展长度,会看起来有点像金字塔(见图 18)。同时,图 20 这样的图像也可以有助于我们分析畸形波事件是单独发生的,还是成群结队发生的。比如说,在 $(x, y) = (1500, 1500)$ 附近的范围内,有着高波幅的波群密集出现,在接下来几个连续的周期里面仍然可以看到这样的现象。这个现象可以和图中其它单独零散出现的情况进行比较,剩下的零散出现的畸形波的“生命周期”明显比成群结队出现的要短很多(计算持续时间的方式是看 $H_{max} / H_s > 2.2$ 延续了几个周期)。

当我们用更小的波浪展开(方向展开次数 $n=30$)模拟波浪场的时候,我们能发现畸形波在垂直方向(与波浪推进方向垂直)的平均长度增大了,达到 $L_{y_{n=2}} \approx 4.5\lambda_p$ 。我们同时观察到,单独发生的畸形波事件减少了,成群出现的畸形波增多了,如图 21 中 $(x, y) = (2000, 1000)$ 和 $(x, y) = (1500, 3000)$ 的坐标范围内的例子。

对于更小更窄的波浪展开(方向展开次数 $n=90$),畸形波在垂直方向(与波浪推进方向垂直)的平均长度再次扩展到了 $L_{y_{n=2}} \approx 5.8\lambda_p$,几乎达到了“水墙”的程度,这与很多在海上航行的水手看到的情况十分相似。

对比图 20~22,我们可以清楚的发现,当波浪场的方向性增加时(n 的数值变小),畸形波出现的数量就越多。表 2 从统计的角度展现了方向性展开阶数 n 与畸形波出现数量额相对关系,表 2 还给出了真个模拟过程中 H_{max} / H_s 的平均值。

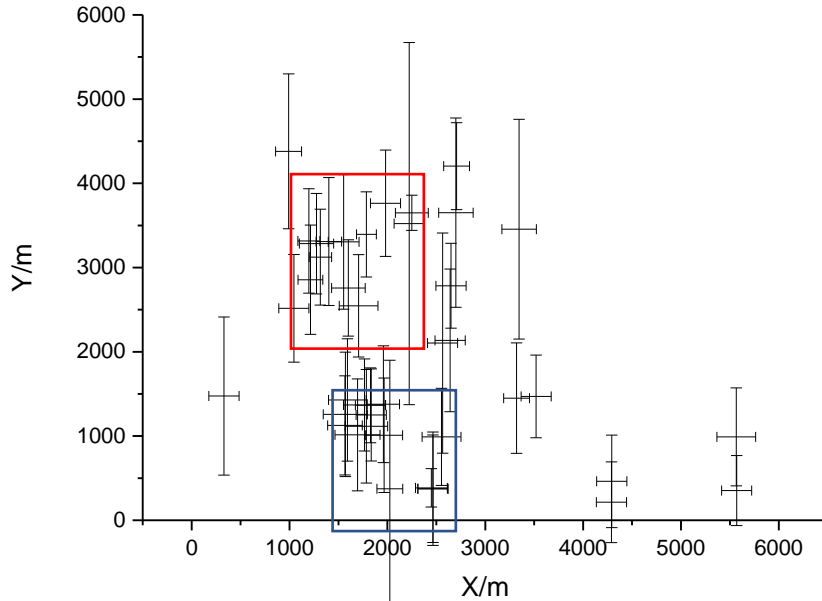


图 21 畸形波事件在计算域中的可视化图像（方向展开次数 $n=30$ ）

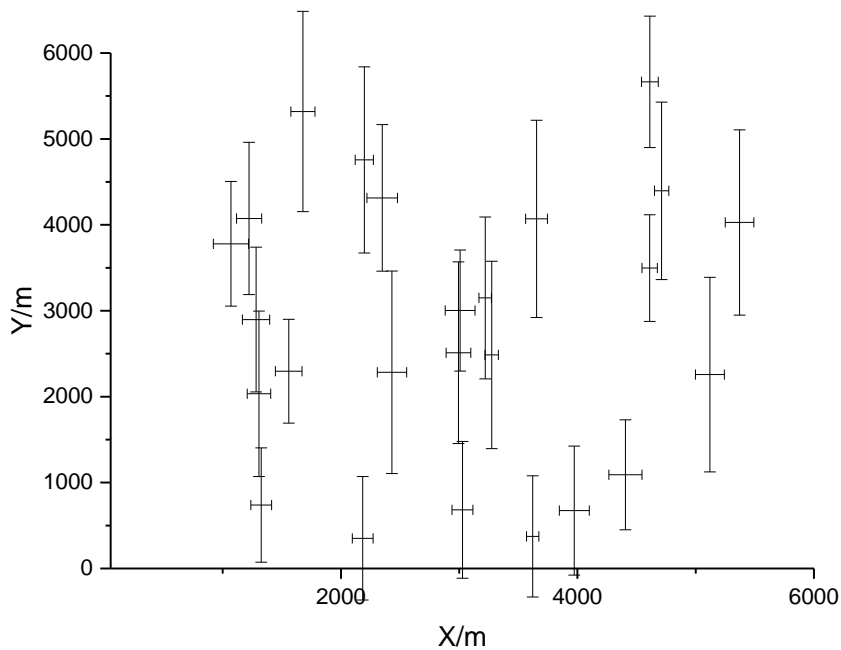


图 22 畸形波事件在计算域中的可视化图像（方向展开次数 $n=90$ ）

表 2 模拟过程中畸形波的数量和 H_{max} / H_s 的平均值（以方向展开阶数 n 为变量）

	N=2	N=30	N=90
畸形波数量	243	75	43
H_{max} / H_s 的平均值	2.12	2.04	2.0

从表格中的统计数据分析得知，随着方向展开阶数 n 的增加， H_{max} / H_s 的平均值逐渐减小，并趋向于 2.0。由此，即使自由波面的概率分布与波浪展开没有直接的联系，畸形波等极端情况的出现也与波浪方向性的关系极为密切。也有可能我们对波面升高的统计分析不具有代表性，只选取了最后 20 个谱峰周期的平均波高。但是，后面的畸形波分布分析仍有较高的精确性，因为采用了双过零分析方法，在 250 个谱峰周期的时间内，每一个波浪都被

逐一检测，每一个畸形波都被记录下来。如果后续继续研究这类问题，应该从这个研究的结果作为起点，深入模拟分析。

4.4 畸形波内水动力数据分析

前面对畸形波的分析都是从宏观角度，下面我们从微观角度，对单个畸形波的水动力性能进行分析。在波浪推进的模拟研究中，波浪场推进造成的速度分布和压强分布有着重要的现实意义，特别是波浪与结构之间的相互作用。但是 HOS 方法基于势流理论，并不能结合液体粘度与船体等结构相互作用进行分析，所以只能依靠单个畸形波的波浪场的水动力参数（压强分布云图，速度势分布云图）进行理论分析。下面是算例的初始预设条件和截取的畸形波位置参数：

- JONSWAP 谱，有义波高 $H_S = 4m$ ，谱峰周期 $T_p = 9.5s$ ，平均波陡 $\epsilon = ka = \frac{k_p H_S}{2\sqrt{2}} = 0.1$ ，
 $\gamma = 3.3$
- 波浪方向展开角 $\beta = 0.14$
- 200m 水深
- 尺寸 $L_x \times L_y = 80\lambda_p \approx 11.2km$
- 模拟持续时间 $T_{stop} = 250T_p \approx 50min$
- 网格划分 $N_x = 2048$
- 畸形波选取时间 $t = 1800T_p$
- 畸形波选取的坐标范围 $x = [3800, 4000]$

经过后处理后，自适应边界网格的水动力参数云图如下（图 22, 23，选取部分畸形波的波高 $H = 2.2H_S = 8.8m$ 。从压强分布图中可以看出：畸形波的波峰处压强最大，达到了 $70m^2/s^2$ ，然后从波峰向下压强逐渐递减；不出意外的，畸形波推进方向前端的波谷压强最小，达到了 $-30m^2/s^2$ ，在畸形波运动的后方，压强也是处于负值，说明在畸形波的周围，压强都偏小，能脸都集中在畸形波波峰顶端。同样的，从速度云图得到的结论也大同小异：波峰处的速度值最大，从波峰向周围递减。所以在海上航行或作业的工作人员，如果有条件，安装速度或者压强传感器，可以在检测到波浪速度和压强突然大幅降低的时候预警，避免和畸形波正面接触，或者疏散危险人群。

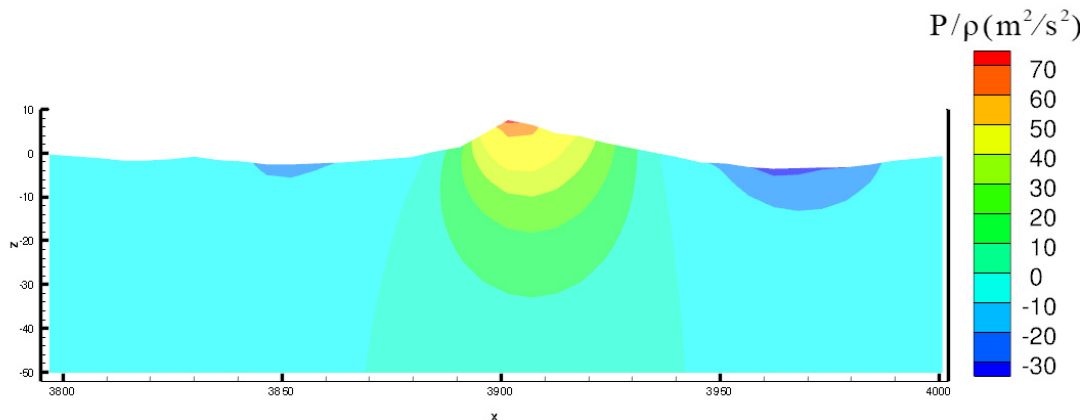


图 22 在开阔海域中选取单个畸形波压强云图

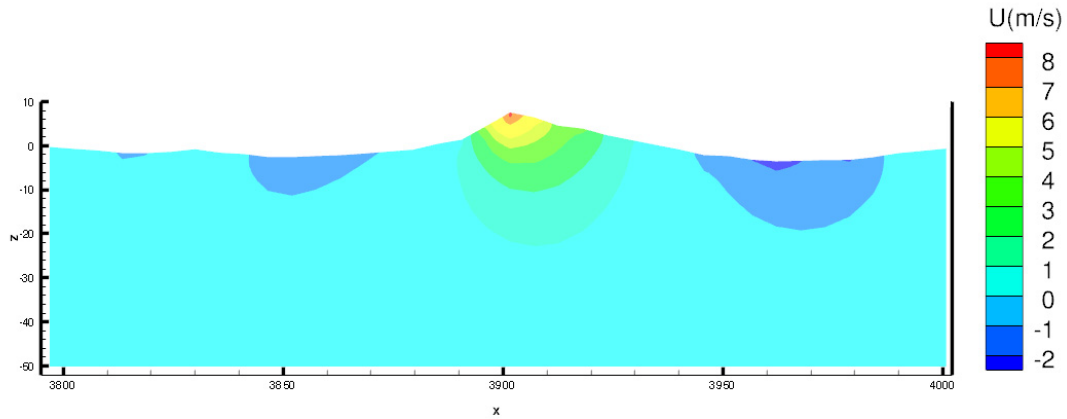


图 23 在开阔海域中选取单个畸形波水平速度云图

4.5 本章小结

本章节对开阔海域中的特殊不规则波现象——畸形波进行了详细的研究，首先用两个不同的方法，方向聚焦和自然演化分别生成了畸形波。使用波浪聚焦的方式模拟的极端不规则波的情况（畸形波），波高比甚至有可能达到 $H_{max} / H_s > 3.5$ 。但是相对于真实海洋中观测到的情况，发生这样极端事件的概率是十分低的，有时候甚至达到五十年一遇或者百年一遇的级别。所以我们更倾向于选择一个更合适方式研究不规则波中的极端事件，比如说自然演化生成不规则波。后来发现自然演化产生的畸形波与实际海洋中的畸形波比较相似，所以采用自然演化来研究方向性对畸形波的影响。在方向性研究中，得出的结论是：方向角 β 越大（数值越小），峰态函数值越大，不稳定现象越明显，产生的畸形波越多；方向性越大（展开阶数数值越小，如 $n=2$ ），产生的畸形波越零散越多，波长越短。于是，方向性对畸形波的产生有着十分重要的影响。最后，对选取的畸形波的水动力性能进行了分析，得出了要在压强和竖向速度突然减小前，做好畸形波的防范预警措施。

第五章 HOS-NWT 模型的研究

这部分是对非周期性固定边界条件的高阶谱方法数值水池模型（HOS-NWT）的研究。近几十年来新的实验设施给我们的研究波浪生成的力以及各种现象带来了许多便利，造波水池就是一个绝好的例子。首先，在造波水池里面能够精确的控制波浪场的生成，大多数复杂海况的特性能够完美复制。其次，在小尺度模型下的试验要比实物全尺度的试验要经济实用，并且实尺度的参数更难设定和测量。由此一来，造波水池可以做的试验范围就大大扩展了，可以从长时间海浪作用对船舶和沿海结构的疲劳影响，到不同设计在极端海况下可承受范围试验。

我们设想一个三维的长方体数值水池，有着 $L_x \times L_y$ 的长和宽和一个有限的水深 h ，填满了均质化，不可压缩，无粘性的液体。我们设置数值水池的坐标原点 O 在计算域 D 的一个角落上，整个坐标系是笛卡尔坐标系。 $x = 0$ 对应的是造波板位置的坐标； $y = 0$ 和 $y = L_y$ 代表的是水池两边的反射墙壁；在水池的尽头， $x = L_x$ ，是缓冲海绵的所在处。由造波引起的流体运动，一开始是处于静息状态，无粘无旋的。然后，根据这个假设推导出流体的速度 $\mathbf{v} = \nabla\phi(x, z, t)$ 。最后，我们还假设我们生成的波浪是不破碎的，所以我们才能用单值函数 $\eta(x, t)$ 来描述表面的波浪升高。

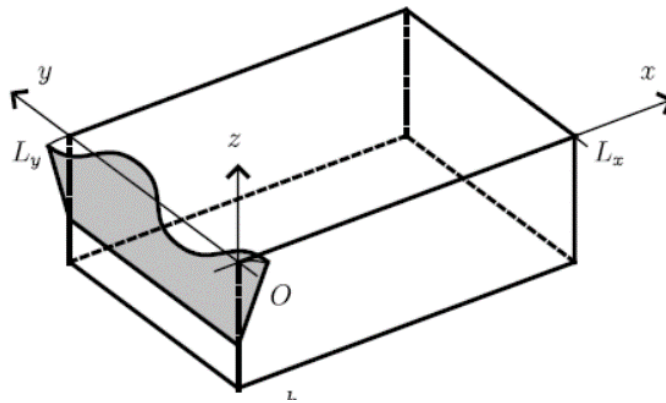


图 24 数值水池的坐标

5.1 边界条件

5.1.1 整体边界条件

如图 24 所示，数值造波水池包括几个不同的固定边界，都是不可穿透的壁面条件 $\nabla\phi \cdot \mathbf{n} = 0$ ，其中 \mathbf{n} 是壁面的法线向量。 $x = 0$ 对应的是造波板位置的坐标，这个会在 6.2 部分单独拿出来介绍。 $x = L_x$ 是造波吸收海绵区，和造波板相对，见 6.3 中的介绍。

不可渗透和自由面压力连续条件是构成该数值水池的运动学和动力学边界条件（表面的自由张力已经忽略不计），这些条件可以用表面波高 $\eta(x, t)$ 和表面速度势函数 $\phi^s(x, t) = \phi(x, z = \eta, t)$ 表达出来：

$$\partial_t \eta = (1 + |\nabla\eta|^2) \partial_z \phi - \nabla\phi^s \cdot \nabla\eta \quad (30)$$

$$\partial_t \phi^s = -g\eta - \frac{1}{2} |\nabla\phi^s|^2 + \frac{1}{2} (1 + |\nabla\eta|^2) (\partial_z \phi)^2 \quad (31)$$

很容易就可以看出，要求解这个问题，关键是找出竖向速度 $\partial_z \phi$ ，关于如何求解，我们前

面已经讲过 HOS 方法，这里就不再赘述。

5.1.2 造波板边界条件

造波板的运动 $X(y, z, t)$ 被分解为 $f_v(z)$ 和 $\tilde{X}(y, t)$ 两个函数的乘积，其中 $f_v(z)$ 是描述造波板垂直几何参数的函数。图 25 展示了两种不同形式的造波板，活塞式和转轴式，这是最常用的造浪工具。我们假设造浪板在 Y 方向是连续的，忽略衔接处的微小缝隙，造波板的不可穿透条件为

$$\partial_t X = \partial_x \phi - (\nabla_v X) \cdot (\nabla_v \phi) \quad \text{其中 } x = X(y, z, t) \quad (32)$$

值得注意的是，造波板的运动随时间增加的函数是和造波板的物理运动完全重叠的，为了减少机械载荷和瞬态刺激的误差。这次，时间上升函数被应用到数值模型上，为了防止时域的不连续情况以及促进程序的时间步进计算。在 ECN 物理水池中时间上升函数被描述为持续时长为 3 秒钟的线性函数，在后续研究将会讨论这个时间函数的有效性。造波板的边界条件被描述成式 (32)，这个方程可以近似简化为不同阶数来表达，之前已经有对一阶和二阶表达的研究，本章将在非线性波的生成研究中展开对三阶表达的研究。

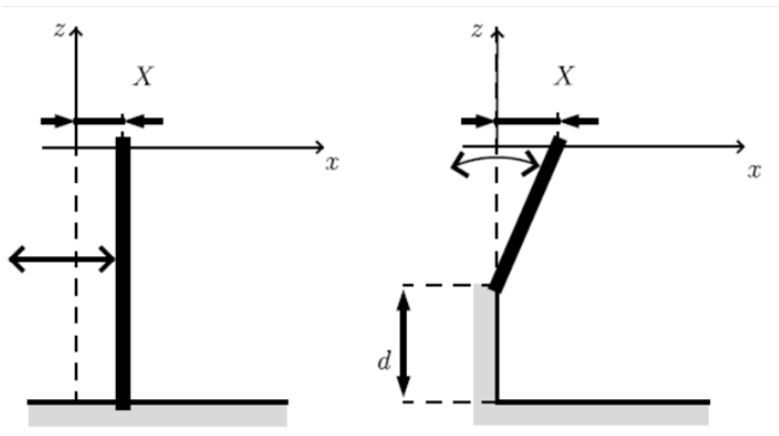


图 25 两种不同形式的造波板，活塞式（左）和转轴式（右）

5.1.3 消波滩的边界条件

一般来说，造波水池都有吸收缓冲的装置，如消波滩，用于吸收波浪多余的能量，防止反射波的发生，确保造波区域的正确性。为了保证数值水池也有这些特性，我们按照需求修改了自由面的压力函数 $P = \rho v(x) \nabla \phi$ ，特别是流体的密度（参考文献中的说明）。

函数 $v(x)$ 非零的缓冲参考项，它需要进行光顺处理，以防止计算过程中虚假的反射和不连续结果。我们发现三阶多项式已经能满足 $v = 0$ 在消波滩的前缘的要求。再加上 $\partial_x v = 0$ ，就可以满足大部分极端情况的需求。这个函数已经被实验校准，而且能调节参数适应任何消波滩。

5.2 在小陡度的情况下验证模型的有效性

所有数值模拟的对比数据都来自法国 ECN 造波水池(50×30×5m)，转轴距离池底 2.15m，这些实际物理水池的几何数据同样输入数值造波水池中。在实验中造波板的运动作为数值水池的输入条件，语序我们更为直观的对比实验和数值模拟得到的结果。

在下面的模拟中，我们发现造波板附近并没有受到非常强的非线性因素影响，故我们在 HOST-wm1（造波板边界条件 1 阶展开模型）到 HOST-wm3（造波板边界条件 3 阶展开模型）中选择比较高阶的 HOST-wm3 模型，在后续的更大的陡度模拟中，将会涉及这三个模型的比较。

为了证明模型的有效性，我们在数值水池中重现了长程二维不规则波浪场。这个不规则波浪场由 Bretschneider 谱来描述：

$$S(\omega) = \frac{1.25}{4} \frac{\omega_m^4}{\omega^5} H_s^2 \exp \left[-1.25 \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^4 \right] \quad (33)$$

其中谱峰周期 $T_p = 2s$ ，波陡 $\epsilon = 0.03$ ，有义波高 $H_s = 4\sqrt{m_0} = 0.159m$ ，波长 $\lambda_p = 5.3m$ 。

造波板的运动使用一个线性转移方程 $TF = a / s$ 来描述的， a 是波幅， s 是造浪板每次鼓动的距离。时间斜坡函数（linear time ramp function）从 $t=0$ 开始线性作用在造波板上3秒。波高探测器位于造波板25m之外，记录超过400个周期的数据。

图26对比了在波陡 $\epsilon = 0.03$ 情况下，水池实验，HOST和SWEET模型模拟的波高数据。其中HOST（高阶谱方法水池模型）采用的是HOST-wm3（造波板边界条件3阶展开模型）的结果。我们主要关注 $t = 670s$ ，也就是 $335T_p$ 之后波群的演化情况。作为比较，我们还加入了二阶的数值水池模型SWEET，因为从文献中得知，这个二阶模型在小陡度条件 $\epsilon = 0.015$ 有着较高的准确性，所以对它也产生一定的研究兴趣。从图26中我们发现SWEET模型的确在大体上能重现波浪场的某些主要特性，但是在遇到大波幅的波群时，它的缺点就显现了出来。在 $t = 670\sim 675s$ 之间，二阶SWEET模型显示出相位的偏移和不准确的波幅预测结果。作为比较的是，HOST数值水池模型展示了令人欣慰的结果，在整个模拟过程中与实验数据有着较高的吻合程度。

这个模拟显示了HOST模型的准确和有效的生成波浪场，推进波浪，模拟长时间的波浪周期。另外，SWEET模型和HOST模型使用了相同的消波滩参数，这个因素的影响可以忽略。更陡峭的波浪有着更高阶的非线性项，这在计算过程中会造成很大的影响。所以，我们更有理由研究更大陡度波浪场对HOST模型模拟的影响。

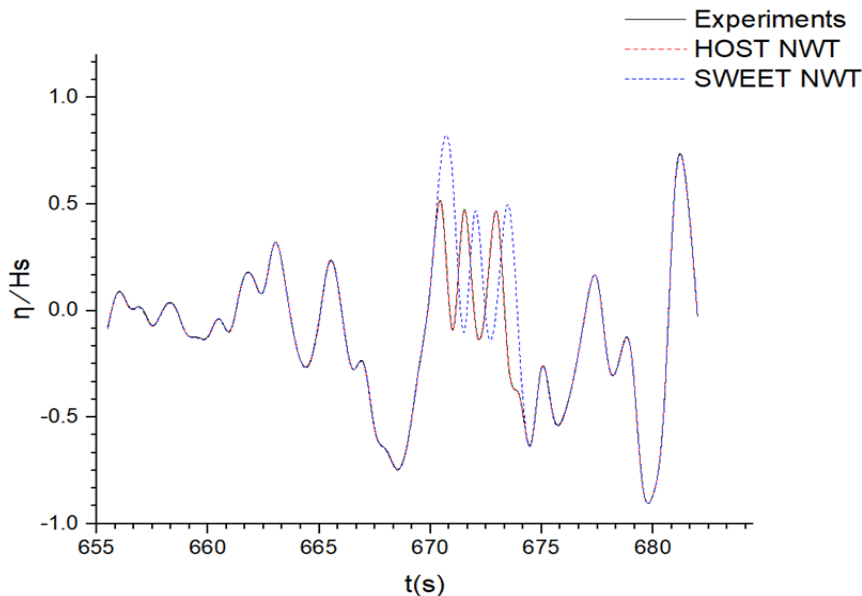


图26 不规则波波高数据，在波陡 $\epsilon = 0.03$ 下对比实验和数值模拟结果

5.3 在更大陡度的情况下验证模型的有效性

接下来的数值模拟目的在于讨论HOST-wm1，HOST-wm2和HOST-wm3模型的准确性和误差大小。我们首先进行二维规则波浪场的研究，作为参照的是ECN水池的实验数据。在整个过程中，自由面波高数据和体积守恒产生的误差将会被分析。同时，数值水池中的回流现象也将加入讨论，这个流动模式虽然在数值水池中十分常见，但有十分难以模拟。借助HOST模型，我们可以方便研究回流问题。

5.3.1 二维规则波浪场

这个算例主要模拟规则波在造波水池中的推进，采取了比较大的波浪陡度 $\epsilon = ka = 0.2$ ，波浪周期为 $T = 1.85s$ 。波高记录仪坐落于 $x_p = 15.0m$ ，记录自由面的波高数据。波浪前端首次到达探测仪的时间是12.5s

5.3.1.1 体积守恒验证

在对比这三个模型之前，我们首先要确保在FFTs变换情况下模型的可收敛性。图27显

示了规则波浪场的体积相对误差 ($\varepsilon = ka = 0.2$), 作为变量的是 HOST-wm1 模型网格的精细化程度。我们发现在 HOST-wm1 模型中, 随着时间的增加, 体积误差也在线性增长在所有的模拟中, 我们应该确保网格的可收敛性要满足水平方向和垂直方向的节点数 n 以及去混叠项 P 。在图 27 中, x 方向的网格数是 2 的幂次方增长, 所以节点数就是网格数再加 1。我们可以观察到, 随着网格数的增加, 体积误差在减小, 在放大的图 27b) 中更能清楚的发下不同网格数的差距。而且在这 5 个网格数中, $N_x = 513$ 已经足够精细, 和 $N_x = 1025$ 的差距几乎重叠。所以图 28 三个模型比较就用 $N_x = 513$, 减小储存空间和计算复杂度。从图 28 我们可以发现, 三个模型开始的时候体积误差几乎都是线性增长的, 在经过 30 秒的发展以后, 趋于稳定。表现最不好的模型 HOST-wm1 误差在 1.6×10^{-3} 左右抖动。其次是 HOST-wm2, 误差在 1.5×10^{-3} 。不出意料, HOST-wm3 有着最低的体积误差 1.4×10^{-3} , 这样的精度足以进行有效的模拟。

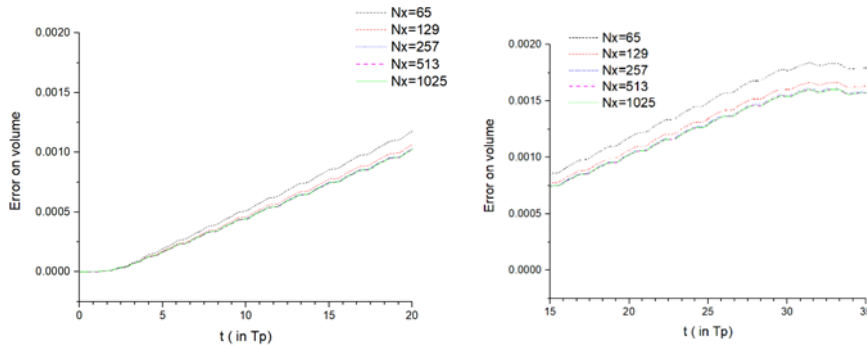


图 27 a) 网格数增加后收敛性的变化 (全局) 图 27 b) 网格数增加后收敛性的变化 (局部)

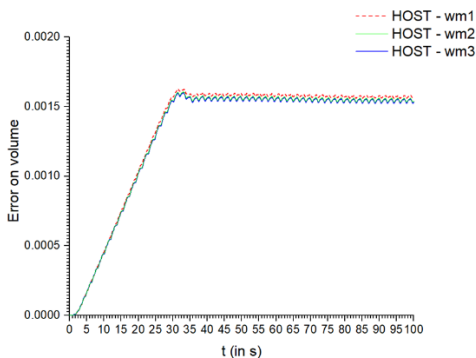


图 28 1,2,3 阶模型的体积误差, $ka = 0.2, N_x = 513, N_y = 65$

5.3.1.2 与实验数据对比验证

前面已经展示了三个模型的体积误差对比结果, 图 30 展示了波高记录仪在实验和数值模拟中的区别。三个数值模型显现出了些许差别。为了更好地比较三个模型的准确度, 我们计算了全局误差 ε (模型模拟数值和时间记录数值), 三个模型的误差 HOST-wm1, HOST-wm2, HOST-wm3 依次为 12.8%, 6.8% 和 6.2%。所以提高造波板计算的阶数确实可以调高计算模拟的精确度。图 30 位三阶模型 HOST-wm3 与实验记录数值在波高上的区别, 可以发现这两条线几乎完全重叠。

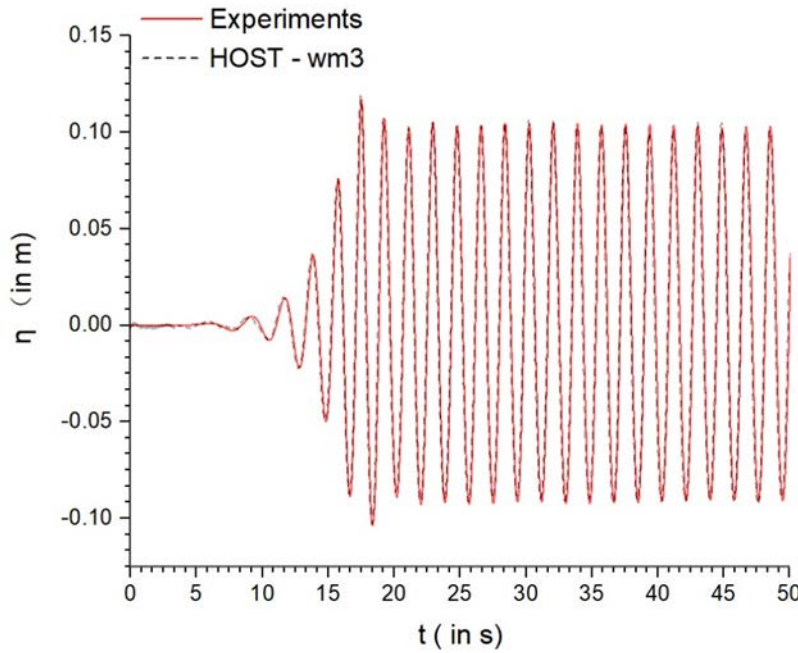


图 30 规则波浪场中三阶模型 HOST-wm3 与实验数据的比较, $ka = 0.2$

5.3.2 二维不规则波浪场

为了更好地比较三个模型的区别,我们采用 T. Baldock 等人提出的方法,对波峰波谷分开进行分析。他们提出生成两种不同的波浪场:初始聚焦波浪场 η 和推迟一个相位 π 的波浪场 η_π 。错开相位的目的是确定线性项和非线性项对波浪聚焦的贡献,波高的和 η^+ 与差 η^- 定义为:

$$\begin{aligned}\eta^+ &= \frac{1}{2}[\eta(x, t) + \eta_\pi(x, t)] \\ \eta^- &= \frac{1}{2}[\eta(x, t) - \eta_\pi(x, t)]\end{aligned}\quad (34)$$

我们用一个二阶规则波来解释这些波高的实际意义:

$$\eta(x, t) = a \exp[i(kx - wt)] + \frac{1}{2}ka^2 \exp[2i(kx - wt)] + O(ka^3) \quad (35)$$

在这个例子中,我们可以推导出

$$\begin{aligned}\eta^+ &= \frac{1}{2}ka^2 \exp[2i(kx - wt)] + O(ka^3) \\ \eta^- &= a \exp[i(kx - wt)] + O(ka^3)\end{aligned}\quad (36)$$

所以,波高和 η^+ 表示了二阶的数据,波高差表示了一阶的数据 η^- 。在更一般的非线性波高背景下,不限于二阶,和 η^+ 与差 η^- 分别对应于偶数和奇数非线性阶。图 31 显示了一阶和二阶模型各个阶次的差别。 $\eta^+(wm_2) - \eta^+(wm_1)$ 代表了 wm_2 和 wm_1 模型波高函数偶数次项的差,我们可以发现在 $t=25s$ 后波形以 2ω 的频率上下振动。这个 2ω 的波形以目标波浪一半的波群速度向前推进,正好和伪自由波定义对应,这种自由波产生于造波板附近的非线性现象。这种波浪现象也在实际物理水池中出现,但仅限于采用二阶造波的方式。对于 $\eta^-(wm_2) - \eta^-(wm_1)$,代表的是 wm_2 和 wm_1 模型波高函数奇数次项的差,我们么也可以读出两个方面的信息:首先频率为 ω 的成分在 $t=12s$ 左右到达波高仪,然后在 $t=32s$ 左右,频率为 3ω 的成分接着到达。

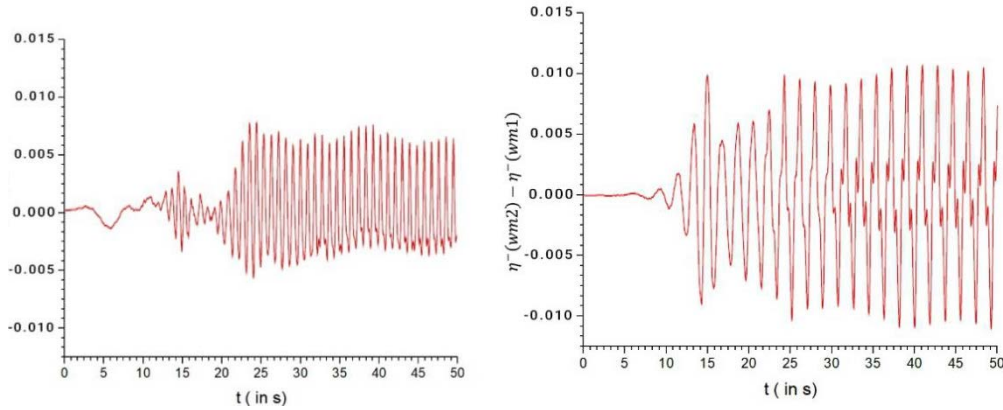


图 31 wm2 和 wm1 模型波高函数偶数次项的差（左）和奇数次项的差（右）

图 32 同样展示了 wm3 和 wm2 模型波高函数偶数次项的差和奇数次项的差，我们可以发现，升高造波板边界条件的阶数，的确导致计算误差更加收敛，因为从波形和波幅上来看，后面的两个比较的误差更小。这说明 HOST-wm3 的三阶边界条件的确对整体的 ω 的成分的波幅有着较大的贡献。再比较上下模拟的左图，我们发现 HOST-wm3 和 HOST-wm2 模型在 $t=23s$ 之前和 HOST-wm3 和 HOST-wm1 模型一样，但是 23s 之后才有了较大的区别。这说明，二阶波浪模型的非线性项会产生伪波浪场，但是当其它模型到达波高探测仪之后，这个为波浪场就被抹去了，这提醒我们三阶波浪模型 HOST-wm3 是十分必要的。

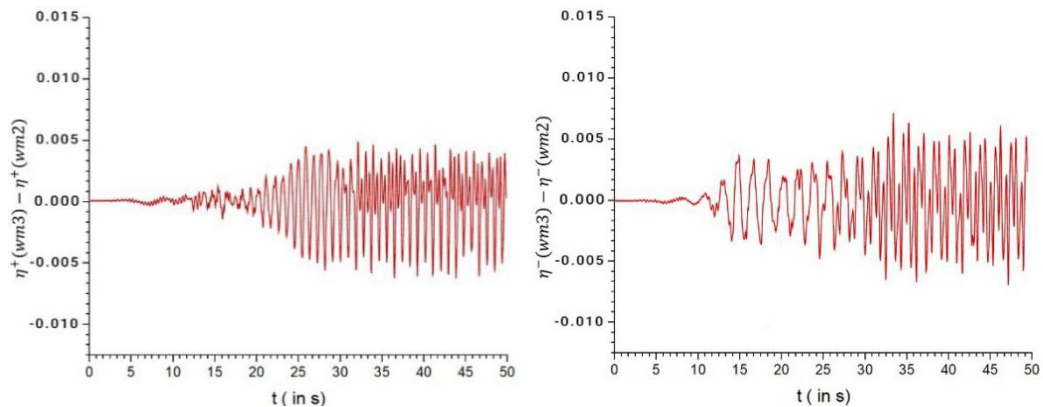


图 32 wm3 和 wm2 模型波高函数偶数次项的差（左）和奇数次项的差（右）

5.4 本章小结

本章在 HOS-ocean 模型的前提下，对 HOS-NWT 模型进行了研究。在明确边界条件的基础上，研究了不同波陡下三种 NWT 模型的精确性，可靠性，并与水池实验数据，SWEET 模型模拟数据进行比较，发现 HOST-wm3 模型对不规则波浪场的模拟最为精确。最后，这些研究提示我们，有一些复杂的现象只能通过高阶的（至少三阶）波浪数值模型进行模拟。提升数值模型的阶数对模拟有着十分重要的意义，三维的海况也可以使用这样的三阶数值模型进行模拟。

第六章 结论

6.1 结果与讨论

在不规则波的模拟研究中，人们主要提出了边界元法（Boundary Element Methods），流体力学法（Volume of Fluid Methods），拟谱法（Pseudo-Spectral Methods）和多模态耦合法（Mode-Coupling Approach）等。高阶谱方法（HOS）是属于拟谱法的一种，起步较晚，发展也比其他方法要慢。但是因为它采用的是势流的计算方法，所以在模拟长时间大范围的不规则波浪生成和推进的时候有这无可比拟的优势。

在几十甚至上百平方公里的开阔海域内，模拟几小时甚至几天的不规则波浪运动在以前看来是十分困难的，但是 HOS-ocean 模型很好的展示了它的高效性和精确性，成功的模拟出这样的海况。通过体积和能量误差分析，网格数量误差分析，波浪陡度误差分析，HOS 阶数误差分析以及模态稳定性分析，从不同角度说明 HOS-ocean 的可用性和准确性。这极大地归功于谱方法的优越性，将速度势摄动展开成一系列特征函数，采用快速傅立叶变换的方法求解导数项，具有很高的计算效率和计算精度，能够很好地模拟波浪的非线性现象。在经过仔细的去混叠处理后，快速傅里叶变换与谱方法相辅相成，加速了计算速度和收敛速度，同时保证一定的精确度。

由于有了 HOS-ocean 模型的帮助，我们可以很方便的研究在二维和三维开阔海域内极端的不规则波现象——畸形波。我们成功的通过多个算例验证了这个模型生成畸形波的可能性，首先，使用初始海洋波浪谱的组成部分定向聚焦产生被动的三维畸形波事件。在这样的模拟下，我们获得的畸形波波高数值偏大，其峰高是有义波高的两倍。为了获得更符合实际情况的畸形波，我们进行了随机初始相位定向波谱的长时间模拟，计算了持续 1000 个谱峰周期的二维演化，展示了本模型能准确模拟波场内自然演化产生畸形波的能力。最后，我们进行了方向性的参数研究，并且发现检测到的畸形波事件的数量和形状很大程度上取决于方向展开程度。对于方向展开大的波浪预设条件，畸形波数量多，横向波长比较小。当方向展开小的时候，畸形波事件数量减少，并且它们的横向波长增加，导致众所周知准单向波浪——“水墙”情况的发生。我们的研究还发现，畸形波倾向于在同一个波群中一起或者相继出现，这样的现象还没有十分明确的解释，以后可以深入研究。

从开阔的海域的数值模拟中我们受到启发，研究更为实用的数值水池模型 HOS-NWT。它拥有物理造波水池的主要特性：方向造波机，消波滩还有两边的反射墙壁。由于一阶二阶模型在以前已经有部分研究，三阶模型刚刚发展，所以我们的目光聚焦在三阶模型和二阶模型比较上。我们首先在二维长时间不规则波的数值模拟条件下，研究了小陡度条件下三个模型的准确性，主要对比了这些数值模型正确生成波浪场，准确的在数值水池中推进波浪，以及满足物理消波岸的能力。结论是三个模型基本都满足这些能力，HOST-wm3 模型更好地体现了这些能力。接着在大陡度条件下，通过二维规则波浪场和二维不规则波浪场，验证了三阶模型的确有着更好的准确性，对于非线性项有着更完善的适应能力。这些研究提示我们，有一些复杂的现象只能通过高阶的（至少三阶）波浪数值模型进行模拟。提升数值模型的阶数对模拟有着十分重要的意义，三维的海况也可以使用这样的三阶数值模型进行模拟。

6.2 未来展望

(1) 大部分模拟都是基于 JONSWAP 北大西洋波浪谱进行的，也有使用 Beretschneider 谱和 P-M 尝试模拟不规则波，但是 ISSC 谱,ITTC 谱和白噪声谱的详细模拟还未得出，还需要

详细研究并尝试应用这些波浪谱的典型参数，这需要在编写程序上多花一番功夫。

(2) 因为现有的模拟程序是在 Cmake 平台用 Fortran 语言编译的，在 Ubuntu16.10 系统下进行计算。在毕设的初期考虑到用 naoe-Foam-SJTU 上面的 C++ 语言编译，但由于工作量实在太大，所以可以根据程序多数据接口的特点 (MPI)，建立两个平台之间的数据接口，把 HOS-ocean 的数据对接到 naoe-Foam-SJTU 上，这是下一步要考虑的工作。

(3) 在对 HOS-NWT 的模拟中，由于程序对三维模拟支持的不完善，在 Tecplot 2015 EX 中不能做出可视化图像，故未放上三维数值造波水池不规则波的模拟数据，这是十分遗憾的一点。在以后的研究中，如果调试好程序以及参数，可以研究三维的数值造波水池的情况。

(4) 由于程序的局限性，只能使用单线程进行计算模拟，浪费了很多计算资源，还减慢了计算速度。如果可以在未来做好并行计算的程序编写，可以放到超级计算机中进行计算模拟，会大大提高计算效率，为以后研究带来便利。

参考文献

- [1] Yang, C., Löhner, R. and Lu, H., An unstructured-grid based volume-of-fluid method for extreme wave and freely-floating structure interactions, [J]. *Hydrodyn. Ser. B, Proceedings of the Conference of Global Chinese Scholars on Hydrodynamics*, 2006.18(3): 415 - 422.
- [2] Sato, Y., Miyata, H. and Sato, T., CFD simulation of 3-dimensional motion of a ship in waves: Application to an advancing ship in regular heading waves, [J]. *Mar. Sci. Technol.*, 1999. 4(3): 108-116.
- [3] Chen, L. F., Zang, J., Hillis, A. J., Morgan, G. C. J. and Plummer, A. R., Numerical investigation of wave-structure interaction using OpenFOAM, *Ocean Eng.*, 2014.88, 91-109.
- [4] 柳淑学 滕斌. 数值计算域内产生波浪的方法.[J].*水动力学研究与进展 A 辑*.2002-4,400-412.
- [5] Phillips O. M. On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part I,[J].*Fluid Mech.* 9, 1960.193-217.,-
- [6] Hasselmann, K., On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum,Part 1. General theory. [J]. *Fluid Mech.*, 1962.12,481-500.
- [7] V.Zakharov, Stability of periodic waves of finite amplitude on a surface of a deep fluid, [J]. *Appl.Mech. Tech.Phys.*, 2, 1968, 190-198.
- [8] Dysthe, K. B., Note on a modification of the nonlinear Schrödinger equation for application to deep water waves, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A* 369 (1979), 105-114.
- [9] Dommermuth D G, Yue D K P. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. [J] *Journal Fluid Mechanics*,.1987,184:267-288.
- [10] West B, Brueckner K, Janda R, Milder M and Milton R. A new numerical method for surface hydrodynamics[J]. *J. Geophys. Res.*, 1987,92:11803-11824.
- [11] Tanaka, M.: A method of studying nonlinear random field of surface gravity waves by direct numerical simulation, [J].*Fluid Dyn. Res.*, 28, 41-60, 2001a
- [12] 陈学闯 董艳秋 杨冠声. 非线性 freak 波分析及模拟理论探讨[J]. *海洋工程*,2003-1,.105-108.
- [13] Sung-Yong Kima, Kyung-Mi Kimb, Jong-Chun Park., Numerical simulation of wave and current interaction with a fixed offshore substructure,[J]. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*,2016,188-197.
- [14] S. Yan, Q. W. Ma, QALE-FEM for modelling 3D overturning waves,[J]. *International Journal of Numerical Method of Fluid.*,2009, 743-763.
- [15] 郝健, 李金宣, 王磊, 柳淑学, 基于高阶谱方法求解波浪在不规则地形上传播的完全非线性数值模型: (硕士学位论文) [D]. 大连:大连理工大学, 2015, 1:2-3.
- [16] 赵西增,孙昭晨,梁书秀. 高阶谱数值方法及其应用,[J],. *船舶力学*,2015, 685-691.
- [17] Annenkov, S. and Shrira, V.: Numerical modelling of water-wave evolution based on the Zakharov equation,[J]. *Fluid Mech.*, 449,341-371, 2001.
- [18] Bonnefoy, F.: Modélisation expérimentale et numérique des états de mer complexes, [D].Ph.D. thesis, Ecole Centrale Nantes, (in French), Ecole Centrale Nantes, (in French), 2005.
- [19] Bonnefoy, F., Le Touzé, D., and Ferrant, P.: Generation of Fully- Nonlinear Prescribed Wave

- Fields using a High-Order Spectral Model, in: Proc. 14th Int. Offshore and Polar Engng. Conf., Toulon, France, 2004.
- [20] Canuto, C., Haussaini, M., Quarteroni, A., and Zang, T.: Spectral Methods in Fluid Dynamics, Springer Series in Computational Physics, Springer-Verlag, Berlin, 1987. [11] Tanaka, M.: A method of studying nonlinear random field of surface gravity waves by direct numerical simulation, [J]. Fluid Dyn. Res., 28, 41–60, 2001a
- [21] Craig, W. and Sulem, C.: Numerical simulation of gravity waves, [J]. Comp. Phys., 108, 73–83, 1993.
- [22] Dommermuth, D.: The initialization of nonlinear waves using an adjustment scheme, Wave Motion, 32, 307–317, 2000.
- [23] Dommermuth, D. and Yue, D.: A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves, J. Fluid Mech., 184, 267–288, 1987.
- [24] Dysthe, K. B.: Note on a modification to the nonlinear Schrödinger equation for application to deep water waves, R. Soc. Lond. A, 369, 105–114, 1979.
- [25] Haver, S., Eik, K., and Meling, T.: On the prediction of wave crest height extremes., Tech. rep., Statoil, 2002. 190-198.
- [26] Kharif, C. and Pelinovsky, E.: Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon, Eur. J. Mech. B/Fluids, 22, 603–634, 2003.
- [27] Krasitskii, V.: On reduced Hamiltonian equations in the nonlinear theory of water surface waves, J. Fluid Mech., 272, 1–20, 1994.
- [28] Lavrenov, I. and Porubov, A.: Three reasons for freak wave generation in the non-uniform current, Eur. J. Mech. B/Fluids, 22, 574–585, 2003.
- [29] Phillips, O.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part 1. The elementary interactions, J. Fluid Mech., 9, 193–217, 1960.
- [30] Socquet-Juglard, H.: Spectral evolution and probability distributions of surface ocean gravity waves and extreme waves, Ph.D. thesis, University of Bergen, 2005.

谢辞

时间飞逝，眨眼间本科四年的时间就过去了。回首自己在交大的时光，遇到了许多良师益友，有太多的人需要感谢。

首先要感谢我的导师万德成教授。老师知识渊博、治学严谨，对科研工作充满了热情。每一次和老师的学术探讨，都受益良多，不仅开拓了视野，也明确了自己努力的方向。在本课题的研究过程中，万老师倾注了大量的心血，为我理清研究思路，解决研究的问题与困难，在最后撰写成文时，还逐字逐句地过目和修改。衷心地感谢万老师在毕业设计上给予我的关心与帮助，您的谆谆教导会一直鼓励和鞭策我前进。

接着要感谢指导我的宋佳琦学长。他帮助我整理清楚毕业设计的思路，指导我毕业设计的方向。他手把手教会我如何使用 `cmake` 平台编译处理程序，如和按照需要设置程序的初始参数，如何使用 `Tecplot` 把可视化的图像作出来。可以说，没有宋学长的循循教诲，就没有我的毕业设计的成果。在这里，我祝愿学长在以后的学术道路上前程似锦，

然后感谢 402 办公室的所有同学和学长，感谢你们默默地陪伴我走过毕业的最后时光。白天，大家兢兢业业，认真做科研；晚上 12 点的时候，大家还坚持在办公室继续做科研，这样的学习研究氛围是我从未见过的。在这里也希望你们在学术的道路上越走越远。

最后，感谢我的父母，感谢你们的无私奉献和默默支持，无论我身在何方，你们都是我最坚强的后盾。

NUMERICAL SIMULATION OF IRREGULAR WAVE WITH HIGH ORDER SPECTRAL METHOD

With the development of marine renewable energy, port nearshore engineering and ship airworthiness research, the study of waves has attracted more and more researchers' attention. In this field, computational fluid dynamics (CFD) is widely used to study regular waves, and experimental data are used to validate them. Yang and so on using the fluid volume method (Volume of Fluid) at the same time on the LNG transport cabin liquid sloshing and external wave effects were simulated, which introduced for the hull movement incompressible Euler / Navier Stokes equations and unstructured grid Division. Sato and so on Wigley type ship and 60 series ship in the regular wave of the heave and pitching movement were predicted, the ship volume force as the ship movement into the Navier Stokes equation calculation, and get the desired results. Chen studied the interaction between waves and nearshore structures under different sea conditions. The two-phase flow model was selected based on the unsteady incompressible Navier Stokes equations. Using the interFoam solver, a cylindrical vertical platform was obtained. Wind turbine base and other simulation results.

Although most computational fluid dynamics researchers focus on regular waves, research and achieve good results, but this simulation and the actual sea conditions are still quite different. The real marine environment includes a series of waves of different frequencies and waves, while the regular waves have only a single frequency, far from meeting the needs of the study. And in the open sea, the ship and the marine structure of the building frequently and periodically affected by extreme waves of the invasion, which the integrity of the structure and staff life and safety caused great distress. These extreme wave physical phenomena are not only three-dimensional, but also highly irregular.

Therefore, the importance of irregular waves highlighted, everyone's eyes began to turn to irregular waves. An irregular wave is a wave that is superimposed with different sine and different frequencies. Boundary Element Methods, Volume of Fluid Methods, Pseudo-Spectral Methods, and Multimode Coupling Methods (Mode) are proposed in this direction of irregular wave numerical simulation. Coupling Approach). The boundary element method is calculated using the Green's function. It is necessary to list the boundary integral equation, which is used to solve the diffraction problem of linear wave. In the 1980s and 1990s, the boundary element method is developed to solve the nonlinear problem, including wave and structure interaction, wave propagation problem. This method requires very flexible geometric boundary conditions, but the computational matrix complexity is $O(N^2)$ and does not apply to the problem of calculating large regional scales. Volume method is the entire fluid domain for discrete calculation, and now commonly used methods are: finite difference method, finite element method. For example, in the calculation of 3D waves (Engsig-Karup et al. (2009)), make full use of the characteristics of the sparse matrix to reduce the computational complexity to $O(N)$, use σ -transform to solve the elements of fixed computing domain, The The computational efficiency is much higher than that of the boundary element method.

But the boundary element method (BEM) and the fluid volume method (VOF) belong to the method of computational fluid dynamics (CFD), and the time spent on the calculation and the resources are relatively large, especially in the long time, Field simulation. So, this time we have to use the potential flow method, such as spectral method to carry out efficient and accurate simulation.

From the historical development of spectral methods In view of the earlier spectral methods, especially for ocean wave spectrum evolution studies, due to limited theory and computer performance constraints, are limited by the interaction of waves and weak elements The method of. In the early 1960s, Phillips (1960), Longuet-higgins (1962) and Hasselmann (1962) first used the wave mode coupling method to derive the results of the spectral method, but they limited the interaction between waves

To the energy exchange rate change. Next, Zakharov proposed a wave mode change rate equation in 1968, which describes the evolution of the wave system for a long time. This evolutionary equation uses Hamilton in the integral form Operator, and simplifies the expression form, the solution process only uses four or five waves between the interaction. In any case, it was the first time in nearly two decades to derive a more complete derivation and to solve the simplified Zahkarov equations. Another step of the spectral method is the order of the wave steepness, since the steepness order of the waves is limited in the calculation, so a narrow band wave spectrum hypothesis is introduced. In this way, we get a weak nonlinear Schrodinger equations, which have been widely applied to hydrodynamic waves since the first application by Zakharov to the hydrodynamic problem of gravity waves in 1968 generate. This equation was later modified in 1979 by Dysthe's formula for the limited depth of the Davey-Stewartson system, which included a description of the fourth-order wave steepness. Later, Trulsen and Dysthe continued to improve in 1996, extending the narrowband spectrum of the waves to the broadband spectrum, bringing greater convenience to future research.

In this paper, the high-order spectral method is a kind of quasi-spectral method (spectral method), which is proposed by Dommermuth and Yue and West respectively. This method expands the velocity perturbation into a series of characteristic functions, The method of fast Fourier transform is used to solve the derivative term, which has high computational efficiency and computational precision, and can simulate the nonlinear phenomenon of wave well. In the wave generation and propagation of constant water depth, the higher order spectral method exhibits higher efficiency and accuracy than the boundary element method and the volume method, and can simulate the wave field evolution in a wide range of regions, whether it is a two-dimensional or three-dimensional value Simulations have better simulation results.

In this paper, the study of irregular waves generated by high-order spectral methods is divided into the following three parts. The first part is the study of the high-order spectral method ocean model (HOS-ocean) for periodic free boundary conditions. In 1987, West et al. Validated the HOS method, and in order to further validate the validity of the model we presented, all experiments in the West document that validated the accuracy and stability of the model were re-implemented to ensure that The de-aliasing model remains fast and accurate. This HOS-ocean model performs a long-term numerical simulation in a three-dimensional example. For example, in Tanaka (2001a), the paper shows a wide range of three-dimensional wave spectrum simulation of wave generation process, in the study of this study which has been very similar results.

The second part is the simulation of the irregular waves in the open sea, mainly the abnormal

wave. After demonstrating the validity, accuracy and stability of the HOS ocean model, we use the following two different initial setup parameters to study the anomalous waves: (1) Pre-set the wave phase-adjusted three-dimensional directional wave spectrum to facilitate the subsequent generation Passive focus wave situation; (2) to the two-dimensional and three-dimensional wave field in accordance with the direction of the natural generation of development, looking for the emergence of the abnormal wave. Next, we extract the original three-dimensional shape parameters of the detected anomalous waves, and study the influence of the directionality (including the direction angle and the number of direction expansion) on the generation and development of irregular waves. Finally, we extract a single malformed wave, study its internal flow and pressure, and discuss it in detail.

The third part is the study of numerical model (HOS-NWT) model for high-order spectral method: (1) It is necessary to deal with the formula of the theory of potential flow in general sense to apply the formula of irregular wave, and also need to verify different boundary Conditions and the main characteristics of the NWT numerical pool (including the sponge absorption zone associated with the wave making module).(2) Secondly, it is a detailed study of the wave-making model, especially for the first-order second-order model, which can have a heuristic effect on the third-order wave generation. Then the higher-order spectral method allows more complete nonlinear wave problems to be solved in the case of detailed boundary conditions. At this time the efficiency and accuracy of the NWT pool will be discussed. (3) Next, under the condition of small steepness, the validity of the data is verified. All the experimental data are from the ECN pool and compared with the numerical simulation data. Firstly, the two-dimensional irregular waves are simulated, and the results are in good agreement with the experimental results. The results are compared with the second-order SWEET model, which shows that the high-order spectral model (including wave propagation, wave propagation, absorption buffer) Conditions of accuracy, effectiveness and stability.(4) Then, under the premise of moderate wave steep, the numerical simulation and ECN experimental data of two-dimensional irregular wave are analyzed and compared, and the enhancement and promotion of the wave-making plate model are emphasized. (5) Finally, the reflow phenomenon is studied, and it is pointed out that the nonlinearity of the wave plate will bring about the possible influence of the numerical simulation. The flow velocity and pressure information in the basin are also included as reference.