第三章
螺旋桨基础理论

螺旋桨理论分类

前期的螺旋桨研究理论

- 动量理论 --- 螺旋桨的推力是由于其工作时使水产生动量变化所致，所以可以通过水的动量变化计算推力；
- 叶元体理论 --- 注重螺旋桨每一叶元体所受的力，据以计算整个螺旋桨的推力及转矩；
- 螺旋桨环流理论 --- 将流体力学中的机翼理论应用于螺旋桨，解释叶元体的受力与水的速度的变更关系，将上述动量理论和叶元体理论联系起来而发展成螺旋桨环流理论。

3.1 理想推进器理论

基本假设

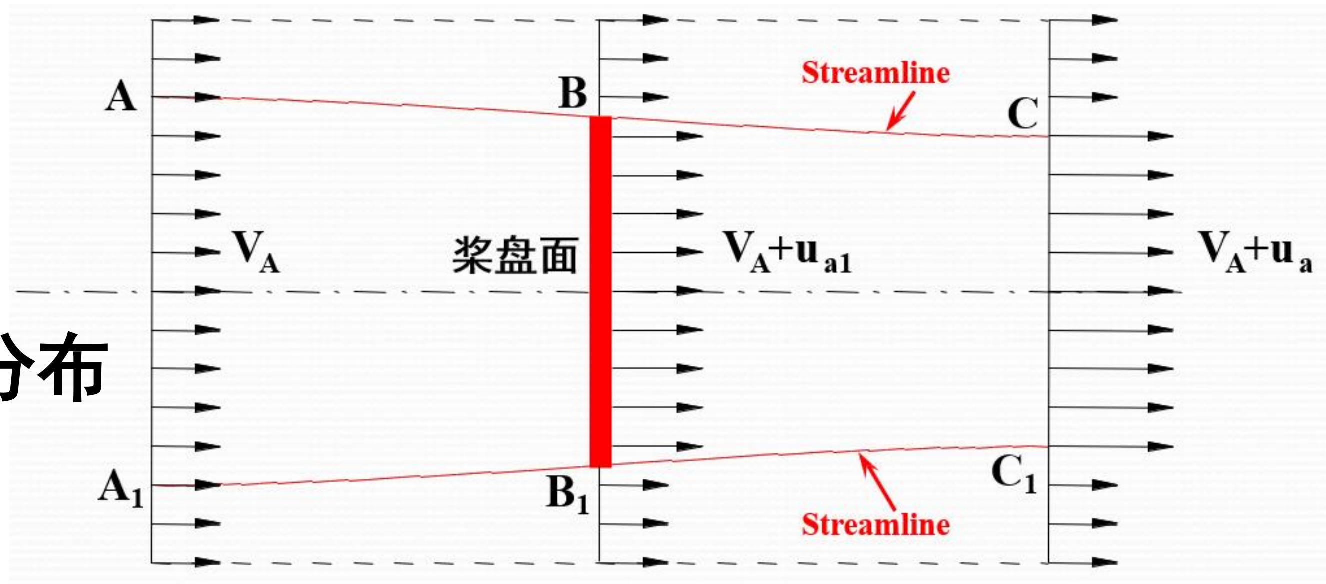
- 推进器为一轴向尺寸趋于零、水可以自由通过的盘，此盘可以拨水向后，称为鼓动盘（Actuator Disk）；
- 水流速度和压力在盘面上均匀分布；
- 水为不可压缩的理想流体。

螺旋桨的断面为盘面，而明轮的断面则为桨板的浸水板面。

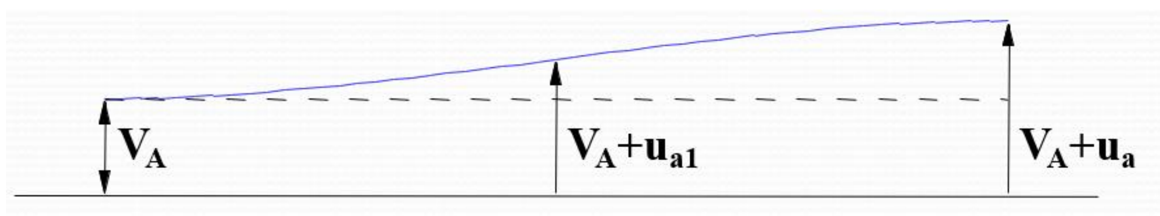
3.1 理想推进器理论

流动分布变化

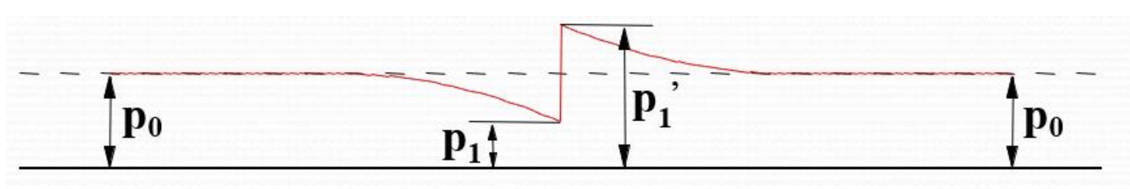
控制体内速度分布



轴线速度分布



轴线压力分布



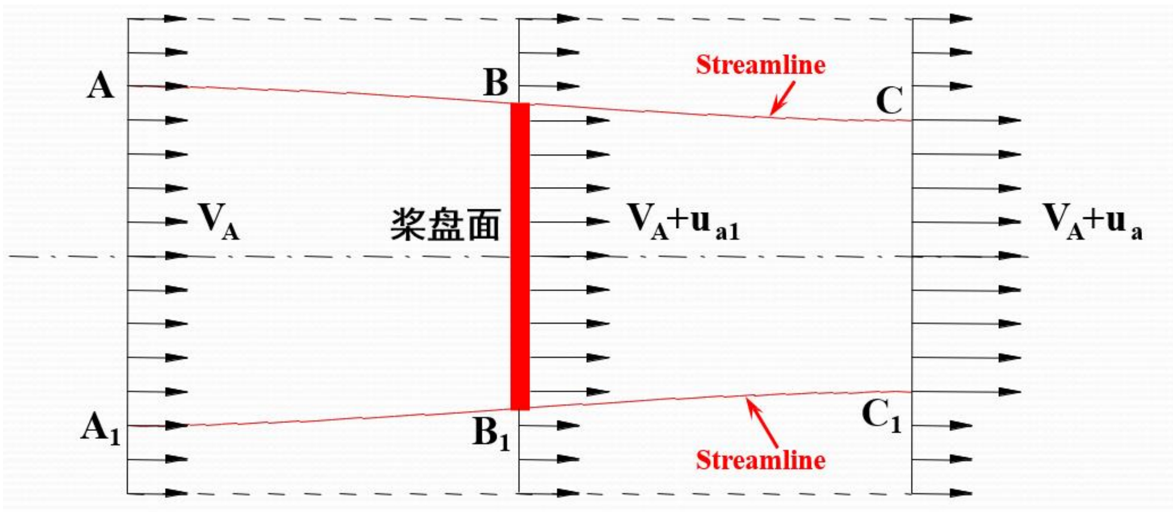
3.1 理想推进器理论

- 流过桨盘面的流体质量为：

$$m = \rho A_0 (V_A + u_{a1})$$

ρ - 密度

A_0 – 盘面积



进流的动量 $= mV_A$

出流的动量 $= m(V_A + u_a)$

动量的变化 $= m(V_A + u_a) - mV_A = mu_a = \rho A_0 (V_A + u_{a1}) u_a$

- 理想情况下的推力为

$$T_i = \rho A_0 (V_A + u_{a1}) u_a \tag{3-1}$$

知识点回顾：Bernoulli方程

- 理想流体、不可压、定常、体积力为重力

$$\frac{1}{2}\rho V^2 + p + \rho g z = const$$

分别对截面AA_1和桨盘面紧前端BB_1，盘面紧后端BB_1和截面CC_1应用Bernoulli方程可得：

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho (V_A + u_{a1})^2$$

$$p_1' + \frac{1}{2}\rho (V_A + u_{a1})^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho (V_A + u_a)^2$$

两式相减可得：

$$p_1' - p_1 = \frac{1}{2}\rho (V_A + u_a)^2 - \frac{1}{2}\rho V_A^2$$

理想推进器的推力

盘面前后压力差$p_1' - p_1$就产生了推进器的推力：

$$p_1' - p_1 = \frac{1}{2}\rho(V_A + u_a)^2 - \frac{1}{2}\rho V_A^2 = \rho\left(V_A + \frac{1}{2}u_a\right)u_a$$

乘以盘面积A_0可以得到推进器的推力T_i：

$$T_i = A_0(p_1' - p_1) = \rho A_0\left(V_A + \frac{1}{2}u_a\right)u_a \qquad (3-2)$$

对比3-1和3-2可得：$u_{a1} = \frac{1}{2}u_a$

即理想推进器盘面处速度增量为全部增量的一半，其中水流速度的增量u_a为**轴向诱导速度。**

理想推进器的效率

推进器的效率等于有效功率和所有消耗功率的比值，推进器在静水中以V_A航速前进时的产生的推力为T_i，则有效功率为$T_i V_A$

而单位时间内推进器会使得质量为$\rho A_0\left(V_A+\frac{1}{2}u_a\right)$的水流加速进入尾流并消耗掉，则由此在单位时间内消耗的能量为：

$$\frac{1}{2}\rho A_0\left(V_A+\frac{1}{2}u_a\right)u_a^2=\frac{1}{2}T_i u_a$$

从而推进器消耗的功率为$T_i V_A+\frac{1}{2}T_i u_a=T_i(V_A+\frac{1}{2}u_a)$

因此理想推进器的效率为：

$$\eta_{iA}=\frac{T_i V_A}{T_i\left(V_A+\frac{1}{2}u_a\right)}=\frac{V_A}{V_A+\frac{1}{2}u_a} \qquad (3\text{-}3)$$

理想推进器的效率

由3-1可知，推进器必须给水流以向后的诱导速度才能产生推力，故从3-3可知理想推进器的效率必然小于1。

理想推进器效率的另一种表达形式，解3-2 中关于u_a的一元二次方程可得：

$$u_a = -V_A + \sqrt{V_A^2 + \frac{2T_i}{\rho A_0}}$$

推进器载荷系数为$\sigma_T = \frac{T_i}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^2}$，则可得：

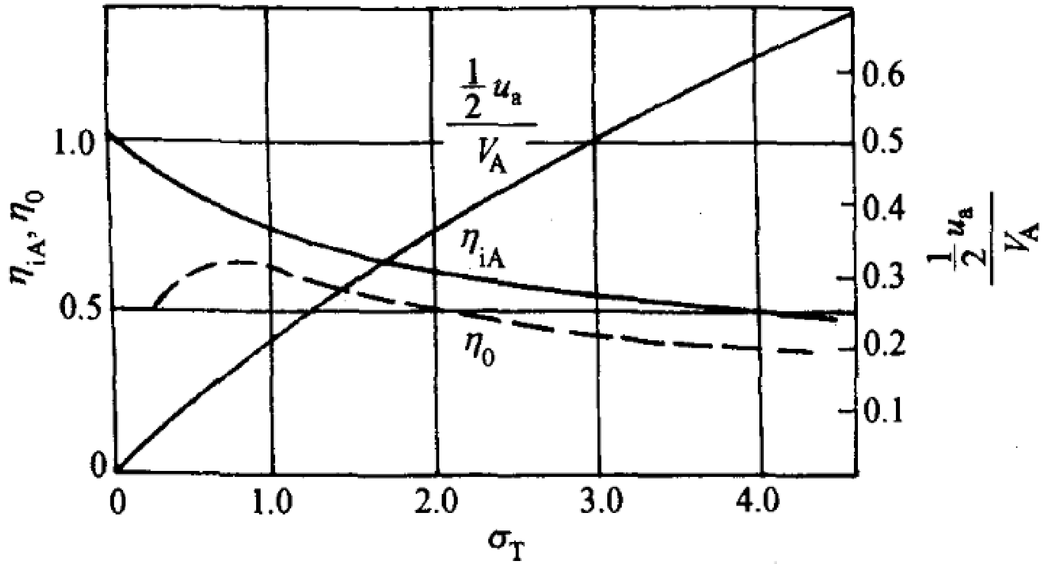
$$\frac{u_a}{V_A} = \sqrt{1 + \frac{T_i}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^2}} - 1 = \sqrt{1 + \sigma_T} - 1$$

理想推进器的效率

将上式代入理想推进器效率中可得：

$$\eta_{iA} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \sigma_T}} \qquad (3\text{-}4)$$

由以上推导可知，若已知推进器载荷系数σ_T，便可确定诱导速度u_a和效率η_{iA}。且载荷系数越小，效率越高。



理想推进器理论小结

- 推进器产生推力则必然会有诱导速度；
- 理想推进器效率必然小于1；
- 推进器诱导速度越小，则载荷系数越小，效率越高；
- 推力T_i和进流速度V_A一定的条件下，推进器盘面积越大，载荷系数越小，效率越高。

理想螺旋桨理论

理想推进器理论中没有涉及到的几个问题：

- 如何吸收外来功率？
- 如何实现推水向后的？

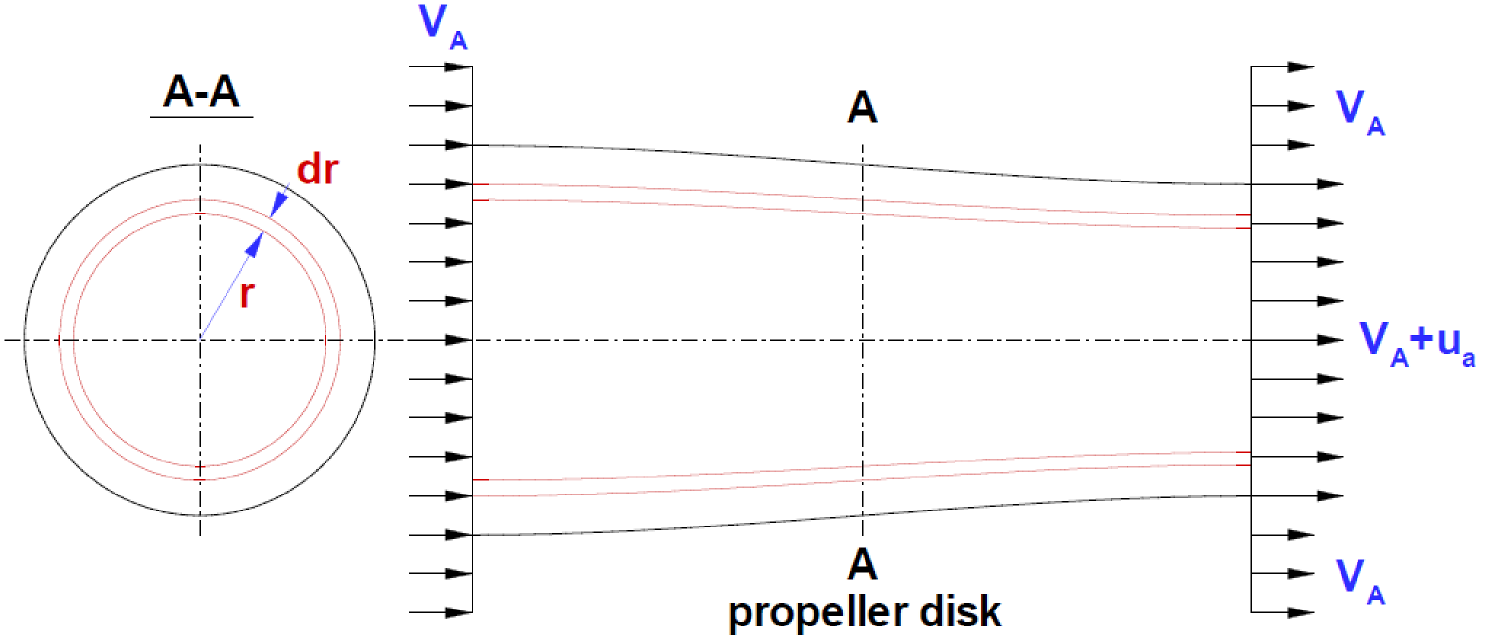
对于螺旋桨来说：

- 通过旋转运动来吸收外来功率
- 通过旋转产生除轴周向诱导速度外，还产生了周向诱导速度（与旋转方向相同）

周向诱导速度推导

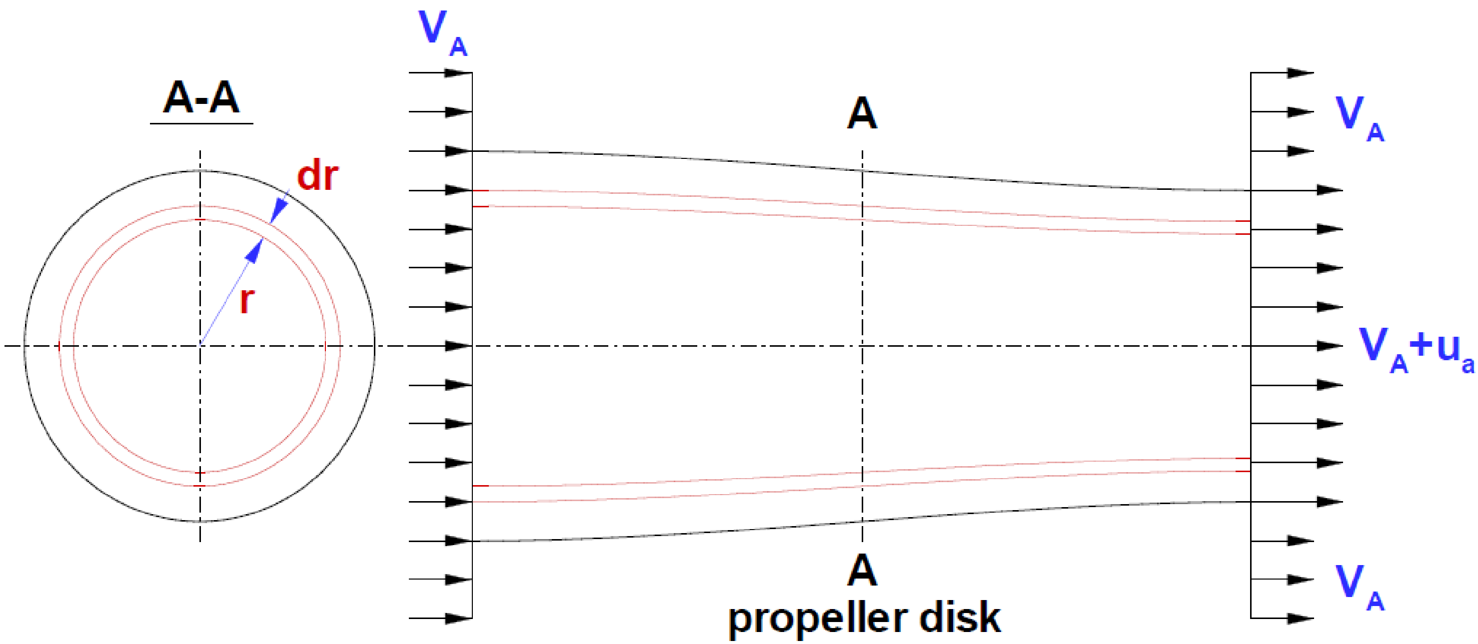
基本假定

- 理想流体、不可压、无旋、开阔水域
- 周向诱导速度：桨盘面前为0，经过盘面后，在同一半径处的周向诱导速度相等



周向诱导速度推导

- 设螺旋桨在无限、静止流场中以速度V_A前进，以角速度$\omega = 2\pi n$旋转：
- 半径r处的dr段圆环流的面积$dA_0 = 2\pi r dr$；
- 流过圆环的质量为$dm = \rho dA_0 (V_A + \frac{1}{2} u_a)$



周向诱导速度推导

- 圆环的转动惯量为$I_P = dmr^2 = \rho dA_0\left(V_A + \frac{1}{2}u_a\right)r^2$
- 根据动量矩定理：流体在单位时间内流经流管两截面的动量矩增量等于作用在流管上的力矩：$Q = I_P d\Omega/dt$
- 其中力矩$Q = dF_i \cdot r$ 表示螺旋桨在r半径处作用于流体的力dF_i产生的旋转力矩
- 桨盘面紧前方的角速度为$\Omega' = 0$，盘面紧后方的角速度为$\Omega'' = u_t/r$, 因此可得角速度增量为$d\Omega = \Omega'' - \Omega' = u_t/r$
- 由此可得在单位时间内：$dF_i r = dmru_t$，即$dF_i = dmu_t$
- 假定在半径r处圆环周向诱导速度为u_{t1}，则根据动能定理：$dF_i u_{t1} = dmu_t u_{t1} = \frac{1}{2}dmu_t^2$，因此：$u_{t1} = \frac{1}{2}u_t$，表明盘面处周向诱导速度等于后面截面处周向诱导速度的一半。

诱导速度的正交性

- dr段圆环面积dA_0吸收的功率为： $dF_i \cdot \omega r$
- 有效做功为：$dT_i \cdot V_A$
- 轴向损失的动能： $\frac{1}{2}dm \cdot u_a^2$
- 周向损失的动能： $\frac{1}{2}dm \cdot u_t^2$
- 根据能量守恒可得：

$$dF_i \cdot \omega r = dT_i \cdot V_A + \frac{1}{2}dm \cdot u_a^2 + \frac{1}{2}dm \cdot u_t^2$$

- 由于$dF_i = dmu_t$， $dT_i = dmu_a$，带入上式可得：

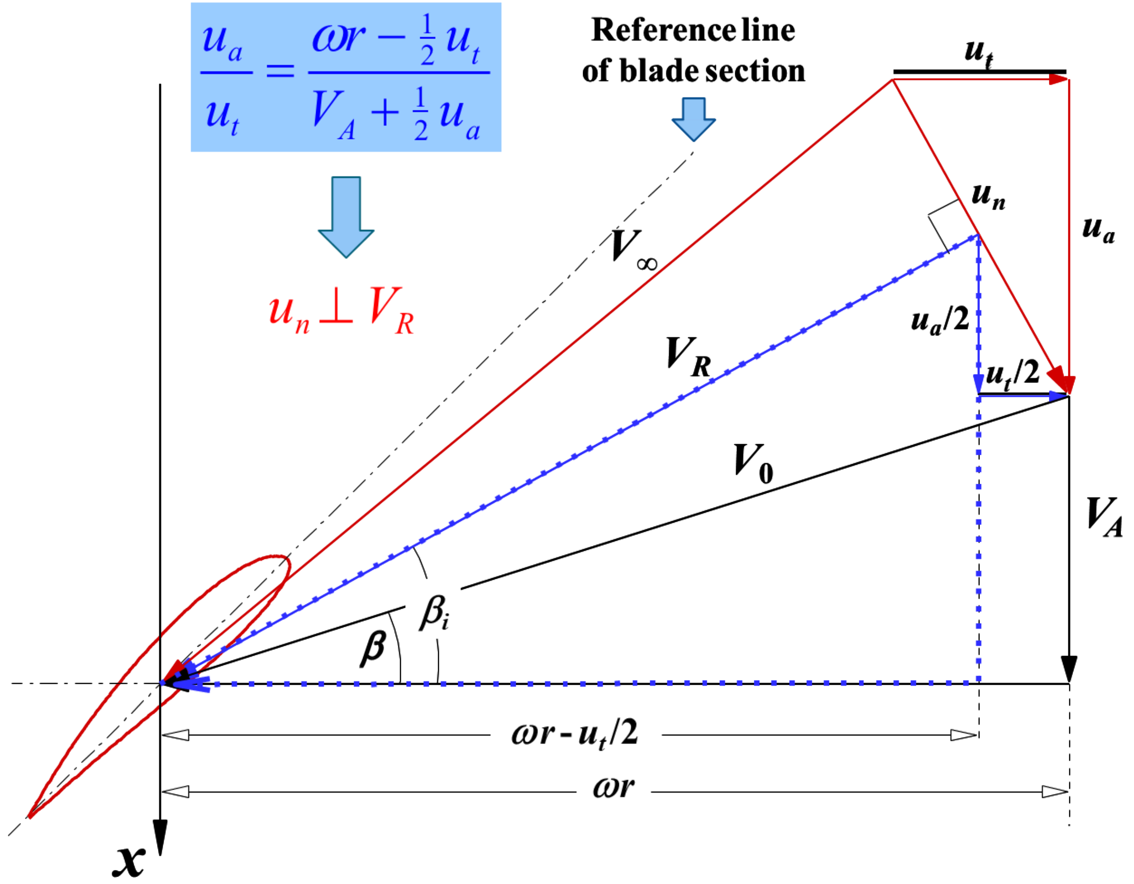
$$u_t \omega r = u_a V_A + \frac{1}{2}u_a^2 + \frac{1}{2}u_t^2$$

$$u_t(\omega r - \frac{1}{2}u_t) = u_a(V_A + \frac{1}{2}u_a)$$

3.2 理想螺旋桨理论

诱导速度的正交性

$$\frac{u_t}{u_a} = \frac{\omega r - \frac{1}{2}u_t}{V_A + \frac{1}{2}u_a}$$



理想螺旋桨的效率

- 半径r处dr段圆环的理想效率为：

$$\eta_i=\frac{dT_iV_A}{dF_i\omega r}=\frac{dmu_aV_A}{dmu_t\omega r}=\frac{u_aV_A}{u_t\omega r}$$

- 带入正交关系式可得：

$$\eta_i=\frac{V_A}{V_A+\frac{u_a}{2}}\cdot\frac{\omega r-\frac{u_t}{2}}{\omega r}=\eta_{iA}\eta_{iT}$$

其中η_{iA}为理想推进器效率，或称理想螺旋桨的轴向诱导效率

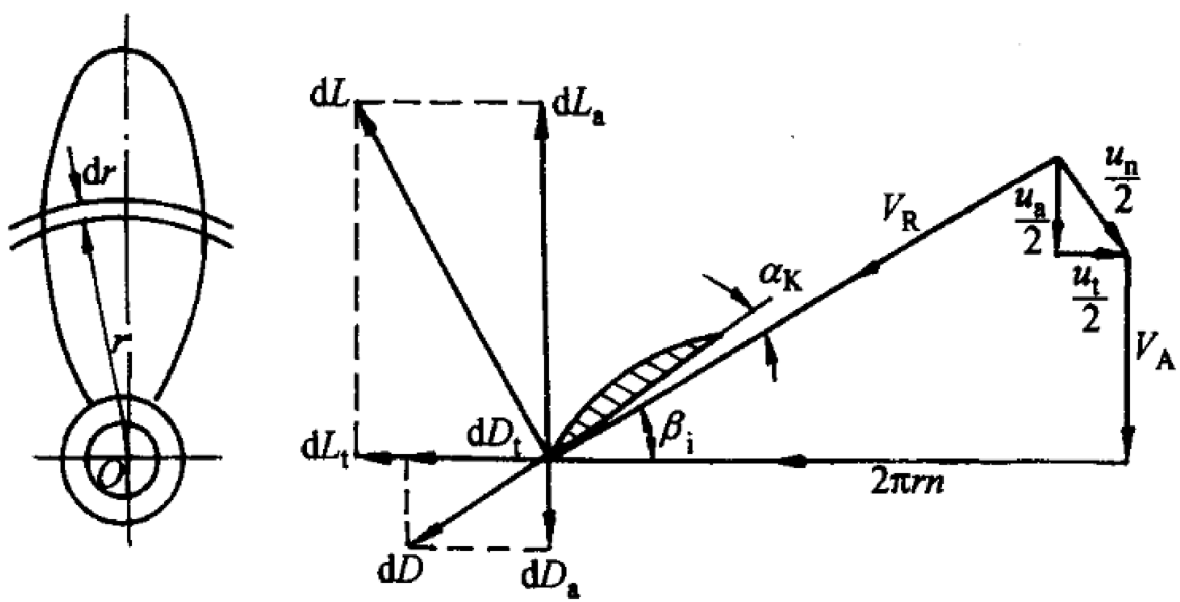
η_{iT}为理想螺旋桨的周向诱导效率

$$\eta_{iT}=\frac{\omega r-\frac{u_t}{2}}{\omega r}$$

- 理想螺旋桨效率η_i总是小于理想推进器效率η_{iA}；

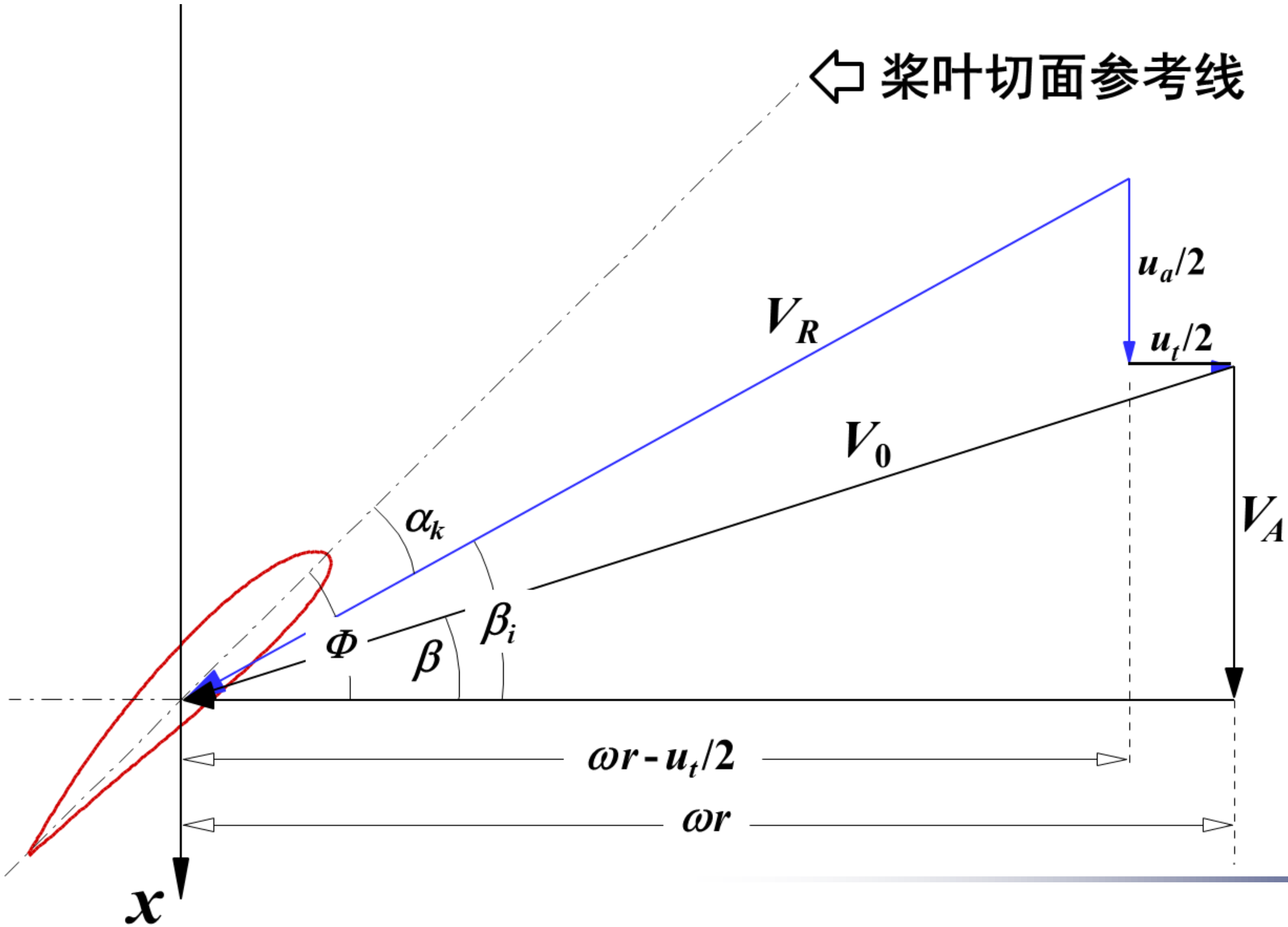
叶元体理论（blade element theory）

- 之前的理想螺旋桨理论中假定为无限桨叶，而真实情况则为有限个桨叶（2、3、4...），本部分的内容为针对有限个桨叶的螺旋桨以固定角速度ω和固定速度V_A下前进；
- 流体考虑**粘性**，并且在无限水域中；
- 叶元体为半径r处到r+dr之间的桨叶段。



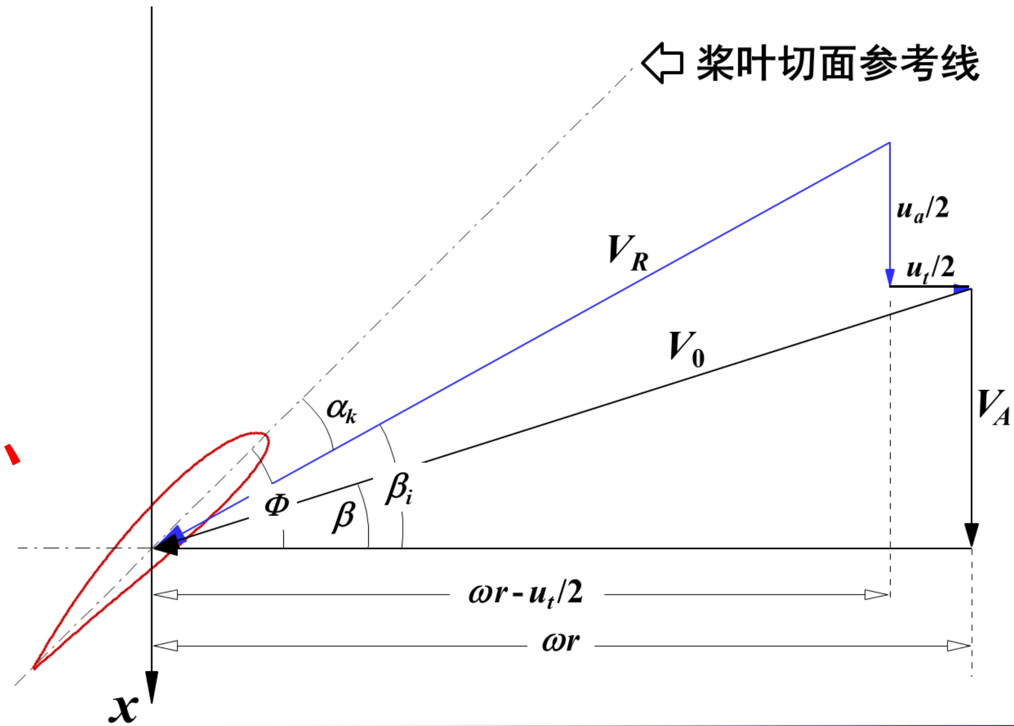
叶元体理论（blade element theory）

- 叶元体的速度多角形



叶元体理论（blade element theory）

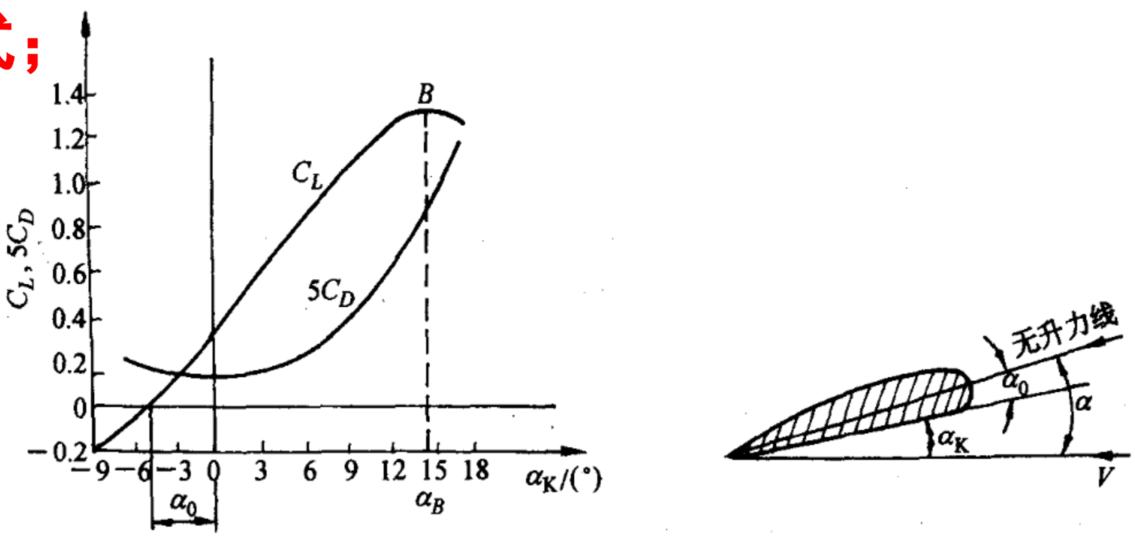
- 进角（angle of advance）：$\beta = tan^{-1}\frac{V_A}{\omega r}$
- 水动力螺距角： $\beta_i = tan^{-1}\frac{V_A+\frac{1}{2}u_a}{\omega r-\frac{1}{2}u_t}$
- 螺距角： $\Phi = tan^{-1}\frac{P}{2\pi r}$
- 攻角： $\alpha_k = \Phi - \beta_i$
- 桨叶切面的复杂运动可以归结为水流以速度V_R、攻角α_k流向桨叶切面。



叶元体理论（blade element theory）

- 在已知每个叶元体的受力之后，就可以在桨叶上进行积分，从而得到螺旋桨的推力和扭矩
- 叶元体上的受力分析需要参照流体力学中的二维机翼理论

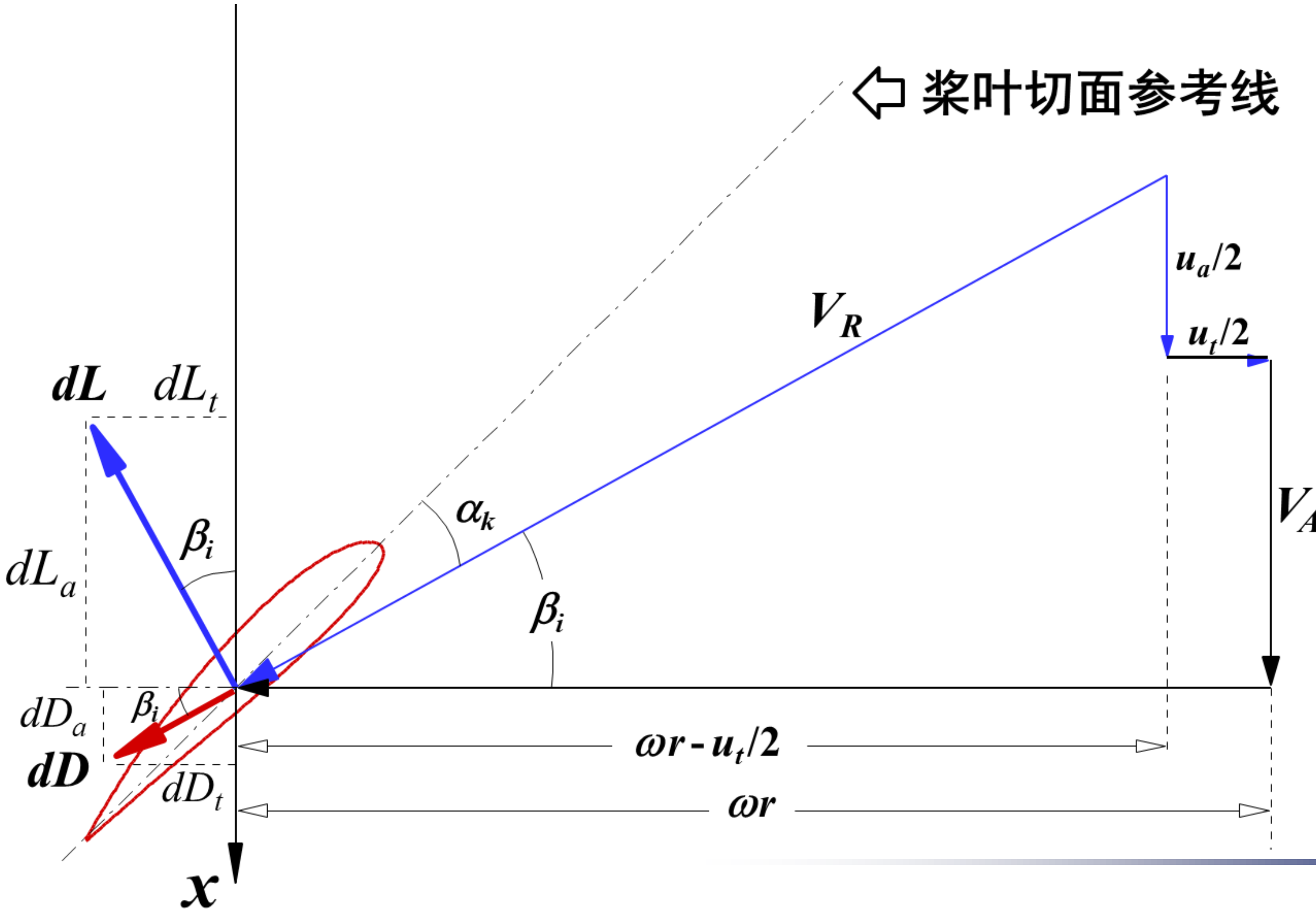
- 机翼升力和阻力的产生机理；
- 升力系数和阻力系数随攻角的变化关系；
- 茹科夫斯基升力公式；
- 翼梢自由涡；



(a) (b)

叶元体理论（blade element theory）

- 叶元体的受力分析



叶元体理论（blade element theory）

- 叶元体的受力分析
- 叶元体推力：

$$dT = dL\cos\beta_i - dD\sin\beta_i = dL\cos\beta_i(1-\varepsilon\tan\beta_i)$$

其中ε为叶元体的阻升比$\varepsilon = \frac{dD}{dL}$

叶元体遭受的旋转阻力：

$$dF = dL\sin\beta_i + dD\cos\beta_i = dL\sin\beta_i(1+\varepsilon/\tan\beta_i)$$

叶元体的转矩为： $dQ = dF\cdot r$

由茹科夫斯基升力公式可得叶元体升力：

$$dL = \rho V_R(r)\Gamma(r)dr$$

叶元体理论（blade element theory）

- 叶元体的受力分析
- 由叶元体速度多角形可知：

$$V_R \cos\beta_i = \omega r - \frac{1}{2}u_t$$

$$V_R \sin\beta_i = V_A + \frac{1}{2}u_a$$

带入阻力和力矩的关系式可得：

$$dT = \rho\Gamma(r)(\omega r - \frac{1}{2}u_t)(1 - \varepsilon\tan\beta_i)\,dr$$

$$dQ = \rho\Gamma(r)(V_A + \frac{1}{2}u_a)(1 + \varepsilon/\tan\beta_i)\,r\,dr$$

叶元体理论（blade element theory）

- 叶元体的受力分析
- 叶元体的效率：

$$\eta_{0r}=\frac{V_A dT}{\omega r dF}=\frac{V_A}{\omega r}\cdot\frac{\omega r-\frac{1}{2}u_t}{V_A+\frac{1}{2}u_a}\cdot\frac{1-\varepsilon\tan\beta_i}{1+\frac{\varepsilon}{\tan\beta_i}}=\eta_{iA}\eta_{iT}\eta_\varepsilon$$

其中η_{iA}和η_{iT}分别为轴向诱导效率和周向诱导效率， η_ε为叶元体的结构效率，是由于流体粘性所引起的。

叶元体理论（blade element theory）

- 沿桨叶积分可得螺旋桨的总推力和扭矩：

$$T = Z\int_{r_h}^{R} dT$$

$$= \rho Z\int_{r_h}^{R} V_R(r)\Gamma(r)\cos\beta_i(r)[1-\varepsilon(r)\tan\beta_i(r)]dr$$

$$Q = Z\int_{r_h}^{R} dQ$$

$$= \rho Z\int_{r_h}^{R} V_R(r)\Gamma(r)\sin\beta_i(r)[1+\varepsilon(r)/\tan\beta_i(r)]rdr$$

其中r_h为桨毂半径， R为桨叶半径， Z为桨叶数

这里将螺旋桨的推力、转矩与流场及螺旋桨的几何特征联系起来

叶元体理论（blade element theory）

- 上式将螺旋桨的推力、转矩与流场及螺旋桨的几何特征联系起来，因此比动量理论的结果精密得多。
- 当螺旋桨以进速V_A和转速n进行工作时，必须吸收主机所供给的转矩Q才能发出推力T，这时的螺旋桨效率为：

$$\eta_0 = \frac{TV_A}{2\pi nQ}$$

- 根据上述推力、转矩和效率公式可知，欲求得给定进速和转速时的T、 Q、 η_0，则必须知道环量$\Gamma(r)$和诱导速度沿半径方向的分布情况，这些可以通过螺旋桨环流理论解决。

叶元体理论（blade element theory）

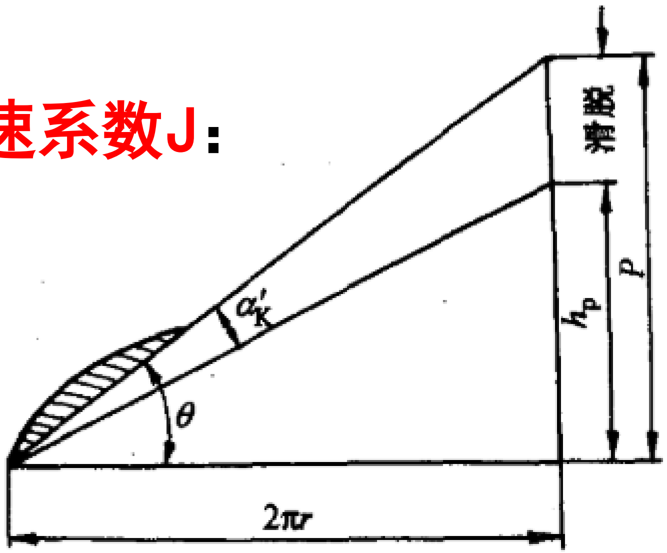
- 上式将螺旋桨的推力、转矩与流场及螺旋桨的几何特征联系起来，因此比动量理论的结果精密得多。
- 当螺旋桨以进速V_A和转速n进行工作时，必须吸收主机所供给的转矩Q才能发出推力T，这时的螺旋桨效率为：

$$\eta_0 = \frac{TV_A}{2\pi nQ}$$

- 根据上述推力、转矩和效率公式可知，欲求得给定进速和转速时的T、 Q、 η_0，则必须知道环量$\Gamma(r)$和诱导速度沿半径方向的分布情况，这些可以通过螺旋桨环流理论解决。

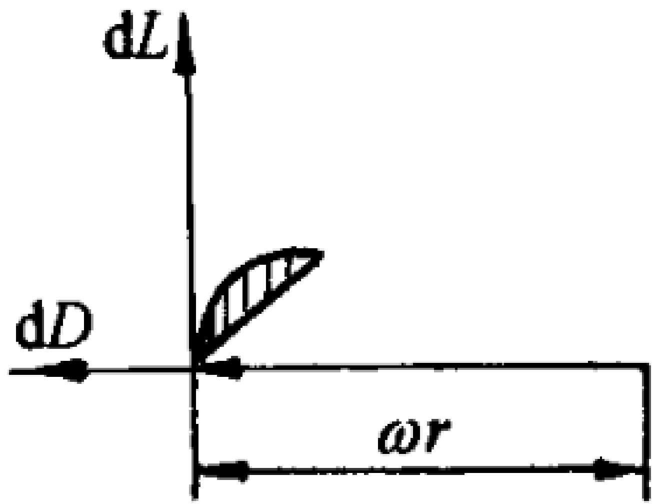
滑脱比和进速系数

- 螺旋桨水动力性能是指：一定形体的螺旋桨在水中运动时所产生的推力、消耗的转矩和效率与其运动（进速V_A和转速n）间的关系。
- 设螺旋桨旋转一周在轴向前进的距离为**进程$h_p = V_A/n$**，螺距P与进程之差为**滑脱$P - h_p$**，滑脱与螺距的比值为**滑脱比$s = \frac{P-h_p}{P} = 1 - \frac{h_p}{P} = 1 - \frac{V_A}{nP}$**
- 进程h_p与螺旋桨直径D的比值为**进速系数J**：
- $J = \frac{h_p}{D} = \frac{V_A}{nD} = \frac{P}{D}(1 - s)$
- **螺距一定时，滑脱比越大，表示攻角大，推力转矩也会变大**



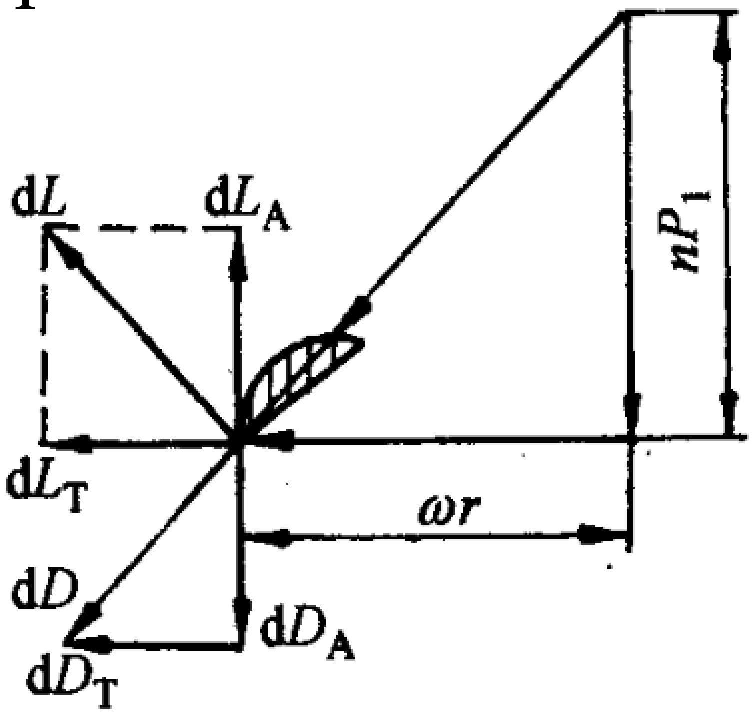
进速系数与水动力性能关系

- 进速系数为零时（只旋转不前进，系柱工况），升力与推力重合，各叶元体有最大攻角，推力转矩最大。



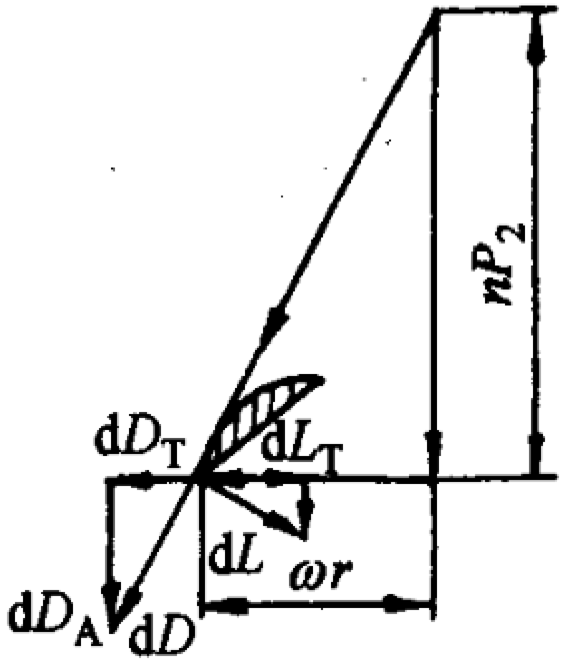
进速系数与水动力性能关系

- 转速保持不变，随着进速V_A的增加（即进速系数J增大），攻角会随之减小，从而推力和扭矩也会随之减小。
- 当升力与阻力在轴向上的分量大小相等方向相反时，产生的推力为零，这时螺旋桨旋转一周前进的距离为无推力进程或实效螺距P_1



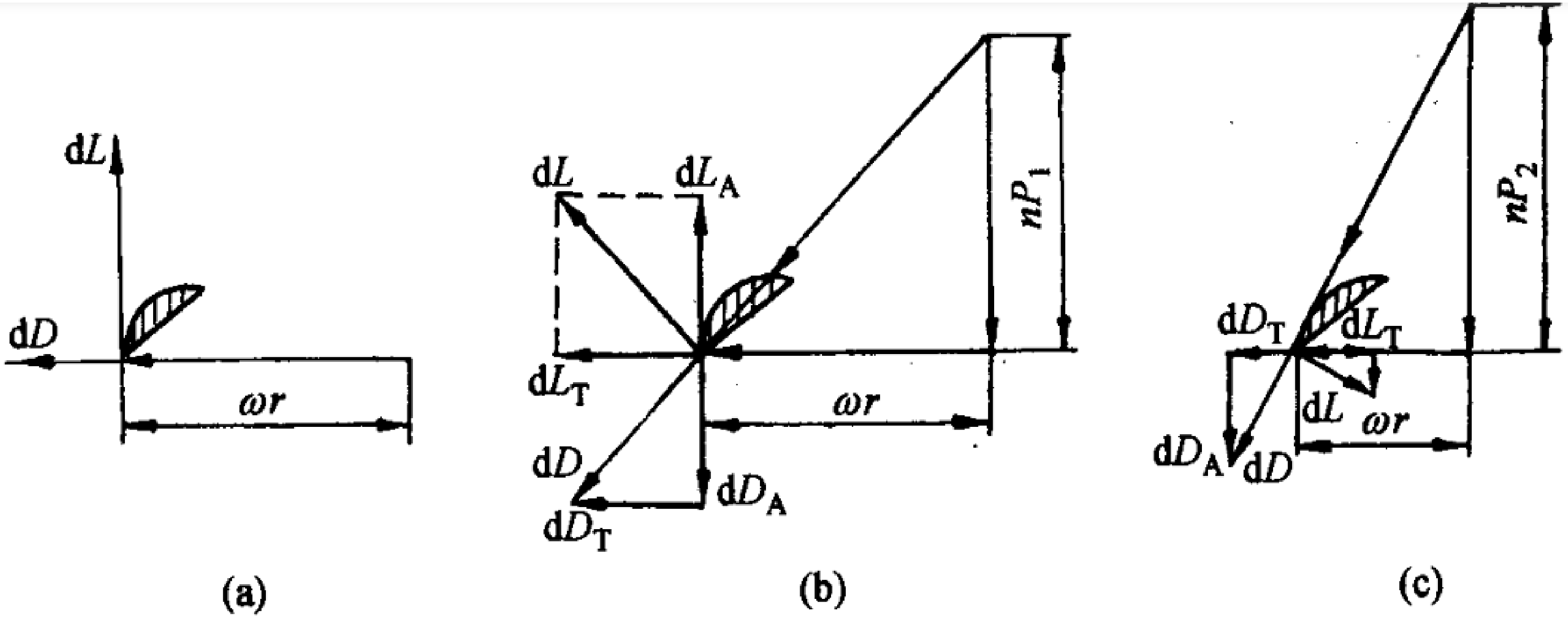
进速系数与水动力性能关系

- 随着进速V_A的继续增加，当升力与阻力在周向上的分量大小相等方向相反时，产生的旋转阻力为零，这时螺旋桨将产生负推力，此时在不遭受旋转阻力情况下旋转一周前进的距离为无转矩进程或无转矩螺距P_2



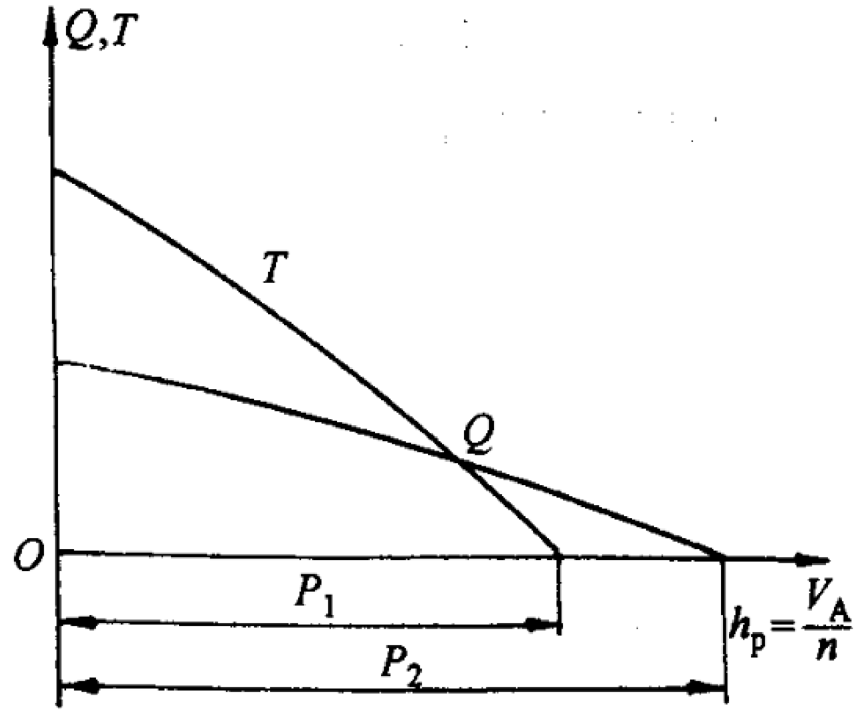
进速系数与水动力性能关系

- 显然$P_2 > P_1 > P$，并且由于实际螺旋桨必然要产生正的推力，所以每转一周前进的距离h_p必然小于实效螺距P_1。
- 两者之差为实效滑脱$P_1 - h_p$，其与实效螺距的比值为实效滑脱比： $s_1 = \frac{P_1 - h_p}{P_1} = 1 - \frac{h_p}{P_1} = 1 - \frac{V_A}{nP_1}$



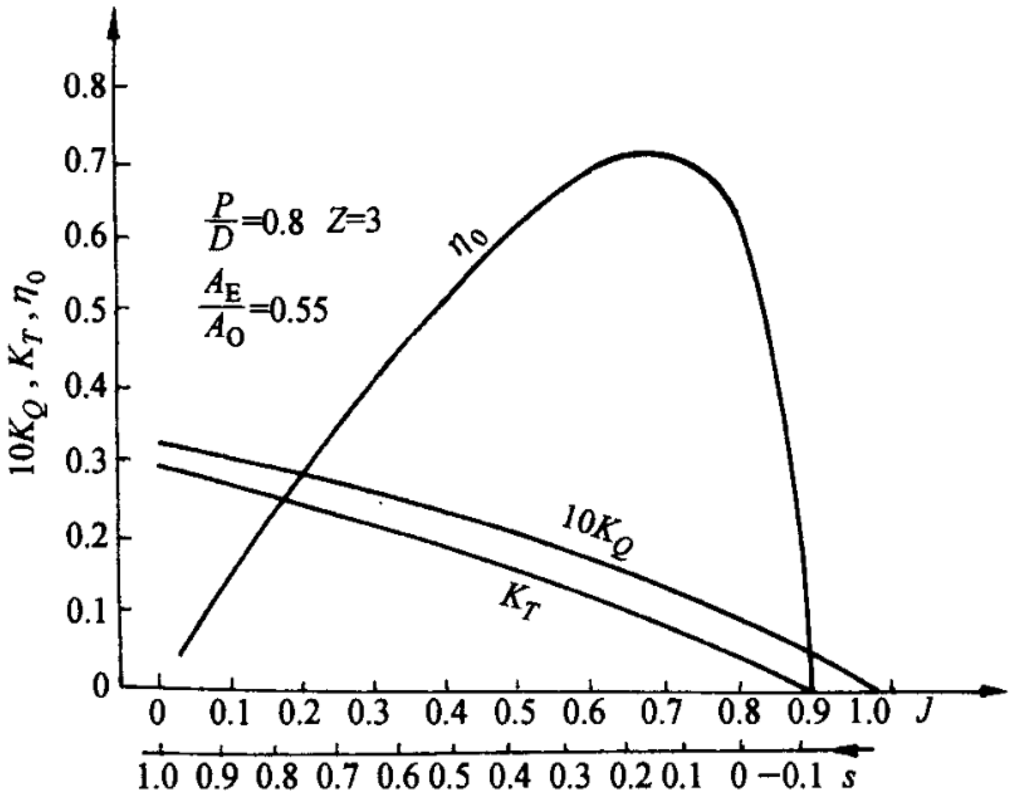
进速系数与水动力性能关系

- 通过上述分析可以得到转速n为常数时螺旋桨推力和转矩随进程h_p的变化曲线。
- 通常不采用此类的绝对数量进行表达，而是采用无因次系数来表达。



螺旋桨敞水性能曲线

- 无因次表达形式：



$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}$$

$$\eta_0 = \frac{TV_A}{2\pi n Q} = \frac{K_T}{K_Q} \cdot \frac{V_A}{2\pi n D} = \frac{K_T}{K_Q} \cdot \frac{J}{nD}$$