

上海交通大学硕士学位论文

**RANS/LES 混合湍流模型的研究
及在柱体绕流中的应用**

硕士研究生：吴迪

学 号：116010910223

导 师：陈飞儿

申 请 学 位：工学硕士

学 科：船舶与海洋工程

所 在 单 位：船舶海洋与建筑工程学院

答 辩 日 期：2019 年 1 月

授予学位单位：上海交通大学

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University
for the Degree of Master

**Study of RANS/LES Hybrid Turbulence
Model and Its Application in
Flow around a Cylinder**

Candidate:	Di Wu
Student ID:	116010910223
Supervisor:	Feier Chen
Academic Degree Applied for:	Master of Engineering
Speciality:	Naval Architecture and Ocean Engineering
Affiliation:	School of Naval architecture, Ocean&Civil Engineering
Date of Defence:	Jan, 2019
Degree-Conferring-Institution:	Shanghai Jiao Tong University

RANS/LES 混合湍流模型的研究及在柱体绕流中的应用

摘要

大分离流动问题由于其在深海平台等工业应用中的频繁出现而一直是湍流理论研究的热点,而柱体绕流被视为其中最具代表性的情况。混合 RANS / LES 模型结合 RANS 和 LES 的优点,利用 RANS 计算近壁面的层流区域而用 LES 计算远壁面的分离流动区域。RANS/LES 混合方法能够以经济的计算资源模拟复杂湍流问题,有着极为广阔的应用前景和重要的战略目的,值得人们进行深入的研究。

本文开展的工作为对 RANS/LES 混合模型进行研究,同时本文采用柱体绕流作为测试算例对各个湍流模型的模拟表现作对比分析。本文采用的柱体绕流算例为雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流,这两个算例均被认为是测试湍流模型性能的标准算例,同时也可以探究雷诺数对模型的模拟表现的差异是否会产生影响。全文的计算工作均基于开源 CFD 平台 OpenFOAM。本文首先介绍了在工业界得到广泛使用的 DES 方法和其存在的问题,引出了解决了 DES 网格诱导分离问题的 DDES 模型。为了凸显 DDES 模型在模拟大分离流动上的优势,本文将 RANS 模型和 DDES 模型进行了柱体绕流模拟并进行了对比分析,结果发现 DDES 模型计算的流场时均特征和瞬时特征均优于 RANS 模型,验证了其在大分离流动问题上的模拟能力。

本文随后介绍了二代 URANS 模型 SAS 的基本原理和具体形式,并将其应用于模拟柱体绕流,与 DDES 模型进行了对比分析。结果表明 SAS 具有一定模拟大分离流动的能力,但是其表现仍不如 DDES 模型稳定,还有很大的改进空间。同时作者还发现冯卡门尺度限制器的形式会对 SAS 模型表现产生相当的影响,将来可作为改进 SAS 模型的出发点之一。最后,作者通过调研和思考,通过引入 LES 模型中的

动力模式构造了 dyDDES 模型，并应用于柱体绕流中和 DDES 模型进行了对比分析。结果发现 dyDDES 模型计算的流场时均特征和瞬时特征都比 DDES 模型有所改进，验证了引入动力模式确实能够提升 DDES 模型的模拟表现。

关键词：湍流模型， RANS/LES 混合方法，动力 DDES，柱体绕流

STUDY OF RANS/LES TURBULENCE MODEL AND ITS APPLICATION IN FLOW AROUND A CYLINDER

ABSTRACT

Large separated flow has been a hotspot of turbulence theoretical research due to its frequent occurrence in industrial applications such as deep-sea platforms, and flow around cylinders can be seen as one of the most representative case of large separated flow. RANS/LES hybrid methods combine the advantages of RANS and LES, which utilize RANS to simulate near-wall laminar flow region while LES is used to simulate far-wall separated flow region. Because RANS/LES hybrid methods can simulate complex turbulent flows with economical computational resources, they have broad application prospects and important strategic purposes and deserve further research.

In this thesis, RANS/LES hybrid models are studied and the simulation performance of each turbulence model is compared and analyzed in the test case of flow around a cylinder. Flow around a round cylinder with Reynolds number $Re = 3900$ and flow around a square cylinder with Reynolds number $Re = 22000$ are considered as standard cases to test the performance of the turbulence model. All the computational work in this thesis is based on OpenFOAM, an open source CFD platform. Firstly, this thesis introduces the widely used DES method and its problems, then DDES model is introduced, which solves the grid induced separation problem of DES. In order to highlight the advantages of DDES model in simulating large separated flow, both RANS and DDES are used to simulate the flow around a cylinder, and the results show that both the time-averaged and instantaneous characteristics of the flow field calculated by DDES model are better than those of RANS model, which verifies the simulation ability of DDES in large separated flow.

Then this thesis introduces the basic principle and concrete form of SAS model, which is the second generation URANS model. And SAS model is applied to simulate the flow around a cylinder and compared with DDES model. The results show that SAS has a certain ability to simulate large separated flow, but its performance is still not as stable as DDES model, and there is still some room for improvement. At the same time, the author finds that the form of von Karman length scale limiter has a considerable impact on the performance of SAS model, which can be seen as one of the starting points for improving SAS model in the future. Finally, the author constructs dynamic DDES model by introducing the dynamic model of LES methods through investigation and reflection, and applies it to the flow around a cylinder. The results of comparative analysis with DDES model show that both the time-averaged and instantaneous characteristics of the flow field calculated by the dynamic DDES model are better than those calculated by DDES model, which proves that the introduction of the dynamic model can indeed improve the simulation performance of DDES model.

KEY WORDS: Turbulence model, RANS/LES hybrid method, dynamic detached-eddy simulation, flow around a cylinder

目 录

RANS/LES 混合湍流模型的研究及在柱体绕流中的应用 ·····	I
摘 要 ·····	I
ABSTRACT ·····	III
第一章 绪论 ·····	1
1.1 研究背景与意义 ·····	1
1.2 RANS/LES 混合方法的种类·····	4
1.2.1 湍流量混合模型 ·····	4
1.2.2 RANS/LES 界面模型 ·····	5
1.2.3 二代 URANS 模型 ·····	8
1.2.4 植入式方法 ·····	9
1.3 DES 类方法国内外研究进展 ·····	10
1.4 RANS/LES 混合方法国内外最新研究进展与应用 ·····	13
1.5 本文主要工作 ·····	15
第二章 RANS/LES 混合模型基础理论 ·····	18
2.1 粘性流体控制方程 ·····	18
2.2 RANS 模型基础理论 ·····	18
2.2.1 雷诺应力输运方程 ·····	18
2.2.2 Menter SST $k-\omega$ 模型 ·····	21
2.3 LES 模型基础理论·····	23
2.3.1 Kolmogorov 湍流理论 ·····	23
2.3.2 LES 模型建模思想 ·····	25
2.3.3 Smagorinsky 代数涡粘模型 ·····	27
2.4 RANS/LES 混合模型基础理论 ·····	27
2.5 本章小结 ·····	29
第三章 延迟涡模型 ·····	30
3.1 引言 ·····	30
3.2 DDES 模型基本原理 ·····	30
3.2.1 DES 模型 ·····	30
3.2.2 DES 模型的缺陷 ·····	31

3.2.3 延迟涡模型	34
3.3 DDES 与 RANS 模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流	36
3.3.1 数值格式	36
3.3.2 算例设置	36
3.3.3 时均流场特征对比分析	37
3.3.4 瞬时流场特征对比分析	41
3.4 DDES 与 RANS 模拟 $Re=22000$ 方柱绕流	43
3.4.1 算例设置	43
3.4.2 时均流场特征对比分析	44
3.4.3 瞬时流场特征对比分析	48
3.5 本章小结	50
第四章 尺度自适应模型	51
4.1 引言	51
4.2 SAS 模型及其自适应原理	51
4.2.1 Rotta $k-kL$ 双方程模型	51
4.2.2 冯卡门尺度 L_{vk} 及其物理意义	54
4.2.3 SST-SAS 模型	58
4.3 SAS 与 DDES 模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流	59
4.3.1 时均流场特征对比分析	59
4.3.2 瞬时流场特征对比分析	62
4.4 SAS 与 DDES 模拟 $Re=22000$ 方柱绕流	64
4.4.1 时均流场特征对比分析	64
4.4.2 瞬时流场特征对比分析	68
4.5 冯卡门尺度限制器对 SAS 模型的影响	69
4.6 本章小结	71
第五章 引入动力模式的延迟涡模型	73
5.1 引言	73
5.2 将动力模式引入延迟涡模型	73
5.2.1 动力模式	73
5.2.2 动力单方程 SGS 模型	76
5.2.3 引入动力模式的 SST-DDES 模型	78
5.3 DDES 模型与 dyDDES 模型模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流	79

5.3.1 时均流场特征对比分析	79
5.3.2 瞬时流场特征对比分析	82
5.4 DDES 模型与 dyDDES 模型模拟 $Re=22000$ 方柱绕流	85
5.4.1 时均流场特征对比分析	85
5.4.2 瞬时流场特征对比分析	88
5.5 本章小结	89
第六章 总结与展望	91
6.1 全文总结	91
6.2 研究展望	92
参 考 文 献	94
致 谢	101
攻读硕士学位期间已发表或录用的论文	103

第一章 绪论

1.1 研究背景与意义

湍流作为流体的一种流动状态，广泛地存在于自然界当中，大到河流海洋或者地球大气，小到刚刚调制完毕还冒着热气的咖啡，湍流运动和我们的生活息息相关。湍流运动的成因为当流速较高时，层流被破坏，尾流中包含很多小的旋涡，此时流体的运动便呈现出高度的随机性。湍流的最大特征便为其随机性，不同尺度的涡流相互掺混地分布在流动空间^[1]。旋涡的尺度多重性也是湍流的特征之一，最大尺寸的旋涡可达流场宽度，而最小尺寸的旋涡可达到分子尺度级别。尺度相差很大的旋涡之间不能相互作用，类似于分子内部的能量传递，只有尺度相似的旋涡之间才能传递能量，能量传递的过程通过能量级串的方式进行。湍流运动的另一大特征为其扩散性，相对于分子扩散的速率，湍流的质量、动量和热量的传递速率可超出数个数量级的大小。由于水的粘性作用，湍流的运动过程中伴随着能量的耗散，主要是由于小尺度旋涡的混杂过程。图 1-1 便形象地展现了湍流运动。



图 1-1 湍流流动
Fig.1-1 Turbulent flows

在海洋工程中，结构物经常会受到因结构物与来流相互作用而引起的湍流现象的影响^[2]。湍流现象是否被正确模拟对这两种流固耦合问题的研究起着决定性的作用，具有相当重要的实际意义。通常用来模拟湍流流动的方法有三种：直接

数值模拟 (Direct Numerical Simulation, DNS)、雷诺时间平均方程 (Reynolds Averaged N-S Equation, RANS) 和大涡模拟 (Large-Eddy Simulation, LES)。DNS 不引入关于湍流运动的简化假设 (时间平稳假设或者各向同性假设), 它选择将所有尺度的湍流运动直接通过数值计算解析出来, 因此 DNS 可以模拟得到精度非常高的结果。但是 DNS 的计算代价非常昂贵, 对网格量的要求与雷诺数呈指数级别 ($Re^{9/4}$)。对于雷诺数较高的工程项目 ($Re \approx 1 \times 10^7$), 其使用 DNS 所需网格量高达 1×10^{14} , 以现在的计算条件来看这样的任务如同天方夜谭。

RANS 方法是 Navier-Stokes (N-S) 方程作时均化处理, 在一定假设条件下运用统计方法, 将瞬态变量用其时均值来表示。RANS 因其所需计算量相对较少且能得到符合实际需求的结果而在工程中得到广泛应用, 其中应用最广泛的 RANS 模型是 Spalart-Allmaras (S-A) 单方程模型^[3]和 Menter SST $k-\omega$ (Shear-Stress Transport) 模型^[4]等。然而 RANS 模型因为时间平均的措施抹平了很多湍流脉动信息, 对于大分离流动这样湍流尺度丰富的问题预测能力很差, 也很难得到精细化的流场信息。

LES 是一种介于 RANS 和 DNS 之间的方法, 它的思想是用一个滤波函数将湍流运动分离成大尺度运动和小尺度运动, 对于大尺度运动进行直接模拟, 而对小尺度运动进行模化以模拟其对大尺度运动的影响。这种思想源自 Kolmogorov^[5]于 1941 年提出的局部各向同性假设: 对于高雷诺数湍流运动, 其在惯性子区内的小尺度运动具有各向同性的特征。因此 LES 通常要求滤波尺度位于惯性子区内, 且可以使用具有普适性的方式对小尺度进行建模, 经典的 LES 模型有 Smagorinsky 代数涡粘模型^[6]。Georgiadis^[7]等人详细介绍了 LES 与 RANS 在网格布置, 边界条件, 数值格式和后处理方面的区别, 作为技术人员使用 LES 时的参考。但是湍流小尺度运动集中于近壁面边界层内, 若要边界层处的网格尺寸位于惯性子区, 则 LES 所需的网格量就与 DNS 相当^[8], 所以实际 LES 运用中多数要引入壁面函数, 即壁面建模 LES 模型 (Wall-Modelled LES, WMLES)^[9]。近年来国内外有不少使用 LES 解决工程问题的案例: D.H.Kim 等人^[10]利用 LES 方法计算模拟了方形柱体的绕流场, 结果发现模拟结果与实验结果无论定量或是定性层面都获得了良好的匹配。Jung 和 Yoon^[11]利用基于有限体积法的 LES 方法对于临界雷诺数 3000 的不同扭曲柱体绕流特性进行了研究, 结果发现相对于光滑柱体, 扭曲柱体的阻力下降了近 13%, 尤其升力脉动的均方根显著下降近 96%。同时他们还探讨了截面系数为 1.25 至 2.25 的不同截面的柱体的扭曲度对于升阻力减小幅度的影响。Cheng^[12]等人则利用 stretched-vortex 大涡模拟模型探究了亚临界区六个不同雷诺数

3.9×10^3 至 8.5×10^5 对光滑圆柱阻力系数和表面摩擦系数的影响。赵伟文^[13]利用基于 OpenFOAM 开发的求解器 naoe-FOAM-SJTU 中的大涡模拟方法模拟了一座 Spar 平台的涡激运动问题，证明其可以很好地捕捉到锁定现象，对于 Spar 平台的初期设计具有实际意义。

图 1-2 按照 Frohlich 和 Terzi 推荐的分类方式将湍流模型分为传统 RANS 方法和精细湍流模拟方法(Turbulence-resolving^[14], Eddy-resolving 或 Scale-resolving^[15])。另外还可以从数值计算的角度来将湍流模型进行分类^[16]：DES 和二代 URANS 方法求解计算过程与 RANS 相似，可以归为一类；隐式大涡模拟(Implicit LES, ILES)与 DNS 都依赖于纯数值方法，可以归为一类。

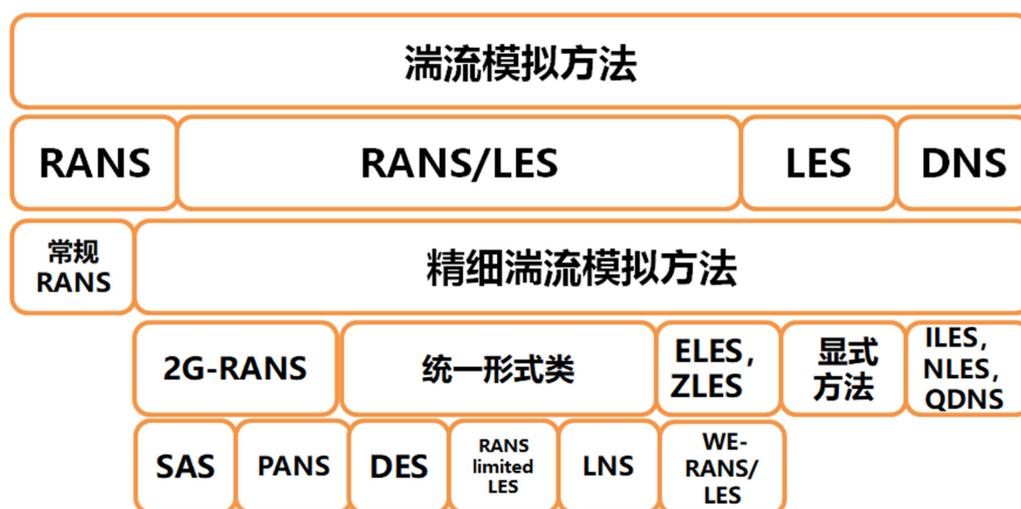


图 1-2 典型湍流模拟方法分类^[16]

Fig.1-2 Classifications of typical turbulent simulation methods^[16]

如上所述，RANS 方法的特点是在边界层内计算效率高并且结果有一定的可靠性，但是在边界层外大分离流动区域精度低；而 LES 应用大分离流动问题时可以解析出相当多的湍流小尺度运动，但是缺陷是应用于边界层时网格量需求太大导致计算效率低。因此将 RANS 和 LES 结合起来以吸收两者优点同时规避两者缺点成为了自然而然的构想，RANS/LES 混合方法便应运而生。RANS/LES 混合方法的主要思想是通过 RANS 高效模拟边界层内的小尺度湍流运动得到雷诺应力，在边界层外大分离流动区域使用 LES 解析出较大尺度湍流运动，而小尺度湍流运动则由亚格子应力模型模拟得到。虽然本质上 RANS 和 LES 模化小尺度湍流运动的原理不同，但是它们在数学上有着非常相近的结构，很多 LES 也是基于 RANS 模型构造得到，这就使 RANS 和 LES 结合具备了理论上的可行性。因为 RANS/LES 模型结合两者优点，能够以工业界可以接受的计算代价获得较高精度的计算结果，

同时也能模拟得到精细化的流场，所以在工程应用中得到了广泛的应用。

Spalart^[17]估计了对于雷诺数量级范围为 10^6 至 10^7 的湍流问题使用不同湍流模型模拟所需的计算代价和能够实际应用于工业界的时间，如表 1-1 所示。从表中可以看出，RANS/LES 混合方法相对 URANS 方法计算量上有所提升，但是比对 DNS 和 LES 还是具有相当大的优势。因为计算芯片计算能力的摩尔效应近年来越来越不明显，DNS 和 LES 实际运用时间可能比预期还要推迟许多。对此 NASA^[18]提交了一份报告《CFD Vision 2030 Study》，里面指出传统 RANS 方法已经难以应对现代工程设计的需要，同时 DNS 在可预见的未来也不能够实现于工程运用；最有可能打破目前困局的技术便是 RANS/LES 混合方法以及壁面模化 LES (Wall-modeled LES, WMLES)^[19]。因此 RANS/LES 混合方法有着极为广阔的应用前景和重要的战略目的。

表 1-1 不同湍流模拟方法达到工业实用要求所需计算资源以及时间节点^[17]

Table 1-1 Resources needed and estimated ready time of application for different turbulence simulation strategies

湍流模型	雷诺数依赖性	经验性	网格量	时间步数	运用时间
2DURANS	弱	强	10^5	$10^{3.5}$	1980
3DURANS	弱	强	10^7	$10^{3.5}$	1995
LES	弱	弱	$10^{11.5}$	$10^{6.7}$	2045
DNS	强	无	10^{16}	$10^{7.7}$	2080
DES	弱	强	10^8	10^4	2000

1.2 RANS/LES 混合方法的种类

RANS/LES 混合方法的广义定义为所有同时采用了 RANS 和 LES 方法进行单次数值模拟的计算方法。它有非常多的种类，以下对在学术研究和工程领域中比较常见的 RANS/LES 混合方法进行介绍。

1.2.1 湍流量混合模型

基于观察到 RANS 模型和 LES 模型方程数学形式上的相似性，可以通过引入混合权函数使 RANS 和 LES 各自计算的湍流物理量在不同流动区域内加权平均。这类混合模型统称为湍流量混合模型。湍流量混合最直接的方式是对模化应力进行加权：

$$\tau_{ij}^{Hybrid} = f^{RANS} \tau_{ij}^{RANS} + (1 - f^{RANS}) \tau_{ij}^{LES} \quad (1-1)$$

Fan^[20]等人介绍了一种直接对 RANS 涡粘系数和 LES 涡粘系数进行加权得到的混合模型，其混合涡粘系数定义如下：

$$v_T^{Hybrid} = f v_T^{RANS} + (1-f) v_T^{LES} \quad (1-2)$$

湍流量混合模型的另外一种形式为 Speziale^[21]介绍的方法：将 RANS 雷诺应力和 LES 亚格子应力看作对混合模化应力的贡献。该方法的动机是因为 RANS 模型占模化应力的比重在不同流动区域应当不同。贡献函数的具体形式为：

$$\tau_T^{Hybrid} = f_\Delta(\Delta/\eta) \tau_{ij}^{RANS} \quad (1-3)$$

$$f_\Delta(\Delta/\eta) = (1 - e^{-\beta\Delta/\eta})^n \quad (1-4)$$

从式 (1-2) 和 (1-3) 可以看出该贡献函数原理是引入数值网格尺度，并与湍流小尺度 (Kolmogorov 尺度) 进行比较；在网格尺度足够精细的时候，可有效地减小湍流涡粘系数，即减小 RANS 模式贡献占比，使更多的湍流小尺度涡能够被解析出来。此外改进还有 Batten 等人^[22]介绍的数值限制尺度方法 (Limited Numerical Scale)，相对其他湍流量混合模型要更复杂一些。

总的来讲，湍流量混合模型的关键是如何构造混合权函数。通常可以采用的方式是引入网格尺度，湍流特征尺度或壁面距离等长度尺度。这类采用代数权函数的湍流量混合模型的缺陷是没有普适性，经验性较强。

1.2.2 RANS/LES 界面模型

RANS/LES 界面模型的定义是人为或者模型自动选择 RANS 和 LES 的计算区域，通常在近壁面边界层等接近于层流的流动区域使用 RANS 计算，而在流动分离现象明显或者自由剪切流动区域使用 LES 计算。在工业界使用最广泛的 DES 类方法便属于 RANS/LES 界面模型，此外还有分区混合方法等。以下对其原理以及研究进展作简要介绍。

分离涡模拟 (Detached-Eddy Simulation, DES) 类方法是 RANS/LES 界面模型的典型代表，在工业界尤其是航空航天和海洋工程里得到了广泛的应用。它通过比较 RANS 湍流特征长度尺度和数值网格尺度，来决定近壁面使用 RANS 模式计算而远壁面使用 LES 模式计算。DES 类方法具有构造形式简单且适用于各种复杂外形。Spalart 作为第一个提出 DES 类方法的学者于 2009 年对它的发展发表了一篇详尽深入的综述^[23]。因为 DES 类方法的重要性和其繁多的变种，作者将于 1.2.3 小节再对 DES 类方法研究进展做详细的介绍。

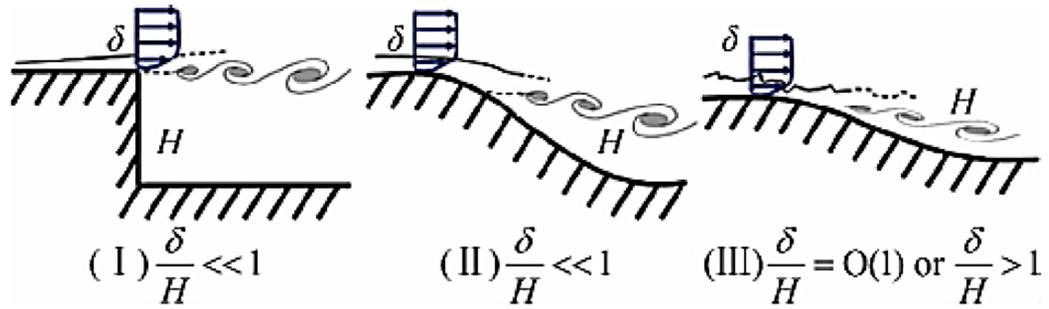


图 1-3 不同流动分离问题的 ZDES 方法^[25]
Fig.1-3 Different kinds of flow separation by ZDES^[25]

与 DES 类方法不同，分区混合方法通过人为指定 RANS 计算区域和 LES 计算区域。分区 DES (Zonal DES, ZDES) 是 Deck^[24]提出的一种典型的分区混合方法,它将分离流动划分为三种形态 (如图 1-3 所示):

(1) 由几何形状突变导致的流动分离。这时分离几何长度尺度一般会远大于边界层厚度。深腔流动是它的一种典型情况。

(2) 由当地压力梯度引起的流动分离。这时分离几何长度尺度也一般远大于边界层厚度。机翼后缘流动分离是它的一种典型情况。

(3) 由湍流边界层的复杂性质引发的流动分离。这是的几何长度尺度一般与边界层厚度相当。浅腔流动是其中的一个典型情况。

根据这三种流动分离形式的不同，ZDES 的湍流特征尺度以及网格特征尺度的定义也不同:

$$d_{DES}^I = \min(d_w, C_{DES} \Delta_{DES}^I) \quad (1-5)$$

$$d_{DES}^{II} = d_w - f_d \max(0, d_w - C_{DES} \Delta_{DES}^{II}) \quad (1-6)$$

$$d_{DES}^{III} = d_{DES}^I \text{ or } d_w \text{ (if } d_w < d_w^{in}) \quad (1-7)$$

式中 d_w^{in} ——人为指定的 LES 与 RANS 之间的界面位置;

根据以上不同流动形式的 ZDES 长度尺度的定义，便可以实现在计算之前将网格区域划分好并指定其长度尺度。图 1-4 显示的是根据机翼绕流流动特点划分好的 RANS/LES 界面及其长度尺度，可见 I 区为翼型前缘和后缘空腔，II 区为机翼上表面和翼尾，其余的网格区域均为 RANS 模式计算区域。

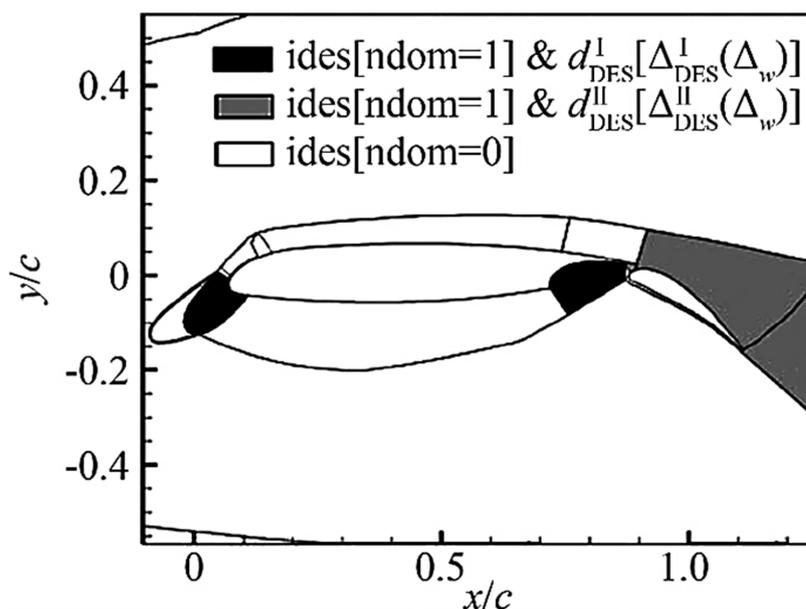


图 1-4 机翼绕流 ZDES 分区^[25]
Fig.1-4 ZDES zones for the flow around a airfoil^[25]

总的来说，ZDES 分区方法对于用户关于所计算流动的先验知识要求很高，所以它使用的经验性很强。而且对第三种流动类型即边界层性质复杂的情况，需要在边界层内就要开始计算湍流脉动。这对人为划分计算区域的方式带来了很大的挑战。为此，植入式方法应运而生。

RANS/LES 界面方法另外一种思路就是在近壁面利用 RANS 雷诺应力来约束 LES 的 SGS 应力，达到混合两者的目的。这种方法叫做 RANS 约束的 LES 方法（RANS-Limited LES）。Langhe^[26, 27]引入涡粘性假设，引入 SGS 湍流动能 k 和 SGS 耗散率 ε ，得到了 RANS 和 LES 涡粘系数定义的统一形式：

$$v_T^{LES} = C_\mu \varepsilon_\tau^{1/3} \Delta^{4/3} \quad (1-8)$$

当 RANS 特征长度尺度 L 小于网格尺度 Δ 时，网格尺度被 RANS 尺度替换，从而用 RANS 的涡粘系数约束住 LES 的涡粘系数：

$$v_T = C_\mu \varepsilon_\tau^{1/3} \left(\frac{k_\tau^{3/2}}{\varepsilon_\tau} \right)^{4/3} = C_\mu \frac{k_\tau^2}{\varepsilon_\tau} = v_T^{RANS} \quad (1-9)$$

陈十一等人^[28]介绍的约束大涡模拟（Constrained LES, CLES）与 RANS 约束的 LES 方法有异曲同工之妙。它将 SGS 模型划分成用 RANS 模式约束的内计算域和无约束的外计算域。内计算域的模化应力为 LES 解析出的 SGS 应力 τ_{ij}^{LES} 和修正用的模化应力 τ_{ij}^{mod} 之和，其具体定义如下：

$$\tau_{ij}^{CLES} = \tau_{ij}^{LES} + \tau_{ij}^{\text{mod}} \quad (1-10)$$

$$\tau_{ij}^{\text{mod}} = \tau_{ij}^{RANS} - \tau_{ij}^{LES} - C_S \left(\Delta^2 \overline{|\mathcal{S}| \mathcal{S}_{ij}} - \langle \Delta^2 \rangle \overline{|\mathcal{S}| \mathcal{S}_{ij}} \right) \quad (1-11)$$

1.2.3 二代 URANS 模型

除去显式引进网格尺度以获取 LES 模拟特性的 RANS/LES 混合方法外, 还有这样一类湍流模型: 它们定义的湍流特征长度尺度不含有网格尺度, 在分离流动区域的模拟表现却能够近似于 LES。也就是说, 它们本质上仍然是 URANS 模型, 因此一般称之为“二代 URANS 模型”。最具代表性的二代 URANS 模型是 Girmaji^[29] 提出的 PANS 模型 (Partially-Averaged Navier-Stokes) 和 Menter 等人^[30, 31] 提出的尺度自适应模型 (Scale-Adaptive Simulation, SAS)。

PANS 模型可以由 k - ε 双方程 RANS 模型推导得到, 它定义了两个参数来控制 RANS 模式的模化程度:

$$f_k = k_u / k \quad (1-12)$$

$$f_\varepsilon = \varepsilon_u / \varepsilon \quad (1-13)$$

式中 f_k 和 f_ε 分别为需要用湍流模型模化的 (未能解析出的小尺度涡) 湍流动能和湍流耗散占总湍流动能和耗散的比重。若 $f_k = 1$, 则代表所有湍流动能都由湍流模型模化而未解析的情况, 即为纯 RANS 模式; 若 $0 < f_k < 1$, 则代表部分湍流动能被解析出来而部分湍流动能被模化的情况, 即为类 LES 模式; 若 $f_k = 1$, 则代表全部的湍流动能都被解析出来, 此时模型转变为 DNS 模式。杜若凡等^[32] 使用 PANS 模型模拟了双圆柱绕流并评估了其性能, 他们发现 PANS 模型模拟表现和 DES 模型接近, 与实验吻合良好。罗大海等人^[33] 使用 PANS 模型进行模拟时发现, 根据流动区域调整湍流动能模化比例能够获得更好的模拟效果。

SAS 模型是另外一种使用最广泛的二代 URANS 模型, 它通过引入冯卡门尺度, 实现了自适应地根据流动区域内湍流运动的活跃程度减小涡粘系数, 从而获得类 LES 模型表现。鉴于 SAS 模型是本文工作的主要内容之一, 具体原理后文会有阐述, 所以绪论里不再赘述。关于 SAS 模型应用方面, 国内外已有一些进展。Egorov 等人^[34] 利用 SAS 模拟了 NACA0021 机翼绕流问题, 发现预测的升阻力系数与实验数据的误差在 2% 以内, 且在设置不同展向长度的算例中都能保持这么高的精度; Zhao^[35] 等人使用 SAS 对雷诺数 $Re=8000$ 波纹状圆柱绕流进行了数值模拟, 从而研究了波数比对涡激振动现象大小的影响; 杜磊等人^[36] 结合 SAS 与转捩模型

模拟了高亚临界雷诺数 $Re=1.4\times 10^5$ 的圆柱绕流层流分离和湍流分离，发现层流分离的时均结果和实验测量比较接近，而湍流分离因为缺乏非定常性而使 SAS 的尺度分辨能力减弱，于尾迹中解析出的旋涡结构尺度明显大于层流分离；Babu^[37]等人利用 SAS 模型模拟了超声速空腔流动，结果发现与实验吻合得很好；此外 Menter^[38]对 SAS 模型于各个工程领域中的应用作了详细的介绍，有兴趣的读者可以查阅。

1.2.4 植入式方法

植入式方法是指在计算域的局部区域使用高精度的数值方法进行模拟，比如 DNS 方法，LES 方法或者混合 RANS/LES 方法等。植入式方法的主要目的是对于需要获得细节流场或者精度要求较高的计算区域，提高其对物理机制的解析程度，这是它和为了降低计算成本的传统 RANS/LES 混合模型所不同的地方。为了能够达到这个目标，植入式方法需要在 RANS 区域和高精度计算区域的交接界面处传递合适的湍流脉动信息。

传统 RANS/LES 方法存在的一个问题是 RANS 区域和 LES 区域行为未知的“灰区”问题。“灰区”问题一直难以解决，而植入式方法则被视为解决该问题的有效手段之一，因此是研究的热点。目前为止学术界对植入式方法的研究聚焦于如何在 RANS/LES 交接界面处重构和传递合适的湍流信息。难点来自于两个方面，一方面是 LES 要如何才能给进行统计平均就算的 RANS 区域传递合适的边界信息；另一方面是缺乏湍流脉动等非定常信息的 RANS 要如何传递给 LES 以足够的湍流脉动量，这要求 RANS 提供的脉动量与真实情况相当但是计算代价又不至于过大。对植入式方法有比较详尽系统研究的有欧盟 Go4Hybird^[39]项目；Shur 等人^[40]先提出了适用于植入式方法的循环湍流技术，接着由开发了植入方法的合成湍流技术^[41]，为植入式方法的发展作出了相当大的贡献。国内陈海昕等人^[42]受 RANS 模型中的 $k-k_l$ 模式的启发，提出了窗口嵌入式 RANS/LES 方法（Window-Embedded RANS/LES Method）。翁哲等人^[43]初步探索了如何对植入式 IDDES（EIDDES）界面处使用循环湍流方法和合成湍流方法，如图 1-6 所示。李栋等人^[44]则将合成湍流方法应用与 SST-DES 模型上以产生界面处的湍流。

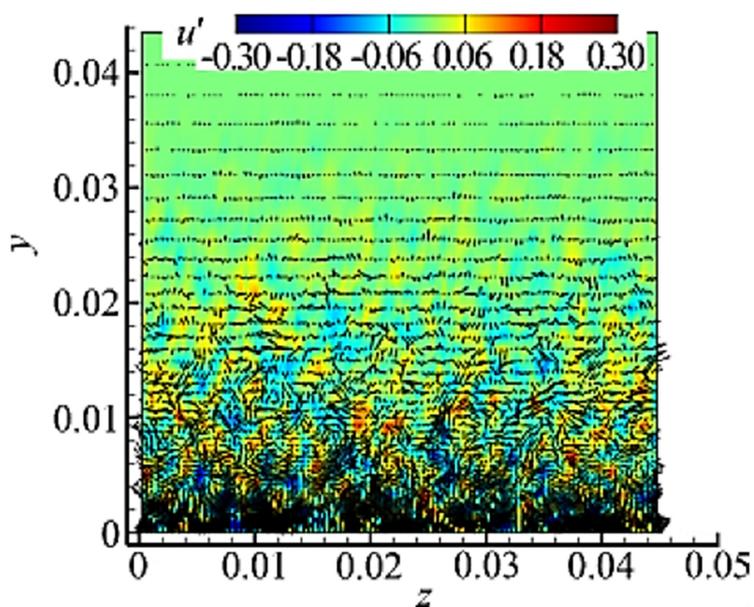


图 1-5 各向异性合成湍流^[43]
Fig.1-5 Anisotropic synthetic turbulence^[43]

1.3 DES 类方法国内外研究进展

DES 类方法作为工程领域里使用最广泛的一类 RANS/LES 混合方法，对其各个方面的研究与应用一直是湍流研究领域的热点。DES 类方法也是本文贯穿全文的重点，因此选择专门取一小节对 DES 类方法的发展概况做详细的介绍。

Spalart 等人^[45]于 1997 年提出了第一个 DES 类方法——DES97，它通过将 S-A 模型中的壁面函数替换成 DES 特征长度从而实现 RANS/LES 混合特性。其 DES 特征长度定义为：

$$L_{DES} = \min(d_w, C_{DES}\Delta) \quad (1-14)$$

式中 d_w ——壁面距离，即网格单元中心至壁面的法向距离；

Δ ——网格尺度，一般定义为网格三个方向上最长的尺寸；

当壁面距离大于网格尺度，即视为网格尺度精细到支持 LES 计算，此时 DES97 便由 RANS 模式切换到 LES 模式。

之后 Strelets^[46]在 Menter SST 双方程的基础上引入 DES 思想（DES-2001），定义了 RANS 湍流特征长度尺度 L_{RANS} 和 LES 湍流特征长度尺度 L_{LES} ，由此引出了 DES 湍流特征尺度的一般形式：

$$L_{DES} = \min(L_{RANS}, L_{LES}) \quad (1-15)$$

式中 L_{LES} ——LES 湍流特征尺度，定义为 $L_{LES}=C_{DES}\Delta$;

不过原始 DES 类方法（DES97 和 DES-2001）存在这一个问题：当近壁面网格被过度细化，原本应该使用 RANS 模式计算的区域被提前使用 LES 模式计算，但是实际上网格尺寸还未精细至使用 LES 进行计算。这时会出现的问题是湍流粘性系数被不正确地降低，导致网格诱导的非物理性流动分离，即 GIS 问题（Grid Induced Separation）。另一种观点是因为 LES 被在 RANS 区域提前使用，较粗的网格不支持 LES 提供足够的雷诺应力，导致湍流脉动信息不足，即应力模式损耗问题 MSD（Modeled Stress Depletion）。

除此以外，DES 所属的混合界面模型存在的一个普遍的问题便是“灰区”问题（grey area）^[47]。“灰区”问题发生的原因是 RANS 区域向 LES 区域切换时，其交接界面处 RANS 提供的湍流脉动信息不足，导致发生了处于 RANS 模式和 LES 模式之间的未定义行为的区域。灰区问题在大分离流动中影响不是很显著，但是对于浅台阶分离等对剪切层内湍流信息比较依赖的流动问题，灰区问题的影响就很明显。国内王翔宇^[48]等人利用标准单方程 SGS 模型重新构造了 SST-DES，并应用于机翼小分离流动中并发现灰区问题得到了缓解。

为了解决 DES 存在的网格诱导分离问题，Spalart^[49]等人提出了延迟涡模拟 DDES（Delayed-Detached-Eddy Simulation）。DDES 模型的主要思想是引入具有物理意义的延迟函数，定义了受保护的 RANS 计算区域，在近壁面网格比较细化的情况下延迟了切换至 LES 模型的时机。它定义的引入延迟函数的湍流特征尺度形式为：

$$L_{DDES} = L_{RANS} - f_d \max(0, L_{RANS} - L_{LES}) \quad (1-16)$$

$$f_d = 1 - \tanh[(8r_d)^3] \quad (1-17)$$

其中 f_d 为延迟函数，引入了当地流场性质的影响。在近壁面边界层理应使用 RANS 模式计算的地方， f_d 取值为 1；在边界层外理应使用 LES 模式计算的地方， f_d 取值为 0。由此保证了边界层由 RANS 模式计算而不被 LES 模式侵入。延迟函数的具体构造可以参考文献[49]。Spalart 提出的 DDES 模型是基于 SA-DES 模型，而 Shur 等人^[50]基于 SST-DES 模型提出了 SST-DDES 模型，其定义的湍流特征长度尺度定义如下：

$$L_{DDES} = \min\left[\frac{L_{LES}}{1 - F_{SST}}, L_{RANS}\right] \quad (1-18)$$

其中 F_{SST} 为延迟函数，可取为 Menter SST 双方程模型中的 F_1 混合函数或者 F_2

混合函数。后文第三章节将对 SST-DDES 模型的原理和特性作深入的探讨和分析。

DDES 模型虽然解决了原始 DES 方法 (DES97 和 DDES-2001) 存在的网格诱导分离问题,但是它继承了它们存在的其他问题:对数律不匹配问题 (Log Layer Mismatch, LLM)和灰区问题。为此 Shur 等人^[51]提出了改进的 DDES 方法 (Improved DDES, IDDES)。IDDES 方法通过修改网格尺度的定义和引进 WMLES 机制,相当大程度上缓解了 LLM 和灰区问题。IDDES 定义的湍流混合长度尺度如下:

$$L_{IDDES} = \tilde{f}_d(1 + f_e)L_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d)L_{LES} \quad (1-19)$$

其中 $f_e = 0$ 时, IDDES 回退到 DDES; \tilde{f}_d 为混合加权函数, 其具体形式如下:

$$\tilde{f}_d = \max(1 - f_{dt}, f_B) \quad (1-20)$$

式中 f_{dt} ——当地流动影响系数;

f_B ——几何影响系数;

而 IDDES 网格尺度定义修改如下:

$$\Delta = \min[\max(C_w \Delta_{\max}, C_w d, \Delta_{\min}), \Delta_{\max}] \quad (1-21)$$

式中 Δ_{\min} ——网格三个方向上长度最小的尺寸;

Δ_{\max} ——网格三个方向上长度最大的尺寸;

C_w ——网格特征系数, 值为 0.15;

IDDES 依靠修改过的网格尺度成功减小了 $y^+ = 10 \sim 100$ 对数区的湍流粘性系数从而解决了 LLM 问题。IDDES 另一个重要特性是将 WMLES 机制引入到 DDES 中。它的原理是当 $\tilde{f}_d = f_B$ 时, IDDES 特征长度尺度变为:

$$L_{IDDES} = f_B(1 + f_e)L_{RANS} + (1 - f_B)L_{LES} \quad (1-22)$$

通过引入 WMLES 机制, IDDES 能够迅速响应来流中所包含的湍流脉动信息,从而加速边界层内 RANS 模式向 LES 模式切换,缓解了灰区问题。而当来流中湍流脉动信息不足的时候, IDDES 则回退至 DDES。Xiao 等人^[52]分别使用 IDDES 和 DDES 模型模拟了间距 $3.7D$ 的串列双圆柱算例 (Tandem Cylinders, TC-3.7)。图 1-6 便比较了 TC-3.7 算例中两个圆柱的表面压力系数分布。可以看出 IDDES 明显要比 DDES 的计算结果更吻合实验,尤其是对于后圆柱, IDDES 结果和实验保持一致。最初 IDDES 模型也是基于 SA 单方程模型的, Gritskevich 等人^[53]标定和简化了基于 Menter SST 双方程模型的 DDES 和 IDDES,探讨了对于 SA 和 SST 的 IDDES 模型系数及其形式的问题。

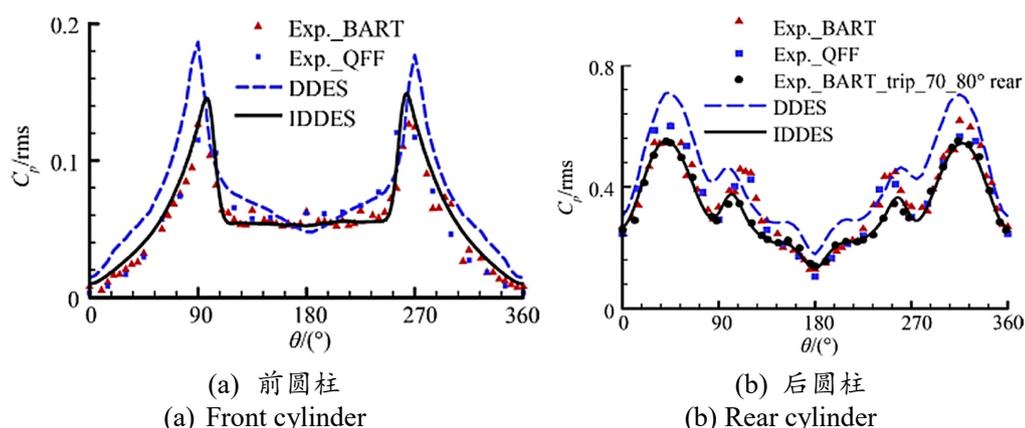


图 1-6 DDES-2003 与 IDDES 预测串列双圆柱表面压力脉动对比^[52]

Fig.1-6 Comparison between DDES-2003 and IDDES predictions of surface pressure fluctuations for TC-3.7^[52]

1.4 RANS/LES 混合方法国内外最新研究进展与应用

本节简要介绍一些 RANS/LES 混合方法的国内外最新研究进展与应用。

Spalart 和 Strelets^[54]提出了一种新型 DES 方法——附着分离涡方法 (Attached and Detached Eddy Simulation, ADES)。与传统 DES 类方法不同, ADES 的主要思想是在边界层内就启动 LES 计算模式,而不是在分离区湍流运动发展完全后使用 LES。ADES 方法是 DES 方法的一个扩展,它仍然从 RANS 模式开始计算并过渡到 LES 模式计算,但是只要达到一定程度, ADES 会在边界层中就启动 WMLES 计算模式。ADES 的动机是因为传统 DES 方法的两个缺陷: 1) 面对复杂边界层和泡沫分离等情况,传统 DES 类方法仍然使用 RANS 处理边界层,但是真正转捩的分离点很有可能存在于 RANS 区域内,这就使传统 DES 类方法模拟这类流动问题时效果不尽如人意; 2) 边界层经过 RANS 计算后的涡含有的湍流脉动成分太少,导致转捩推迟或者湍流发展太慢和“灰区”等问题,而且对网格的依赖性也很强。但是 ADES 方法仍需要未来更长远的发展,同时 ADES 方法对于网格的要求也更高。

传统 RANS/LES 混合方法桥接 RANS 和 LES 时,通常 RANS 部分和 LES 部分使用的运算符、统计平均和空间滤波物理意义并不一致。Manceau^[55]介绍了一种具有统一形式的 RANS/LES 混合方法——混合瞬时 LES (Hybrid Temporal LES, TLES) 方法。TLES 方法使用均匀瞬时滤波 (Uniform temporal filtering) 使滤波后的 RANS 和 LES 方程具有一致的形式。TLES 方法和 URANS 方程形式上的相似性为亚滤波应力模型 (Subfilter-Stresses Model) 打下了坚实的基础,并确保了该方法在一般配置中的有效性。

Menter^[56]介绍了一种新式 RANS/LES 混合方法——应力混合涡方法 (Stress Blended Eddy Simulation, SBES)。SBES 方法的关键在于定义 RANS 应力和 LES 应力混合的加权系数,从而可以直接将 RANS 模式和 LES 模式通过应力加权求和或者粘性系数加权求和的方式结合起来。SBES 方法相对 DES 类方法具有三个重要的特性:1) SBES 方法保护 RANS 计算区域的能力改善了很多;2) SBES 方法 RANS 模式切换到 LES 模式的响应速度要快很多;3) SBES 可以当作一种 WMLES 模型使用在壁面边界层流动区域。

Lardeau^[57]提出了三种可能的途径来改进 RANS/LES 混合模型的模拟结果:1) 引入了一个考虑应力-应变滞后效应的输运方程。该新式三方方程模型(EBL 模型)在层流流动区域表现良好,对于分离流动的模拟也带来了显著的改进。2) 与 DDES 方法类似,通过在 k 的传输方程中引入修正的长度尺度,向 EBL 模型添加了尺度分辨能力;3) 最后,基于一致对偶网格(Consistent Dual-Mesh)方法^[58],提出了一种新的结合 RANS 和 LES 的方法:RANS 和 LES 方程都是在分开的网格上求解的,在各自的动量方程中添加漂移项来改进模型表现。

Ali 和 Hussaini^[59]利用 DES 中的 Spalart-Allmaras 延迟涡模型 (DDES) 模拟了并列双圆柱绕流场并得到了大致满意的结果。他们认为网格尺寸、模拟时的展向高度限制、湍流模型和实验数据中存在的一些未知因素是导致结果与实验差别的原因。Samuel^[60]对 Spar 平台进行了 DES 模拟,并与风洞实验作出了对比,发现阻力值被低估但是捕捉到了流动的其他特性。赵伟文^[61]应用 SA-DDES 方法数值模拟了串联双圆柱绕流问题,研究了圆柱间距对圆柱升阻力系数的影响并分析了串联双圆柱的流场干扰机理。随后他^[62]又采用 SST-DES 和 SST-URANS 方法模拟了亚临界雷诺数 3900 的三维圆柱绕流问题,将模拟结果与实验相比较,发现 SST-DES 方法相对于 SST-URANS 方法能够得到更好的结果同时能够展现更多的三维特性。

国内徐晶磊^[63]等人受到 Vreman^[64]提出的 SGS 模型的启发,利用其中判断湍流信息存在与否的特征参数作为判断 RANS/LES 切换的依据构造了一种 RANS/LES 混合模型。他们发现该模型在非稳态流动区域的计算精度超越 DES,并解决了对数律不匹配 (LLM) 问题^[65]。

Ferdi 等人^[66]首先在后台阶流动中对比分析了 PANS, DES 和 URANS 的计算结果,发现 PANS 方法在网格数相同时能获得更好的表现;他们又利用 AVLFIRE 商业软件实现了 PANS 方法,并应用至有限长圆柱,汽车车身绕流等复杂工程流动问题中^[67]。

Ma 等人^[68]将 PANS 思想引入到基于低雷诺数 $k-\epsilon$ 双方程模型当中, 构造得到了 LRN PANS, 从而在槽道流的模拟中得到了很好的表现。Hu 等人^[69]在湍动能比例系数的表达式中引入了混合物密度, 从而实现了对 Clark-Y 机翼空化问题预测表现的改进。

国内高瑞泽等人^[70]在 SA 单方程模型的基础上构造了 XY-SAS 模型并对其在分离流动中的表现作了分析; 张扬等人^[71]将自适应思想引入到 Menter SST 双方程模型中, 将其涡粘系数进行重构从而得到了 BY-SST 模型; 白俊强等人^[72]将 SAS 模型当中的冯卡门尺度引入到 $k-\epsilon$ 双方程模型, 构造了 KDO 单方程模型用以预测流动转捩现象。

1.5 本文主要工作

本文主要工作是对 RANS/LES 混合模型进行研究, 包括在工业界得到广泛使用的 DDES 模型和 SAS 模型。作者还通过广泛调研, 将 LES 模型当中的动力模式引入到 SST-DDES 模型中, 构造得到了动力 SST-DDES 模型, 实现了对 SST-DDES 模型的改进。同时本文采用柱体绕流作为测试算例对各个湍流模型的模拟表现作对比分析。柱体绕流作为大分离流动的典型代表, 可以相当程度上区分各个湍流模型的优劣。本文采用的柱体绕流算例为雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流, 这两个算例均被认为是测试湍流模型性能的标准算例, 同时也可以探究雷诺数对模型的模拟表现的差异是否会产生影响。全文的计算工作均基于开源 CFD 平台 OpenFOAM。

本文第一章主要讲述了论文所做课题的研究背景, 阐述了 RANS/LES 混合方法对于工业界使用合理计算资源模拟高精度湍流运动的重要性以及对 RANS/LES 混合方法进行深入研究的必要性。随后作者介绍了目前各个种类的 RANS/LES 混合方法以及相关研究与应用。RANS/LES 混合方法可以分为四种: 1) 湍流量混合模型 2) RANS/LES 界面模型 3) 第二代 URANS 方法 4) 植入式方法。而 DES 类方法作为 RANS/LES 界面模型方法的一种, 因为其构造简洁和对复杂外形的适应性在工业界得到了广泛应用。因此对 DES 类方法的发展以及研究现状做了详细的介绍。本文的主要工作也是在 DDES 方法的基础上开展的。

本文第二章主要介绍了 RANS/LES 混合模型的基础理论。首先简要介绍了粘性流体流动的控制方程 Navier-Stokes 方程。因为 RANS/LES 混合模型是 RANS 方法和 LES 方法的结合, 所以介绍 RANS 方法和 LES 方法的原理对于理解 RANS/LES 混合模型是十分有必要的。本章先介绍了雷诺时间平均以及雷诺应力

的概念,然后介绍了雷诺应力输运方程。因为本文全文使用的湍流模型基于 Menter SST $k-\omega$ 模型,所以在介绍完湍流单方程模型的基础上又讲解了 Menter SST $k-\omega$ 模型的原理。对于 LES 模型的基本原理,作者先介绍了启发 LES 模型的 Kolmogorov 湍流理论;接着作者介绍了 LES 模型的建模思想以及经典的 Smagorinsky 代数涡粘模型。最后本章介绍了 RANS/LES 混合模型的基础理论及建模方式。读者通过第二章的介绍可以对 RANS/LES 混合模型的全貌有所了解。

本文第三章主要介绍了目前工业界最常用的 RANS/LES 混合模型 DDES 模型。本章首先讲解了 DES 模型的原理及其缺陷,然后引申到通过引入延迟函数解决了 DES 网格诱导问题的 DDES 模型。随后作者分别使用 RANS 模型和 DDES 模型模拟了雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流,对模型计算的流场时均特征和瞬时特征进行了对比分析。本章的主要目的是凸显 DDES 模型在模拟柱体绕流这样的大分离流动问题相对 RANS 方法的优势,以及解释模型表现差异的成因。

本文第四章主要介绍了二代 URANS 模型的典型代表 SAS 模型。SAS 模型不依赖于网格尺度,本质上属于 URANS 模型,却能够在在大分离流动区域获得类 LES 模型表现。因此本章首先讲解了 SAS 模型的原理及其自适应特性的理论解释。为了检验 SAS 模型在实际运用中的表现,本章随后分别使用 DDES 模型和 SAS 模型计算雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流。冯卡门尺度是 SAS 实现自适应特性的关键,而冯卡门尺度限制器中引入了网格尺度以约束 SAS 模型的涡粘系数,其势必会对 SAS 模型的模拟表现产生影响。因此本章通过修改其特征系数并应用于圆柱绕流中,探究了冯卡门尺度限制器对于 SAS 模型模拟表现的影响。

本文第五章是全文创新点的集中体现。通过对 LES 模型及 RANS/LES 模型文献的调研积累,作者观察到目前使用的 SST-DDES 模型在切换到 LES 模式时,其涡粘系数定义与 Smagorinsky 代数涡粘模型的涡粘系数保持一致。而 Smagorinsky 模型作为第一个被提出的 LES 模型,其存在壁面律不匹配和亚格子应力量级不匹配等问题。动力模式通过二次滤波的操作将 Smagorinsky 特征常系数替换为根据流场特征动态计算的动力系数,比 Smagorinsky 拥有更好的模拟表现。作者通过将动力模式引入到 SST-DDES 模型中构造开发了动力 SST-DDES 模型,并应用于雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流与 SST-DDES 模型作对比分析,结果显示动力模式的引入确实提升了 SST-DDES 模型的模拟能力。

本文第六章对全文的工作进行了总结,对前面各个章节得到的主要结论进行

整理并集中阐述，同时分析了本文现有工作的不足之处，对将来还能够继续进行的相关研究进行了展望。

第二章 RANS/LES 混合模型基础理论

2.1 粘性流体控制方程

对于不可压缩的粘性流体，其控制方程为 N-S 方程：

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + \mathbf{F} \quad (2-1)$$

式 (2-1) 为动量方程。其中 u 为流场速度， p 为流场压力， ρ 为流体密度。只有对于边界条件非常简单的流动问题可直接求解 N-S 方程得到解析解，比如两个平板间的流动或者圆管内的流动。对于复杂的流动问题，直接求解 N-S 方程将变得非常困难，虽然有直接求解的数值方法 DNS，但是代价非常大。因此对于流动情况复杂的湍流问题，往往要求助于湍流模型。

2.2 RANS 模型基础理论

2.2.1 雷诺应力输运方程

1895 年，Reynolds 发表在伦敦皇家学会的一篇论文揭开了统计湍流模型的序幕。他开创性地提出“雷诺平均方法 RANS”来处理 Navier-Stokes 方程得到 RANS 方程。通过引入 Boussinesq 假设（湍流雷诺应力与应变成正比），便可使用湍流雷诺应力与应变之间的系数（湍流粘性系数）对湍流运动进行建模。因为采用了统计平均的措施，抹平了湍流运动时间和空间上细小复杂的脉动，所以 RANS 方法所需的时间和空间分辨率相对 DNS 大幅度减小，使湍流模拟应用于工业界成为可能。以下介绍 RANS 方法基础——雷诺应力输运方程。

对于不可压缩流的情况，首先通过局部时间平均的措施，对流场速度作分解：

$$U_i = \overline{U_i} + u \quad (2-2)$$

式中 $\overline{\quad}$ 上划线符号——局部时间平均；

$\overline{U_i}$ ——经过时间平均处理后的速度；

u ——脉动速度；

类似地，对压力也做局部时间平均：

$$P = \overline{P} + p \quad (2-3)$$

将式 (2-2) 和 (2-3) 定义的局部时间平均操作应用于上节介绍的 N-S 方程，

可得到:

$$\frac{\partial \rho(\overline{U}_i + u_i)}{\partial t} + \frac{\partial \rho(\overline{U}_i + u_i)(\overline{U}_j + u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\overline{P} + p)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial \rho(\overline{U}_i + u_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial \rho(\overline{U}_j + u_j)}{\partial x_i} \right) \quad (2-4)$$

假设湍流运动是时间统计平稳过程, 即:

$$\overline{u_i} = 0 \quad (2-5)$$

$$\overline{p} = 0 \quad (2-6)$$

则可由式(2-4)得到:

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U}_i \overline{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i U_j} - \overline{U_i} \overline{U_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i u_j} + \overline{U_j u_i}) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} \quad (2-7)$$

但是如式(2-7)的 RANS 方程仍然不能应用于实际的湍流预测。主要原因有:

1) \overline{U}_i 和 u_i 依赖于局部时间操作所采用的时间平均间隔 T ; 2) 该方程含有三个未知的物理量 $\overline{U_i U_j}$, $\overline{U_i u_j}$ 和 $\overline{u_i u_j}$, 需要估计这三个未知量来使方程封闭; 3) 假设可以得到这三个未知量, 它们仍然式依赖于局部时间操作所采用的时间平均间隔 T 。实际上稳态流动的情况 RANS 这种对于平均时间间隔的依赖性可以忽略; 但是对于非稳态流动, RANS 便变得不再可靠, 即使是非稳态 RANS 方法 (Unsteady RANS, URANS) 也无法从根本上解决这个问题。

先假设对于稳态流动问题, 进行局部时间平均操作的间隔 T 足够大, 对包含脉动的物理量做时间平均后其值为 0, 式(2-7)可被简化为:

$$\frac{\partial \overline{U_i U_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} \quad (2-8)$$

式中 $\overline{u_i u_j}$ 即为雷诺应力, 它有六个相互独立的分量。雷诺应力被看作是应力主要是出自两方面的考虑: 1) $\overline{u_i u_j}$ 的量纲相当于单位面积上的力; 2) $\overline{u_i u_j}$ 与分子粘性项

$\nu \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right)$ 相当, 可以看作是湍流粘性项。

湍流模型最主要的任务就是封闭 RANS 方程中的雷诺应力 $\overline{u_i u_j} \equiv \left\{ \overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}, \overline{uv}, \overline{uw}, \overline{vw} \right\}$ 。以下考虑二维流动的情况, 介绍雷诺应力输运方程:

$$\begin{aligned}
\underbrace{\left\{ \overline{U} \frac{\partial uv}{\partial x} + \overline{V} \frac{\partial uv}{\partial y} \right\}}_{\text{对流项}} &= \underbrace{\frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial y^2} \right\}}_{\text{粘性扩散项}} - \underbrace{\left\{ vu \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + vv \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} + uu \frac{\partial \overline{V}}{\partial x} + vu \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} \right\}}_{\text{生成项}} \\
- \underbrace{\left\{ \frac{\partial \overline{uuv}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{vuv}}{\partial y} \right\}}_{\text{湍流扩散项}} &- \underbrace{\frac{1}{\rho} \left\{ v \frac{\partial p}{\partial x} + u \frac{\partial p}{\partial y} \right\}}_{\text{压力速度耦合项}} - \underbrace{2 \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right\}}_{\text{粘性耗散项}}
\end{aligned} \tag{2-9}$$

式(2-9)中，左等号一项为雷诺应力的对流项，右等号第一项和第二项分别为粘性扩散项和雷诺应力的生成项。从生成项的形式上可以看出，它为单位面积上的力与单位距离上速度差的乘积，即单位体积上的动能。右等号第三项和粘性扩散项在数学上有着同样的性质：在剪切应力法向梯度为零的流动区域内的积分均为零。类比粘性扩散项，第三项代表雷诺应力在湍流混合过程中产生的扩散，所以叫“湍流扩散项”。第四项为压力速度耦合项。而最后一项 \overline{uv} 尤为重要——“粘性耗散项”，它是导致剪切应力的原因，代表着能量在小尺度涡中因为粘性而最终被耗散的现象。

以上为雷诺输运方程的推导过程。RANS 湍流模型的类型有很多种：代数模型、单方程模型和双方程模型等等。以下简单介绍一下 RANS 单方程湍动能输运方程，以方便读者理解下一小节的内容。

为了简化说明且不失普遍性，考虑二维简单剪切流（槽道流、剪切边界层或者管道流）的情况，此时流动中最主要的剪切应变是流向方向的应变。因此可以假设所有带流向方向梯度的物理量的时间平均量都可以被忽略。其雷诺应力输运方程的具体形式如下：

$$\begin{aligned}
\frac{D\overline{uv}}{Dt} &= -\overline{v^2} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{uv^2} + \frac{p\overline{u}}{\rho} \right) + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial y^2} - 2 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
\frac{D\overline{u^2}}{Dt} &= -\overline{uv} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} + 2 \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{uv^2} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial y^2} - 2 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
\frac{D\overline{v^2}}{Dt} &= 2 \frac{p}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{v^3} + \frac{2p\overline{v}}{\rho} \right) + 2 \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{v^2}}{\partial y^2} - 2 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
\frac{D\overline{w^2}}{Dt} &= 2 \frac{p}{\rho} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{vw^2} + 2 \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial y^2} - 2 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{2-10}$$

定义湍流动能 k 为：

$$k = \frac{3}{2} \sqrt{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}} \tag{2-11}$$

将(2-11)代入式(2-10)中可推导得到湍流动能 k 的输运方程：

$$\begin{aligned} \frac{Dk}{Dt} = & \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \right)}_{\text{粘性扩散项}} - \underbrace{uv \frac{\partial \bar{U}}{\partial x}}_{\text{生成项}} - \underbrace{\left\{ \overline{vk} + \frac{2\overline{pv}}{\rho} \right\}}_{\text{湍流扩散项}} \\ & - 2 \frac{\mu}{\rho} \underbrace{\left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} \right\}}_{\text{粘性耗散项}} \end{aligned} \quad (2-12)$$

式(2-12)最后一项即为耗散项,通常记为 ε ,需要另外建模。若直接给出耗散率 ε 定义而不另外通过 ε 输运方程进行建模,则为单方程模型;若湍流模型另外给出耗散率 ε 输运方程,加上湍动能 k 输运方程,则为双方程 k - ε 模型;湍频率 $\omega=k/\varepsilon$ 是耗散率的 ε 等价形式,对 ω 进行输运方程建模的 RANS 模型,则为双方程 k - ω 模型。

2.2.2 Menter SST k - ω 模型

Menter SST 模型(以下简称 SST 模型)是一种应用最广泛的 RANS 模型之一,也是本文涉及最多的 RANS 模型。它是一种结合了 k - ω 模型和 k - ε 模型优点的双方程模型。因为 k - ω 模型适合在近壁面区域计算,而在边界层外层剪切较弱的区域有对 ω 的边界条件敏感的缺陷。相对地, k - ε 模型在边界层外层区域表现要比 k - ω 模型要好,所以通过混合函数使这两种模型得到结合便是 SST 模型的主要思想。以下简要介绍 SST 模型的构造过程。

SST 模型通过混合函数使 k - ω 模型和 k - ε 模型得到结合,其形式为对 k - ω 模型和 k - ε 模型的模型系数进行加权平均,如下:

$$C_{eff} = FC_{k-\omega} + (1-F)C_{k-\varepsilon} \quad (2-13)$$

式中 F ——混合函数,主要作用是保证在 $y^+ \leq 70$ 的近壁面区域内由 k - ω 模型主导而区域外由 k - ε 模型主导。因为 k - ω 模型和 k - ε 模型湍动能 k 输运方程形式类似而耗散率 ε 的输运方程形式不同。若想要实现 k - ω 模型和 k - ε 模型模型系数的混合必须使这两个方程转化为一致的形式。这里选择将 k - ε 模型转化成 k - ω 模型的等价形式,如下:

$$\frac{D\omega}{Dt} = (1-C_{\varepsilon 1}) \frac{\omega}{k} P_k - (1-C_{\varepsilon 2}) \omega^2 + D_{\varepsilon \rightarrow \omega} \quad (2-14)$$

式中 $C_{\varepsilon 1}$ 和 $C_{\varepsilon 2}$ ——模型系数

$D_{\varepsilon \rightarrow \omega}$ —— k - ε 模型扩散项的 k - ω 模型等价形式,可通过如下转换公式得到:

$$D_{\varepsilon \rightarrow \omega} = \varepsilon^n m k^{m-1} D_k + k^m n \varepsilon^{n-1} D_\varepsilon \quad (2-15)$$

让 $m=-1$, $n=1$ 即可得到 $D_{\varepsilon \rightarrow \omega}$ 的形式:

$$D_{\varepsilon \rightarrow \omega} = \frac{1}{k} (D_\varepsilon - \omega D_k) \quad (2-16)$$

将 k - ε 模型的扩散项带入式 (2-14), 通过 $\frac{\partial \omega}{\partial x_j}$ 来表示 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}$, 即可得到的 $D_{\varepsilon \rightarrow \omega}$ 具体形式:

$$D_{\varepsilon \rightarrow \omega} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2 \frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (2-17)$$

因此 k - ε 模型的 k - ω 模型等价形式具体为:

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - k\omega \quad (2-18)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = (1 - C_{\varepsilon 1}) \frac{\omega}{k} P_k - (1 - C_{\varepsilon 2}) \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2 \frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (2-19)$$

另外要得到该混合模型需要对剪切应力进行修正。通过观察边界层剪切层内的试验结果与 k - ε 模型计算的剪切应力的差别, 可以到的修正后剪切应力:

$$\nu_T = \frac{C_\mu^{1/2} k}{\max(C_\mu^{-1/2} \omega; \alpha \frac{\partial U}{\partial y})} \quad (2-20)$$

式中 α —— 在边界层中取到极大值 1, 对远壁面区域自由剪切流取到极小值 0 的数值函数;

以下介绍混合函数 F 的具体形式。混合函数 F 的定义可以由很多种, 一般使用一个误差函数或者抛物正切函数使切换平滑。混合函数 F 的特性是在近壁面处取值为 1, 而在边界层外流动区域取值为 0。Menter 使用如下定义:

$$F = \tanh(\arg^4) \quad (2-21)$$

$$\arg = \min \left\{ \max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega^* y}; \frac{500 \nu}{y^2 \omega^*} \right); \frac{4k}{\sigma_\varepsilon y^2 CD_{k\omega}} \right\} \quad (2-22)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(\frac{2}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right) \quad (2-23)$$

由此便得到了 k - ε 模型和 k - ω 模型的混合形式, 它被命名为“剪切应力输运”(Shear-Stress-Transport) 模型。

2.3 LES 模型基础理论

2.3.1 Kolmogorov 湍流理论

如果说是 Reynolds 开创了雷诺时均方法，拉开了统计湍流模型理论的序幕。那么 Kolmogorov 于 1941 年提出的 Kolmogorov 湍流理论则是统计湍流理论上另一座令人景仰的丰碑。它是 LES 模型最根本的理论基石，其重要性不言而喻。因此本小节先介绍 Kolmogorov 湍流理论。

Kolmogorov 湍流理论包含三个假设，主要想解决的是如何理解能量在不同尺度的湍流运动中的分布情况和这些尺度中发生的物理变化。其中最重要的两个概念是湍流的能量串级过程和 Kolmogorov 假设。能量串级的概念首先由 Richardson 引入：动能在大尺度运动中通过生成机制产生，然后再不断地被传输到越来越小的尺度，最终在湍流运动最小的尺度运动中被耗散。而 Kolmogorov 则对这一图像作了更加具体和定量的描述。

首先，要想理解能量在湍流运动中不同尺度涡间的传输情况，需要回答两个基础的问题：

(1) 耗散掉能量的最小旋涡的尺度有多小？

(2) 当旋涡尺度 l 变小时，它的特征速度 u 和特征时间尺度 τ 如何随之变化还是保持不变？

对于以上的两个问题 Kolmogorov 假设做出了解答。而 Kolmogorov 假设需要一个前提假设——Kolmogorov 的局部各向同性假设：在雷诺数充分高的条件下，小尺度的湍流运动统计各向同性（关于尺度需要多小的运动才能满足各向同性假设，之后会做出解答）。

Kolmogorov 认为，雷诺数充分高的情况下，大尺度运动中所蕴含的关于边界条件和平均流场中的信息，通过能量串级过程在小尺度运动中丢失，从而可以认为小尺度运动具有普适性。而因为大尺度运动含有绝大部分湍流动能，所以大尺度范围的湍流运动又叫做含能区。

在局部各向同性的假设下，引出 Kolmogorov 第一相似性假设：在所有充分高雷诺数下的湍流运动中，小尺度运动的统计特性具有一个普适的形式，并且只由粘性系数 ν 和耗散率 ε 决定。

定义尺度区域 $l < l_{EI}$ 为普适平衡区，此区域中的湍流运动满足局部各向同性条件，即满足 Kolmogorov 第一相似性假设。利用此假设，通过粘性系数 ν 和耗散率 ε 定义 Kolmogorov 尺度：

$$\eta = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4} \quad (2-24)$$

$$u_\eta = (\varepsilon \nu)^{1/4} \quad (2-25)$$

$$\tau_\eta = (\nu / \varepsilon)^{1/2} \quad (2-26)$$

式中 η ——Kolmogorov 尺度, 湍流运动的最小尺度, 这便回答了第一个问题。

再对 Kolmogorov 尺度 η 与湍流最大特征尺度 l_0 相比较可得:

$$\eta / l_0 \sim \text{Re}^{-3/4} \quad (2-27)$$

$$u_\eta / u_0 \sim \text{Re}^{-1/4} \quad (2-28)$$

$$\tau_\eta / \tau_0 \sim \text{Re}^{-1/2} \quad (2-29)$$

由此可见, 随着雷诺数变高, η 随之变小, 而其对应的速度尺度和时间尺度也随之变小, 这便回答了第二个问题。同时可以看出, 当雷诺数很高时, Kolmogorov 尺度与湍流场的最大特征尺度 l_0 相比很小。

因此当雷诺数很高时, 湍流运动的尺度范围很大, 因此存在这样一个尺度范围 l : $l_0 \gg l \gg \eta$ 。在这个尺度范围内符合局部各向同性条件, 而同时粘性的影响又很小可被忽略。这就引出了 Kolmogorov 第二相似性假设——在所有充分高雷诺数的湍流运动中, 尺度范围 $l_0 \gg l \gg \eta$ 中的小尺度运动具有普适性, 且仅由耗散率 ε 决定, 与粘性系数 ν 无关。

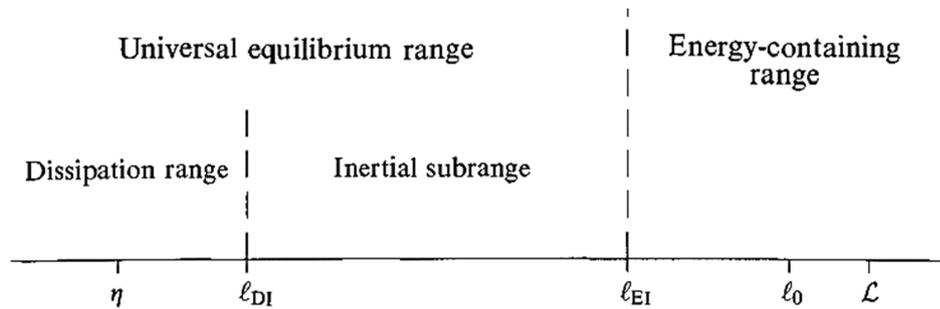
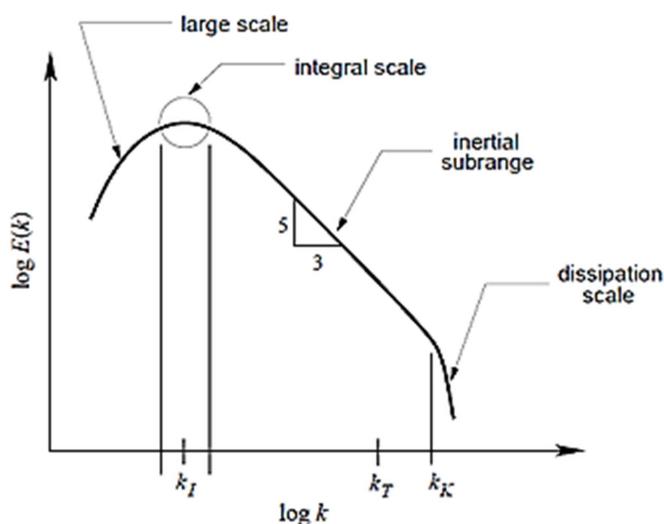


图 2-1 湍流运动尺度范围^[1]
Fig.2-1 The range of different turbulence scales^[1]

图 2-2 湍能能谱^[1]Fig.2-2 Energy spectrum of turbulence^[1]

如图 2-1 所示，可以定义长度尺度 l_{DI} (l_{DI} 约为 60η)，将普适平衡区划分为惯性子区 ($l_{EI} \gg l \gg l_{DI}$) 和耗散区 ($l < l_{EI}$)。根据第二相似性假设，可知惯性子区内的运动由惯性作用决定，粘性作用可忽略不计。而仅有耗散区内的湍流运动粘性才起作用，所以整个湍流运动中的耗散都被认为发生在耗散区内。

由 Kolmogorov 假设可以推导得到描述能量在湍流不同尺度间分布情况的湍能能谱，如图 2-2 所示。可以看出在大部分能量储藏在大尺度涡和惯性子区尺度涡内，小部分能量在耗散区小尺度涡内被迅速耗散。值得注意的是，在惯性子区内，能谱呈现了线性的性质，其斜率为-5/3，这就是著名的 Kolmogorov“-5/3 定律”。它说明了在惯性子区内的小尺度涡运动有着相似的性质，即局部各向同性（或叫尺度不变性）。许多实验都发现 Kolmogorov“-5/3 定律”的确存在于各种湍流运动内，证实了 Kolmogorov 湍流理论中三大假设的正确性，由此统计湍流模型理论翻开了全新的篇章。

2.3.2 LES 模型建模思想

LES 模型的建模思想便基于上一小节所介绍的 Kolmogorov 湍流理论：假设网格尺度位于湍流尺度的惯性子区范围内，那么网格的分辨率便可以解析出大部分湍流动能；而位于耗散区的小尺度涡超过了网格的解析能力（若网格精细到能够解析耗散区小尺度涡，那么 LES 便成为了直接数值模拟方法 DNS），所以需要对其进行建模，以将小尺度涡运动对解析出的大尺度涡的影响考虑进去。换句话说，LES 的任务就是模化小于网格尺度的小尺度涡，所以 LES 模型又通常叫做亚格子

(Subgrid-Scale, SGS) 模型。

研究湍流大尺度涡运动和小尺度涡运动之间的关系一向是 LES 模型的最重要的课题。而湍流运动的一个重要特性就是尺度不变性。尺度不变性指的是特性在不同尺度的湍流运动中保持不变, 惯性子区内的湍流运动便满足这样的性质。这种大尺度与小尺度湍流运动之间关系的对称性通常成为构造 SGS 模型的一个重要因素。Kolmogorov 通过量纲分析, 得到了尺度不变性的定量体现——惯性子区内的普适能量幂次律—— $-5/3$ 律:

$$E(k) = c_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2-30)$$

式中 c_k ——Kolmogorov 常数;
 k ——波数幅值;
 ε ——湍流耗散率;

LES 通过对速度场进行空间滤波操作, 将速度场分为大尺度湍流运动和小尺度湍流运动; 大尺度湍流运动通过直接计算得到, 而小尺度湍流运动通过 SGS 模型得到。空间过滤后的 Navier-Stokes 方程如下所示:

$$\Delta \cdot \bar{u} = 0 \quad (2-31)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \bar{u} - \tau^{sgs} \quad (2-32)$$

式中 τ^{sgs} ——SGS 应力张量, 它代表着小尺度涡对大尺度涡的影响, 是需要被模化的一项。其具体形式为:

$$\tau^{sgs} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (2-33)$$

为了封闭控制方程, SGS 应力张量必须用解析得到的速度场来表示。可以利用 RANS 模化雷诺应力的一些方法来构造 SGS 模型, 比如利用平均速度场的梯度来将湍流运动的空间特性考虑进去此外, 还可以通过添加输运方程来将湍流运动发展的历史效应考虑进去。因为在 LES 模拟中, 大于网格尺度的大尺度涡结构是可以被直接计算得到的; 而通常 LES 模拟都要求网格尺度位于惯性子区内, 也就是说稍大于网格尺度的湍流运动和稍小于网格尺度的湍流运动可以假设为是相似的, 所以利用解析出的流场信息来模化未解析的小尺度涡是比较合理的。

总而言之, SGS 模型体现的是亚格子尺度与大尺度之间的相互作用, SGS 模型能否正确地模拟能量从大尺度涡向小尺度涡之间的传递是大涡模拟的关键。在构造 SGS 模型时, 一般假定亚格子尺度 (惯性子区) 的湍流运动具有各向同性的特点, 且在各种流动中是普适的。Smagorinsky 于 1963 年提出第一个 SGS 模型,

常用的 SGS 模型有动力模式，尺度相似模型和混合模型等。

2.3.3 Smagorinsky 代数涡粘模型

Smagorinsky 模型是第一个被提出的 SGS 模型，它采用了 Boussinesq 涡粘性假设，使 SGS 应力张量正比于涡粘系数与应变率张量的乘积，其具体定义如下：

$$\tau_{ij}^{smag} = -2\nu_T S_{ij} \quad (2-34)$$

式中 S_{ij} ——可解尺度的应变率张量；

ν_T ——SGS 涡粘系数。

而涡粘系数的定义为：

$$\nu_T = (C_s^\Delta)^2 |S| \quad (2-35)$$

式中 C_s^Δ ——Smagorinsky 常数，一般需要根据具体流动类型进行标定。

2.4 RANS/LES 混合模型基础理论

从 RANS 和 LES 模型方程式上的特点来说，RANS 模型仅包含湍流物理长度尺度，而 LES 模型通常都包含了一个与计算的数值网格尺度相关的长度尺度。该长度尺度决定了能够解析出来的湍流脉动的大小。RANS 模型和 LES 模型能够混合在一起从而结合各自的优势，很大程度上是因为 RANS 模型和 LES 模型数值方程结构上高度的相似性和统一性。本小节将简要介绍 RANS 模型和 LES 模型混合的基础原理和方式。

RANS 模型变量为雷诺时均速度 $\langle u_i \rangle$ 的输运方程通常形如：

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}) - \frac{\partial \tau_{ij}^{RANS}}{\partial x_j} \quad (2-36)$$

类似的，LES 模型变量为空间滤波后的速度 \bar{u}_i （解析出的大尺度运动）的输运方程通常形如：

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}) - \frac{\partial \tau_{ij}^{LES}}{\partial x_j} \quad (2-37)$$

从式 (2-36) 和式 (2-37) 便可看出，一般 RANS 模型和 LES 模型除了定义的速度场变量和要进行封闭的应力 τ 物理意义不一致外，其输运方程形式几乎相同。同时，对于大多数的 SGS 模型，其定义的亚格子湍流黏度的概念及其构造的具体形式均来自于对应的 RANS 模型，这个事实就更加体现了 RANS 模型与 LES

模型之间有着非常密切的联系。

RANS 模型依赖于描述整个湍流脉动的物理量。例如 RANS $k-\varepsilon$ 双方程模型求解雷诺应力的形式为：

$$\tau_{ij}^{RANS} = f\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}, k, \varepsilon, C\right) \quad (2-38)$$

式中 k ——湍动能；
 ε ——湍流耗散频率；
 C ——模型系数；

而以 Smagorinsky 模型为代表的 SGS 涡粘模型求 SGS 应力的形式为：

$$\tau_{ij}^{LES} = f\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \Delta, C\right) \quad (2-39)$$

式中 Δ ——网格特征尺度；

从式 (2-38) 和式 (2-39) RANS 和 LES 各自的求解形式可推断 RANS 模型和 LES 模型广义上的区别：如果一个湍流模型明确地含有计算网格步长，那么它即为 LES 模型；相对地，该湍流模型仅含有物理量相关的长度尺度，包括壁面距离这样的几何特征，那么它就是 RANS 模型。

RANS 模型和 LES 模型构造上的相似性启发了 RANS/LES 混合模型统一式建模的思想。统一式建模基于广义的解析速度 \bar{u}_i (时间平均速度或空间平均速度)，得到广义的湍流输运方程：

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}^{generation}}{\partial x_j} \quad (2-40)$$

基于式 (2-40) 统一式建模的思想，可以得到几种使 RANS/LES 混合模型计算模式由 RANS 模式向 LES 模型过渡的方式。一种为直接混合方法，即对 RANS 模型定义的雷诺应力和 LES 模型定义的 SGS 应力直接进行加权平均：

$$\tau_{ij} = f^{RANS} \tau_{ij}^{RANS} + f^{LES} \tau_{ij}^{LES} \quad (2-41)$$

式中 f^{RANS} ——RANS 加权混合系数；

f^{LES} ——LES 加权混合系数；

第二种方法是在计算域中的一部分中使用纯 LES 模型进行计算，而其余部分使用纯 RANS 模型进行计算，而在每个时刻指定 RANS 区域和 LES 区域之间的边界。值得注意的是，RANS 区域和 LES 区域使用的速度输运方程是相同的，只

需通过在 RANS/LES 交接界面处调整模化项便可实现切换，这样计算时解析出的速度场是连续的。

由于许多 LES 模型来自于 RANS 模型，因此它们通常具有相似的结构从而简化了统一式建模的难度。基于这样的观察，第三种方法选择将网格尺度作为特征长度尺度引入到 RANS 模型中，由此任一 RANS 模型都可以转变为 LES 模型，从而在网格被细化的情况下解析出更多的湍流小尺度运动。被广泛应用的分离涡模型 DES 便是第三种方法运用的典型。

与此同时，RANS/LES 混合模型还有另外一种建模思想：分离式建模。分离式建模则与统一式建模的思想相反，它的观点是在计算域中的一部分使用 LES 模型计算，而其余部分使用 RANS 模型计算，这两个区域使用的 LES 模型和 RANS 模型可以是毫无联系的（例如 RANS 区域使用双方程模型而 LES 区域使用单方程模型）。对于分离式建模，在混合界面处解析的量不再是连续的。相反，LES 和 RANS 在它们各自的区域中执行计算，然后通过适当的边界条件耦合。这种方式可以避免统一式混合模型面临的灰区问题。

2.5 本章小结

本章主要介绍了 RANS/LES 混合模型的基础理论。首先简要介绍了粘性流体流动的控制方程 Navier-Stokes 方程，然后介绍了雷诺时间平均以及雷诺应力的概念，推导了雷诺应力输运方程。在介绍完湍流单方程模型的基础上又讲解了 Menter SST $k-\omega$ 模型的原理。对于 LES 模型的基本原理，先介绍了启发 LES 模型的 Kolmogorov 湍流理论，再介绍了 LES 模型的建模思想以及经典的 Smagorinsky 代数涡粘模型。最后本章介绍了 RANS/LES 混合模型的基础理论及建模方式。

第三章 延迟涡模型

3.1 引言

DES 类方法是最常见的 RANS/LES 混合模型。因为它模型构造形式简单且对复杂外形有着很好的适应性，所以被广泛应用于航空航天和海洋工程等工程领域中。不过原始 DES 方法 (DES97) 会因为壁面网格过度细化导致 RANS 计算区域提前切换到 LES 模式，从而出现非物理性的网格诱导分离现象，通常称之为“应力模式损耗 MSD”。之后提出的延迟涡模型 DDES 通过引入延迟函数修改 DES 模型湍流特征尺度，保护了 RANS 计算区域。DES 类方法有很多变种，因为其应用的广泛性而一直是 RANS/LES 混合模型研究中一个的热点。

本章集中讨论 DDES 模型，首先简要介绍了 DES 模型原理和引入延迟函数的 DDES 模型；其次分别使用 SST-URANS 模型和 SST-DDES 模型计算雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流这两个柱体绕流的标准算例，借以说明 RANS/LES 混合模型计算大分离流动时相对 RANS 模型的优越性。因为后文均以这两个柱体绕流算例对比分析模型表现，所以本章集中说明了算例的配置和计算使用的数值格式。

3.2 DDES 模型基本原理

3.2.1 DES 模型

Sparlart^[45]于 1997 年提出了第一个 DES 模型 DES97，它的主要思想是重新定义 RANS 模型的湍流特征长度尺度，其定义的湍流长度尺度如下：

$$L_{DES} = \min(L_{RANS}, L_{LES}) \quad (3-1)$$

其中， L_{RANS} 为 RANS 湍流特征长度尺度， L_{LES} 为 LES 模型湍流特征长度尺度。

在近壁面区域，RANS 湍流长度尺度应小于局部网格尺度，从而保证 RANS 模型在边界层内被正确地激活。当流动发展到远壁面区域，局部网格精细到可支持 LES 模型的计算时，LES 模型被激活。由此在远壁面流动区域湍流黏度被降低，湍流耗散随之增加，从而可以解析出更小的湍流尺度运动。

DES97 模型基于 S-A 模型。S-A 模型的湍流特征长度尺度为壁面距离 d_w ，通

过修改该长度尺度可得到 DES97 特征长度尺度：

$$L_{DES97} = \min(d_w, C_{DES}\Delta) \quad (3-2)$$

式中 C_{DES} ——DES 模型常数；

Δ ——特征网格尺度，其定义为当地网格三个维度中尺寸最大的一维：

$$\Delta = \max(\delta_x, \delta_y, \delta_z) \quad (3-3)$$

当壁面距离 d_w 小于特征网格尺度，即离壁面很近时，DES97 特征长度尺度保持为 d_w ，DES97 保持为 S-A 模型；当壁面距离 d_w 大于特征网格尺度，即开始远离壁面而网格比较精细时，DES97 特征长度尺度转为特征网格尺度。此时 DES97 实质上为 SGS 模型，且类似于 Smagorinsky 代数涡黏模型。

SST-DES 模型基于 Menter SST $k-\omega$ 双方程模型。SST 模型的湍流特征长度尺度为：

$$L_{k-\omega} = k^{1/2} / (\beta^* \omega) \quad (3-4)$$

参考式 (3-2)，可以对其修改得到 SST-DES 版本的特征长度尺度：

$$L_{SST-DES} = \min(L_{k-\omega}, C_{DES}\Delta) \quad (3-5)$$

为了和 DES97 模型定义保持一致，SST-DES 模型转变为 SGS 模型时也应该接近于 Smagorinsky 代数涡黏模型，即涡黏系数正比于应变张量和网格步长的乘积。因此只需修改 SST 模型中湍动能输运方程的耗散项：

$$D_{RANS}^k = \rho\beta^*k\omega = \rho k^{3/2} / L_{k-\omega} \rightarrow D_{SST-DES}^k = \rho k^{3/2} / L_{SST-DES} \quad (3-6)$$

SST-DES 模型完整的方程式为：

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \alpha_k v_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + D_{SST-DES}^k \quad (3-7)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \omega)}{\partial x_j} = \gamma S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(v + \alpha_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) CD_{k\omega} \quad (3-8)$$

式中各项的具体含义可参考第二章。

3.2.2 DES 模型的缺陷

DES 的 RANS/LES 混合特性依赖于 RANS 特征湍流长度尺度和 LES 特征长度尺度（即局部网格尺度）的比较。因此 RANS 区域到 LES 区域的切换可以相当平滑，但是并不安全。在实际的计算应用中，有学者发现 DES 存在一些缺陷，首当其冲的便是应力模式损耗问题 MSD（或者叫网格诱导分离，Grid Induced

Separation, GIS)。MSD 主要是因为近壁面不恰当布置的网格所引起的。图 3-1 展示了三种形式的近壁面边界层网格布置

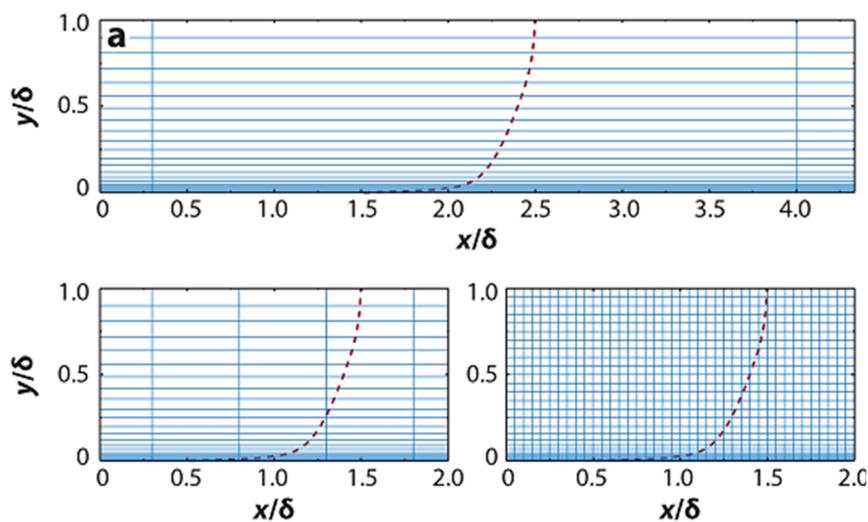


图 3-1 边界层内网格种类^[23]
Fig.3-1 Types of grids in boundary layers^[23]

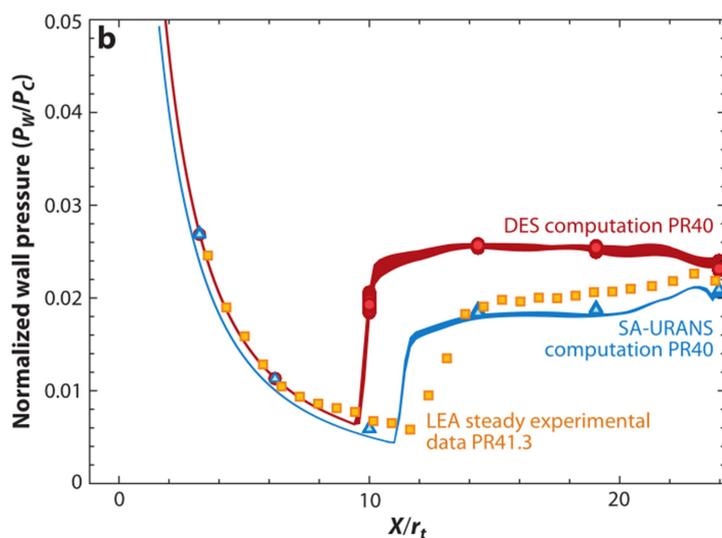


图 3-2 超声速喷嘴压力分布^[23]
Fig.3-2 Pressure distribution in a supersonic nozzle^[23]

如图所示，(a)型网格为 RANS 模型于边界层内的网格布置，也是 DES 模型应当采用的网格布置。(c)型网格是 LES 模型于边界层内的网格布置，可以明显看出比 (a)型网格细密很多。而 (b)型网格则是会引发 MSD 问题的网格布置，它比 (a)型网格要精细，但是远没有达到 LES 模型的计算要求，即 (c)型网格。这时在边界层内 RANS 计算区域会发生的情况是，模型比较网格尺度和壁面距离，判断应使用 LES 模式计算，但实际上网格仍不支持 LES 模式计算而需要用 RANS

模式计算。产生的结果是涡黏系数被不正确地降低了，更多的湍流脉动被“解析”出来，流动分离现象被网格诱导而提前发生了。如图 3-2 所示，出现 MSD 现象时的 DES 模型计算结果甚至劣于网格分辨率粗糙很多的 RANS 模型计算结果。图 3-3 形象地展示了发生 MSD 现象时 DES 计算的流场情况，可以明显看出近壁面网格细化后 DES 计算的流动分离现象比 RANS 提前了很多。

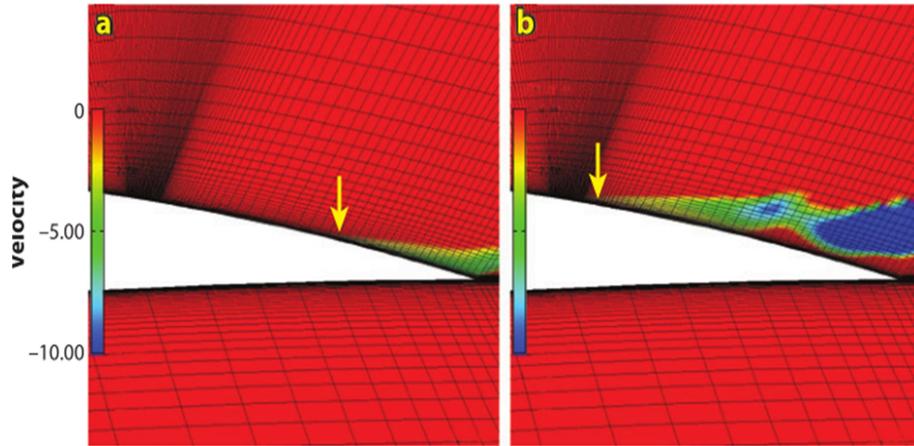


图 3-3 机翼绕流涡量云图^[73]
Fig.3-3 Vorticity contours over an airfoil^[73]

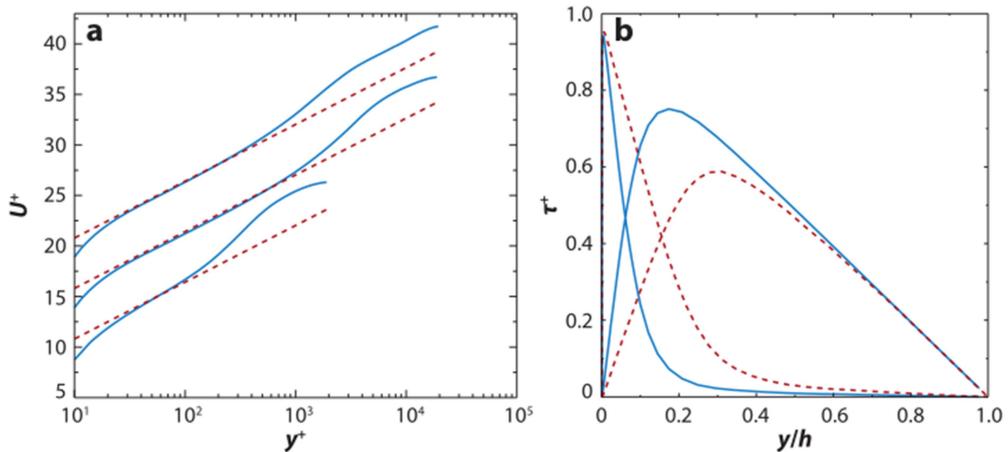


图 3-4 槽流模拟对数区速度分布^[74]
Fig.3-4 Velocity distribution in the log layer of a channel flow^[74]

DES 存在的另一个问题是对数率层不匹配问题(Log-Layer Mismatch, LLM)。如图 3-4 所示，边界层内对数区“内层”是由 RANS 模式计算的，“外层”是由 LES 模式计算的，而 RANS 计算的涡黏系数偏大，因此解析的湍流信息比较少导致对数区“内层”和“外层”不匹配。这时计算的壁面摩擦系数会比实际少 15 至 20%，这在工程应用中是不可接受的。

“灰区”现象也是在工程应用中使用 DES 方法出现较普遍的问题。“灰区”现象发生在 DES 的 RANS-LES 交接界面处，RANS 没有能够给 LES 提供足够的湍流脉动信息，此时 RANS 与 LES 切换时解析应力和模化应力都不充分，计算处于非 RANS 亦非 LES 模式的未定义模式——“灰区”。如图 3-5 所示，可以看出在喷嘴出口至解析出大量旋涡之间有相当一段距离是涡量极少的“空白”区域，即“灰区”。

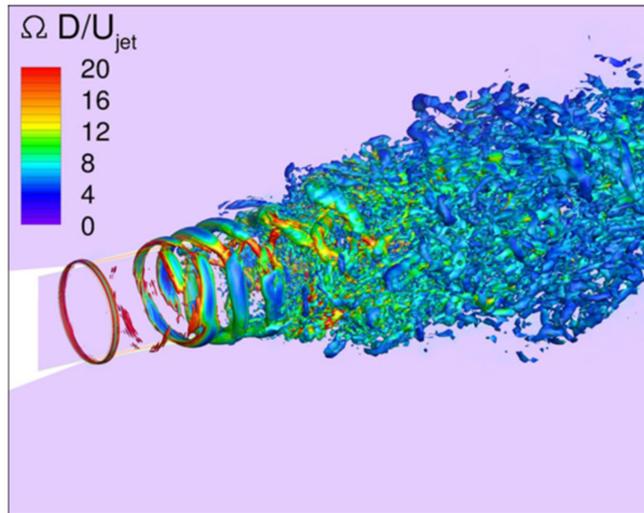


图 3-5 喷嘴射流涡量云图^[75]
Fig.3-5 Vorticity contour of a nozzle jet^[75]

3.2.3 延迟涡模型

为了避免 RANS 计算区域过早地被切换到 LES 模式，DDES 通过引入延迟函数来修改 DDES 中的湍流特征长度尺度。Spalart 提出的延迟函数形式如下：

$$f_d = 1 - \tanh((8r_d)^3) \quad (3-9)$$

其中 $r_d = \frac{v_t + \nu}{\sqrt{u_{ij}u_{ij}k^2 d^2}}$ 为延迟因子。在近壁面边界层区域， f_d 为 0。而在远离壁面的分离流动区域， f_d 接近于 1。由此 DDES 的湍流特征长度尺度定义为：

$$L_{DDES} = L_{RANS} f_d \max(0, L_{RANS} - L_{LES}) \quad (3-10)$$

可以看出，重新定义的湍流特征长度尺度 L_{DDES} 保证近壁面边界层区域使用 RANS 模型计算。

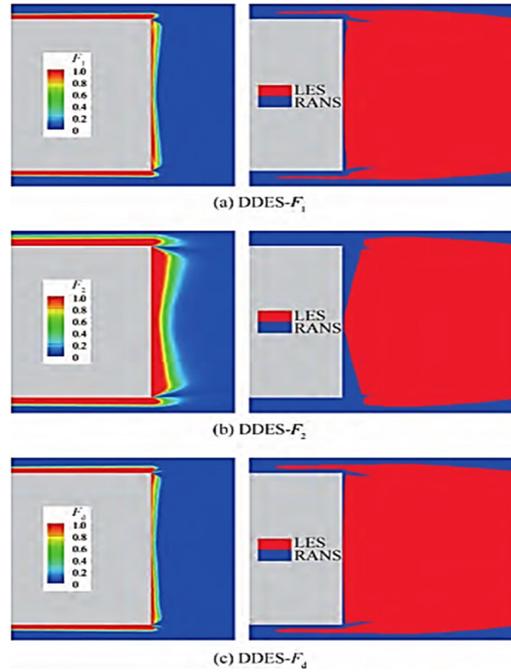


图 3-6 不同延迟函数分布与 RANS/LES 区域划分云图^[76]

Fig.3-6 Contours of distribution of different delayed functions and placement of RANS /LES regions^[76]

除了式 (3-9) 定义的延迟函数 f_d ，还有多种形式的延迟函数。这里介绍两种常用的延迟函数 f_1 和 f_2 ：

(1) f_1 函数

$$f_1 = \tanh(\Gamma^4) \quad (3-11)$$

$$\Gamma = \min(\max(\Gamma_1, \Gamma_3), \Gamma_2) \quad (3-12)$$

$$\Gamma_1 = 500\mu_1 / (\rho\omega d^2) \quad (3-13)$$

$$\Gamma_2 = 4\rho k\sigma_{\omega 2} / (CD_{k\omega} d^2) \quad (3-14)$$

$$\Gamma_3 = k^{1/2} / (0.09\omega d) \quad (3-15)$$

$$CD_{k\omega} = \max\left(\frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-20}\right) \quad (3-16)$$

(2) f_2 函数

$$f_2 = \tanh(\Pi^2) \quad (3-17)$$

$$\Pi = \max(2\Gamma_3, \Gamma_1) \quad (3-18)$$

这三种延迟函数的性质略有不同，图 3-6 给出了各延迟函数在计算域中的分

布情况及其对应的 RANS/LES 区域划分。可以看出，近壁面处各延迟函数的值均取为，表示 RANS 计算区域受到了延迟函数的保护；而区域划分方面各延迟函数表现不同， f_2 函数的保护区域最大， f_1 函数和 f_d 函数的保护区域偏小。延迟函数的不同可一定程度上影响 DDES 模型的模拟表现。

3.3 DDES 与 RANS 模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流

3.3.1 数值格式

本文的所有计算都是在开源平台 OpenFOAM 上进行的。利用基于结构网格的单元中心有限体积法对 Navier-Stokes 方程进行离散；时间项采用隐式 Euler 格式进行离散；对流项采用带限制器的线性差分 TVD 格式离散；扩散项由中心差分格式离散；采用 PIMPLE 算法处理速度与压力的耦合；使用 $k-\omega$ 壁面模型。

3.3.2 算例设置

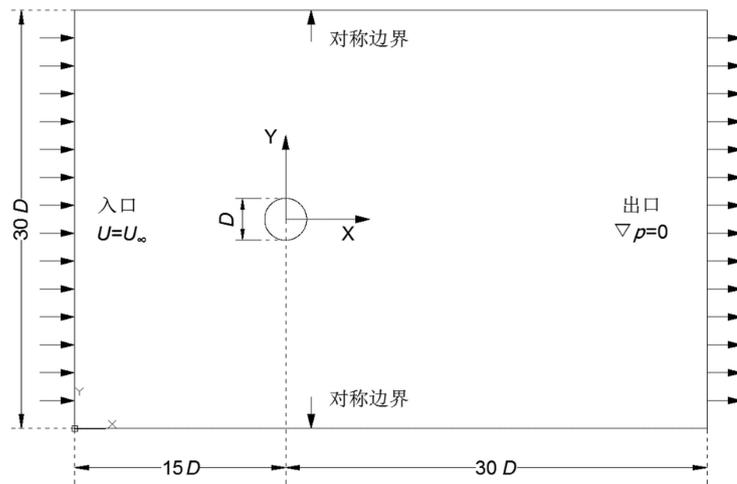


图 3-7 圆柱绕流计算域和边界条件

Fig.3-7 Computational domain and boundary conditions of flow around a circular cylinder

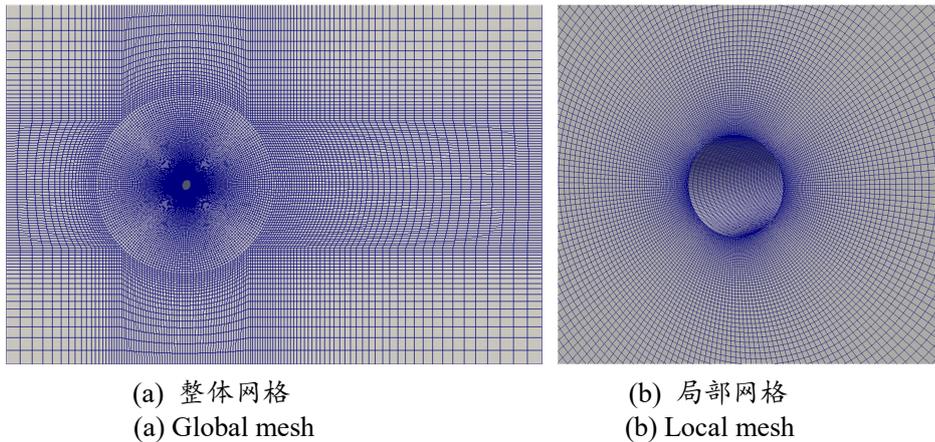


图 3-8 圆柱计算域与网格划分

Fig.3-8 Global and local mesh for circular cylinder

如图 3-7 所示，圆柱的直径被设置为 $D=0.01\text{m}$ ，高度被设置为 $L_z=\pi D$ 。坐标的原点设置在圆柱的中心。计算域的流向长度设置为 $4D$ ，而横向长度设置为 $30D$ 。这种形式的计算域布置是为了确保能够捕捉圆柱绕流的流场特性。

根据圆柱绕流流场的物理特征，边界被标记为入口、出口、侧面、底部和顶部。圆柱的表面被认为是无滑移壁。在入口边界处定义了流速为 $U_\infty=0.039\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的均匀来流。出口边界处的压力梯度设置为 0。根据圆柱的展向长度为无限的假设，其余的边界均被定义为对称边界。

由于圆柱的简单几何结构，本文采用结构化网格，如图 3-8 所示。其中，圆柱周围 $5D$ 范围内采用 O 型网格生成。而网格域的其余部分是用正交六面体网格生成的。圆柱壁面附近的第一层网格的厚度设为 $\Delta=0.005D$ 以确保 $y^+ \leq 1$ 。展向网格划分单元数为 $n_z=32$ 。最终生成的网格总数为 85 万。计算时间步设为 $0.003D/U_\infty$ 以确保最大库朗数在个位数以内。

3.3.3 时均流场特征对比分析

表 3-1 展示了 Menter SST-URANS 模型和 SST-DDES 模型计算的一些典型的流动系数（如阻力系数 C_d ）与实验值和 LES 计算结果的比较。时间平均操作所采用的时间间隔为 $0.39 D/U_\infty$ ，统计时间约为 78 个泄涡周期。

从表 3-1 中可以看出，SST-URANS 模型计算的阻力系数 C_d 高出 SST-DDES 约 27%，同时其计算的圆柱尾部压力系数 C_{pb} 约是 SST-DDES 的 1.5 倍，这说明：SST-URANS 计算的壁面后流场速度过小，导致圆柱壁面前后压差大，所以相应得计算的阻力也过大。无量纲最小来流速度 U_{min}/U_∞ 验证了这一点，SST-URANS 计算的最小来流速度大约仅有实验数据的 25%，这也侧面说明了 SST-URANS 计算

的涡黏系数过大，导致耗散过大，速度衰减严重。而 SST-DDES 相对和实验数据吻合良好。对于无量纲回流区域的计算，SST-URANS 和 SST-DDES 与实验数据都存在一些偏差。但是 SST-DDES 计算的无量纲回流区域比较接近于 LES，略高于实验；而 SST-URANS 计算的回流区域远小于实验，这说明 SST-URANS 计算的流场速度于圆柱壁面后迅速减小，导致回流现象比实际提前了很多。值得注意的是，SST-URANS 和 SST-DDES 计算的斯特劳哈尔数 St （旋涡脱落频率）和实验都比较接近。这是因为 SST-URANS 本身就将旋涡脱落周期 T 作为特征时间尺度进行时间平均操作，即 SST-URANS 考虑了单一尺度湍流运动。但是 SST-URANS 未能考虑进更多的湍流小尺度，导致 SST-URANS 在计算非稳态流动时的表现远不如 SST-DDES。

表 3-2 圆柱绕流流场时均特征系数

Table 3-2 Time-averaged characteristic coefficients of flow around a circular cylinder

数据来源	C_d	C_{pb}	St	L_{rec}/D	U_{min}/U_∞
实验 ^[78]	0.990	0.88	0.215	1.33	0.24
PIV ^[79]	—	—	0.208	1.51	0.34
LES ^[79]	—	—	0.208	1.56	0.26
SST-DDES	1.000	0.84	0.208	1.52	0.29
SST-URANS	1.271	1.26	0.212	0.38	0.06

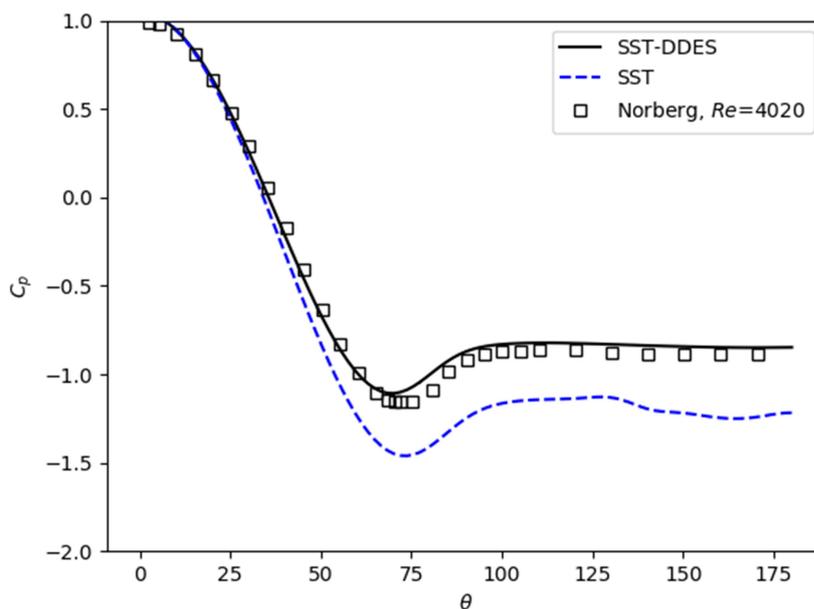
图 3-9 圆柱壁面周向压力系数分布曲线^[78]Fig.3-9 Distributions of circumferential pressure coefficient on the surface of a circular cylinder^[78]

图 3-9 为周向压力系数在圆柱壁面上的分布曲线。压力系数在上游驻点处达到略大于 1 的最大值，随即在分离角附近（约为 65° ）达到最小值。可以看出，SST-DDES 的计算结果相对接近于实验，而 SST-URANS 的结果与实验相差较大。尤其是从 50° 分离点附近到 180° 圆柱壁面后的区域，SST-URANS 计算的压力系数绝对值约比实验高出 50% 左右。这说明 SST-URANS 计算的圆柱壁面附近的整体流场速度要比实际小很多，导致压差比实际要大。

图 3-10 为圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。如图所示，SST-DDES 模型于不同截面计算的速度剖面均与实验吻合良好。而 SST-URANS 的计算结果与实验结果相差较大：SST-URANS 于 $x/D=1.06$ 截面处计算的速度剖面相对实验和 SST-DDES 要“尖锐”，于 $x/D=1.54$ 截面和 $x/D=2.02$ 截面处计算的速度整体比实验和 SST-DDES 大很多。这说明 SST-URANS 计算的圆柱壁面后尾流场速度“恢复”要比实际快得多，湍流运动被迅速地耗散掉，从而于圆柱壁面后不远处流场速度就变化得均匀平缓，其值接近于来流速度。这也说明了 SST-URANS 计算的回流区长度比实验和 SST-DDES 短很多的原因。

图 3-11 为圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。如图所示，SST-DDES 模型的计算结果除去峰值略低于实验外，其他均与实验吻合良好。而 SST-URANS 于 $x/D=1.06$ 截面处的计算结果明显高于实验，呈“Z”字状。这说明 SST-URANS 计算的圆柱近壁面速度于各个方向上的分布更“均匀”，这显然不符合实际流动中流向速度占主要部分的情况。

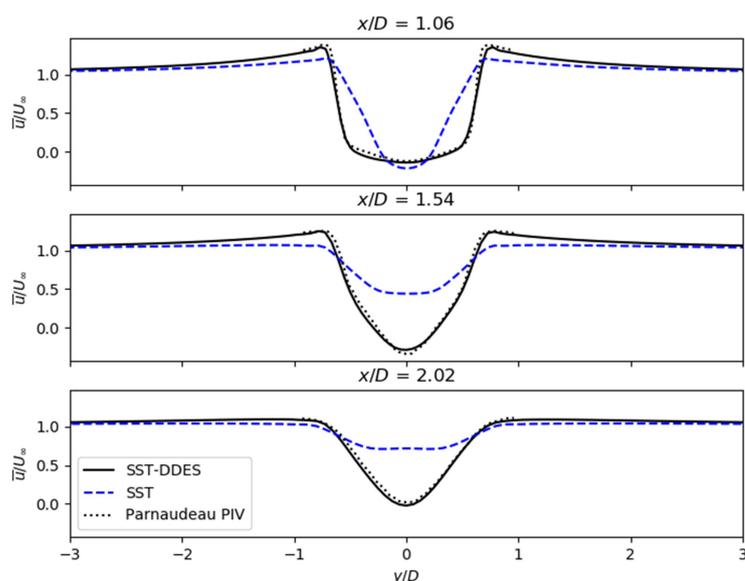


图 3-10 圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]

Fig.3-10 Mean stream-wise velocities at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

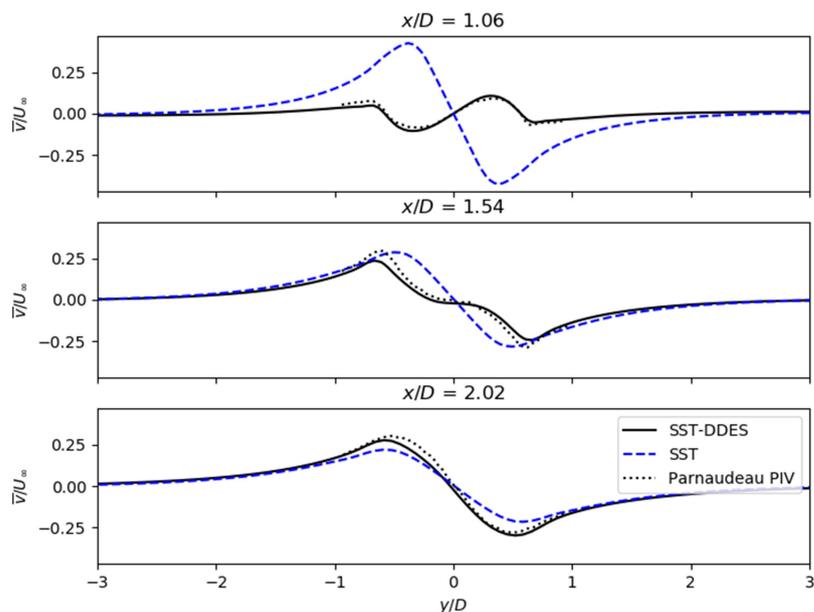
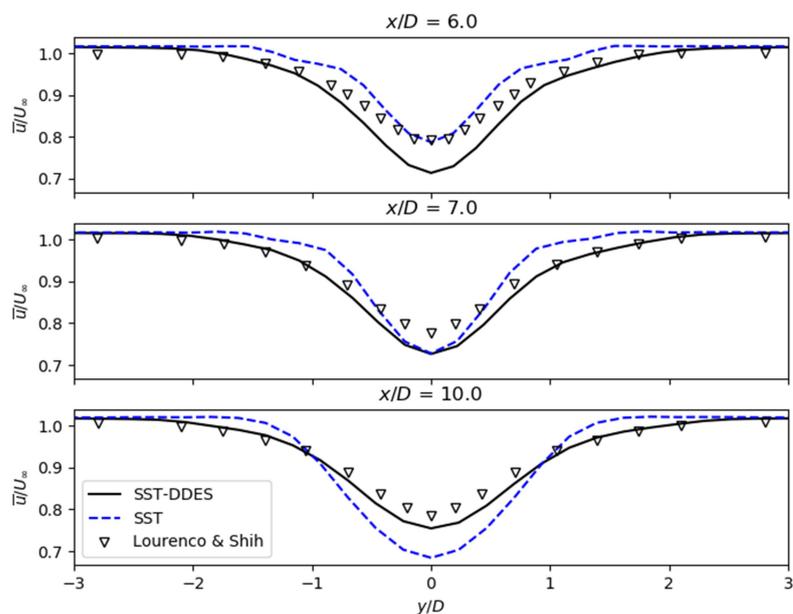
图 3-11 圆柱近尾流场不同截面处的时均纵向速度剖面曲线^[79]Fig.3-11 Mean vertical-wise velocities at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]图 3-12 圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]Fig.3-12 Mean cross-flow velocity at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

图 3-12 为圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。SST-DDES 的计算结果要比实验结果要低，可能是因为远尾流场的网格分辨率太低，导致 SST-DDES 于远尾流场处的耗散过大。但是 SST-URANS 计算的远流场壁面后流向速度随着壁面距离的增大反而呈现出变小的趋势，这明显与实际情况不符：距离

壁面越远，流向速度应越来越“恢复”至接近流向速度，而非变小。

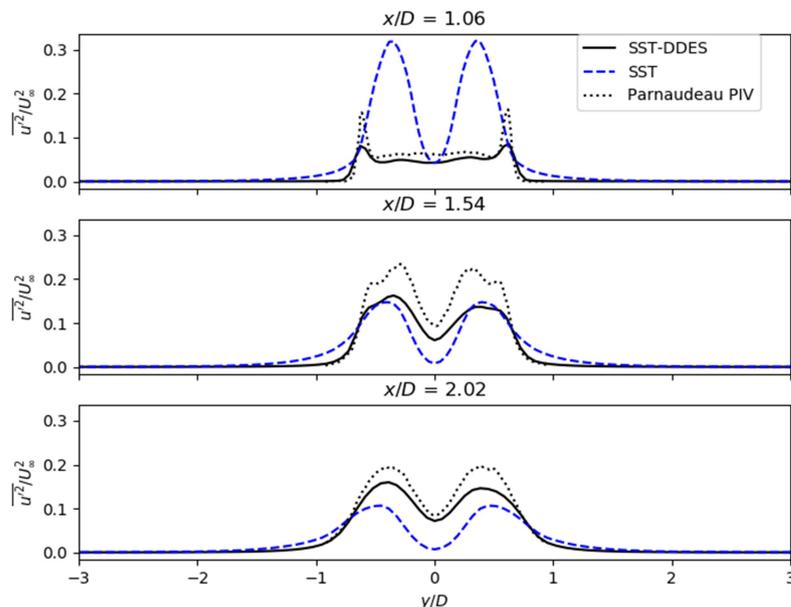


图 3-13 圆柱近尾流场不同截面处的时均脉动速度剖面曲线^[79]

Fig.3-13 Mean stream-wise normal Reynolds stresses in the near wake of flow around cylinder^[79]

图 3-13 为圆柱近尾流场不同截面处的时均流向脉动速度剖面曲线。SST-DDES 计算的峰值略小于实验结果，其他均与实验吻合良好。而 SST-URANS 的计算结果则呈现出了与图 3-11 中一样的趋势： $x/D=1.06$ 截面处峰值明显高于实验结果，而到 $x/D=1.54$ 截面和 $x/D=2.02$ 截面处迅速减小。这说明 SST-URANS 计算的湍流运动在近壁面 $x/D=1$ 范围内相当活跃，而之后又衰减迅速。

通过上文的比较可以看出，对于雷诺数 $Re = 3900$ 的圆柱绕流时均特征的计算结果，SST-DDES 模型相较 SST-URANS 模型的优势相当明显。因为该类柱体绕流属于大分离流动，含有丰富的湍流尺度，SST-URANS 难以捕捉湍流小尺度的缺陷便被放大了。而 SST-DDES 可以捕捉到网格尺寸的湍流小尺度运动，所以在时均结果上的表现远比 SST-URANS 要好。

3.3.4 瞬时流场特征对比分析

图 3-14 为使用 Q 准则^[80] 计算的瞬时涡量等值面，涡量 Q 由下式定义：

$$Q = -\frac{1}{2}(S_{ij}S_{ij} - \Omega_{ij}\Omega_{ij}) \quad (3-19)$$

式中 S ——应变率张量；

Ω ——旋转张量；

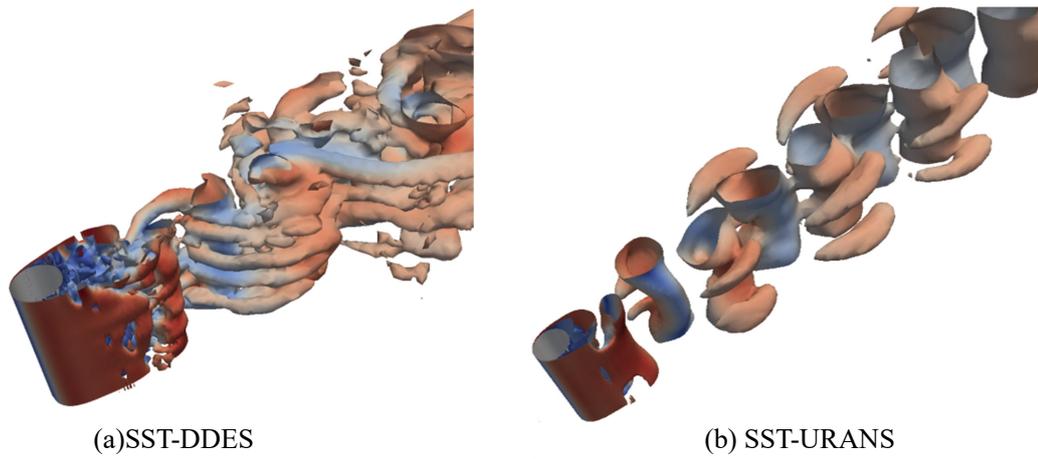


图 3-14 圆柱绕流 Q 准则涡量等值面
Fig.3-14 Iso-surface of the Q -criterion of flow past a circular cylinder

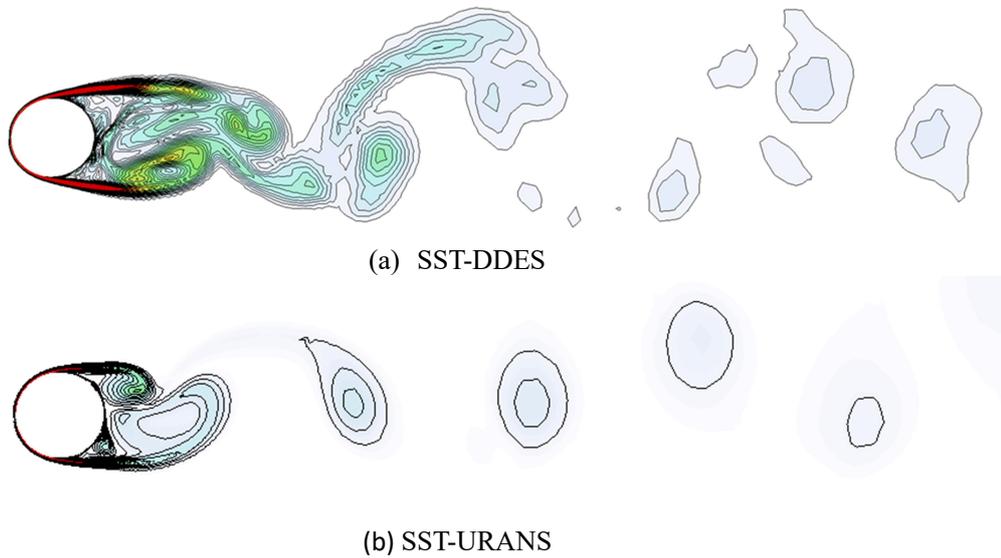


图 3-15 圆柱绕流 X-Y 截面处涡量等值线
Fig.3-15 Contours of vorticity magnitudes of the flow past a cylinder in the X-Y plane

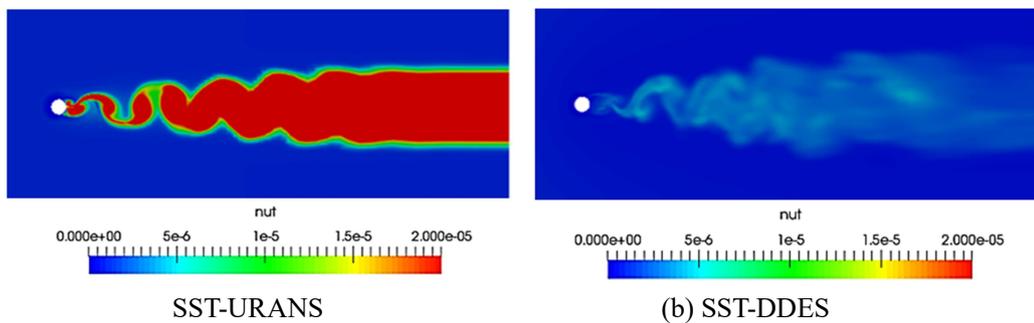


图 3-16 圆柱绕流涡黏系数云图
Fig.3-16 Contours of turbulence viscosity of the flow past a cylinder

从图 3-14 可以看出, SST-URANS 的涡量等值面呈现了二维卡门涡街的现象, 捕捉的涡量尺度比较大。而 SST-DDES 还在圆柱展向方向额外呈现了卡门涡街现象, 同时捕捉到了很多小尺度涡量, 展现的湍流运动的尺度范围和三维效应比 SST-URANS 要明显很多。这充分体现了 SST-DDES 作为 RANS/LES 混合方法在大分离流动中可以获得接近 LES 的模拟表现。

图 3-15 为使用 SST-DDES 和 SST-URANS 模型计算的圆柱绕流 X - Y 截面处的涡量等值线。可以看出, SST-URANS 计算的涡量明显少于 SST-DDES, 并随着壁面距离变大而迅速耗散, 同时模拟得到的回流区长度与 SST-DDES 相比很短。相比之下 SST-DDES 计算的涡量尚能在壁面后保持一段距离。SST-URANS 计算的涡量等值线比较规则, 而 SST-DDES 计算的涡量等值线相当复杂。这也侧面体现了 SST-URANS 的计算结果都比较偏向于二维情况, SST-DDES 则能捕捉到丰富的三维效应。

图 3-16 为 SST-DDES 和 SST-URANS 模型计算的涡黏系数涡量云图。如图所示, 在相同标度尺下, SST-URANS 计算的涡黏系数明显比 SST-DDES 高。尤其在圆柱壁面附近 SST-DDES 计算的涡黏系数很小的地方, SST-URANS 却有相当大的值。这也解释了为何 SST-URANS 计算的圆柱周向壁面压力系数比 SST-DDES 高的原因: SST-URANS 的湍流粘性大, 因此耗散严重, 流场速度小, 从而导致圆柱壁面前后压差大。

3.4 DDES 与 RANS 模拟 $Re=22000$ 方柱绕流

3.4.1 算例设置

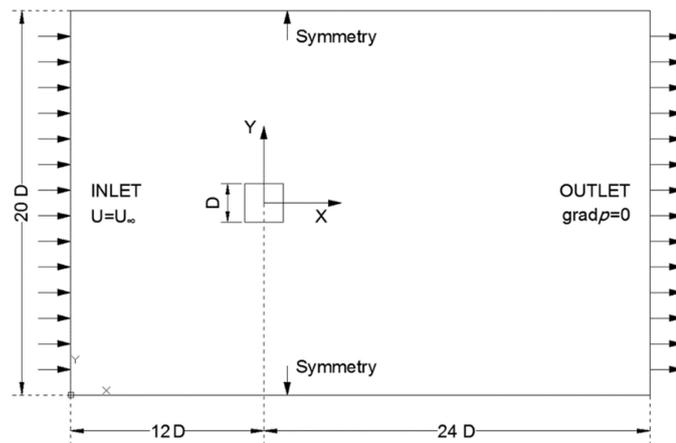


图 3-17 方柱绕流计算域和边界条件

Fig.3-17 Computational domain and boundary conditions of flow around a square cylinder

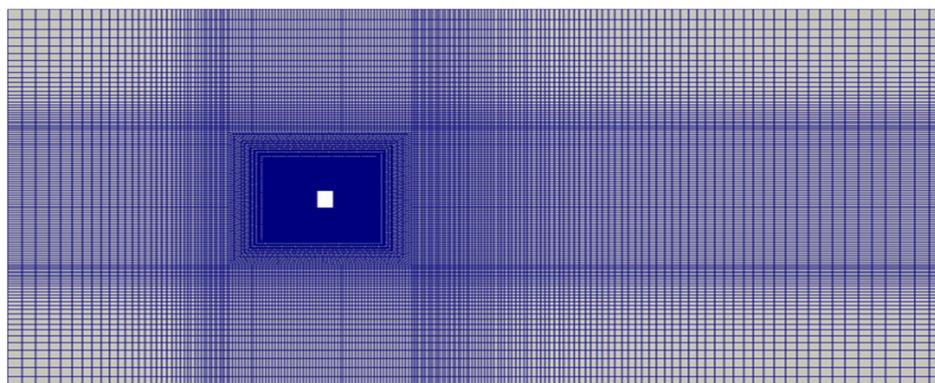


图 3-18 方柱绕流计算网格

Fig.3-18 Computational mesh for flow around a square cylinder

如图 3-17 所示,与圆柱绕流算例的设置相同,方柱的特征尺度 D 设为 0.01m ,展向高度被设置为 $L_z = 4D$ 。坐标的原点设置在方柱的中心。计算域的流向长度设置为 $36D$,而横向长度设置为 $20D$ 。事实证明,这种形式设置的计算域可以很好地捕捉到流场特性。方柱绕流的边界条件设置和上文圆柱绕流算例一致:边界被标记为入口、出口、侧面、底部和顶部;方柱的表面被认为是无滑移壁;在入口边界处定义了流速为 $U_\infty = 2.2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的均匀来流。出口边界处的压力梯度设置为 0 ;其余的边界均被定义为对称边界。

方柱绕流的网格设置如图 3-18 所示,其中方柱壁面 $5D$ 范围内采用 120×60 的 O 型网格,网格的其余部分为正交六面体。为了确保壁面边界层厚度内有十层网格覆盖和 $y^+ \leq 1$,壁面第一层网格厚度 Δ_0 设为 $0.005D$ 。展向网格单元数 n_z 设为 80 ,最终网格数目约为 220 万。计算时间步同样设为 $0.003D/U_\infty$ 以确保最大库朗数在个位数以内。

3.4.2 时均流场特征对比分析

表 3-2 方柱绕流流场时均特征系数

Table 3-2 Time-averaged characteristic coefficients of flow around a square cylinder

数据来源	C_d	St	L_{rec}/D
试验 ^[81]	2.35	0.135	—
LES ^[82]	2.18	0.130	1.07
SST-DDES	2.40	0.126	1.14
SST-URANS	2.025	0.130	1.02

表 3-2 展示了 SST-DDES 和 SST-URANS 计算的方柱绕流的流场时均特征系

数与实验结果和 LES 计算结果的比较。可以注意到 SST-URANS 计算的时均流场特征系数出现了于上文圆柱绕流相反的表现：阻力系数小于 SST-DDES 约 20%，只有斯特劳哈尔数 St 于 SST-DDES 和实验结果比较接近。而 SST-DDES 相对与实验结果比较吻合。

图 3-19 为方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度分布。由图 3-19 中可以看出，与 SST-URAN 计算的流场时均特征系数偏小相对应，其计算的流向时均速度明显偏大，超过实验大约 60%左右。SST-DDES 计算的流向时均速度则与实验相当吻合。图 3-20 为方柱近尾流场 $x/D=1$ 截面处时均流向速度分布。SST-URANS 的计算值的壁面起始处速度值和速度峰值均略大于 SST-DDES 和实验。图 3-21 为方柱近尾流场 $x/D=1$ 截面处时均纵向速度分布。SST-URANS 的时均纵向分布又总体小于 SST-DDES 和实验。总得来说，SST-URANS 计算得流场速度分布相当不准确，尤其是远尾流场速度远大于 SST-DDES 和实验。由此可以推断：因为 SST-URANS 计算的流场速度大于 SST-DDES，方柱壁面前后速度差小，所以压差小，导致其计算的阻力系数要小于 SST-DDES。同时可以注意到，SST-URANS 计算的回流区长度依然略短于 SST-DDES 和实验。

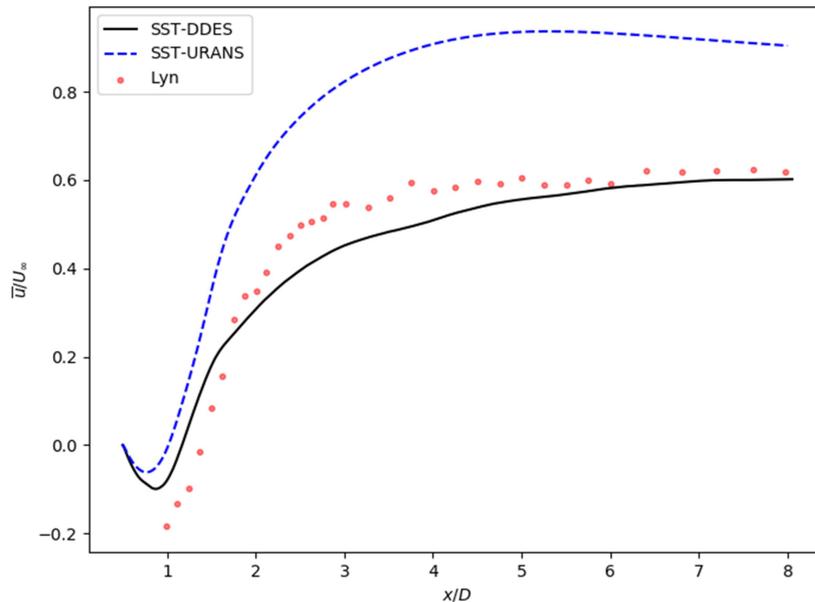


图 3-19 方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度分布^[83]

Fig.3-19 Mean horizontal velocities of the wake of flow around a square cylinder at the centerline^[83]

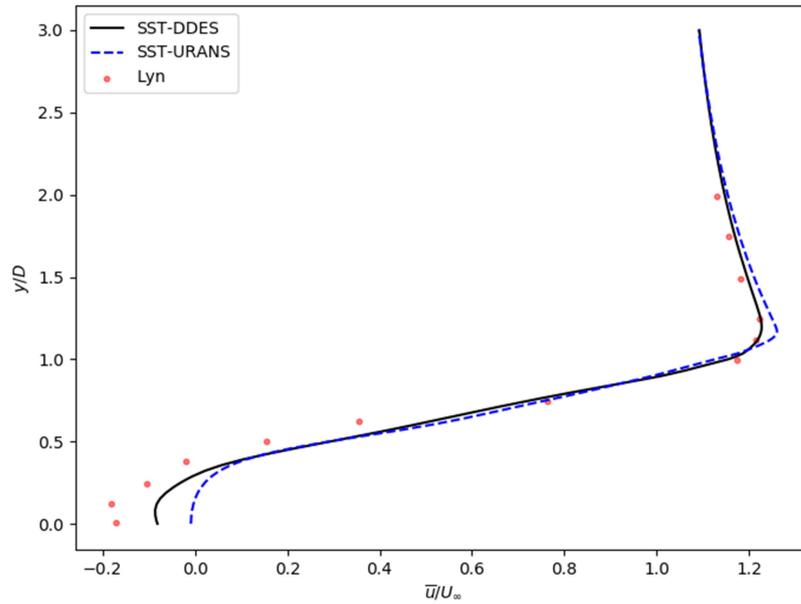
图 3-20 方柱绕流尾流 $x/D=1$ 截面处时均流向速度分布^[83]Fig.3-20 Mean horizontal velocities of flow around a square cylinder at the plane $x/D=1$ ^[83]

图 3-22 为方柱绕流尾流中心轴处时均流向脉动速度分布。由图可以发现，SST-URANS 计算的速度脉动明显小于 SST-DDES 和实验，这说明了 SST-URANS 模化的雷诺应力明显不足。而 SST-DDES 的速度脉动代表的应力一部分代表的大尺度涡由计算直接解析得到，一部分代表小于网格尺度的小尺度涡由 SGS 模型模化得到，相对 SST-URANS 与实验结果吻合得很好。图 3-23 为方柱绕流尾流中心轴处时均纵向脉动速度分布，可以看出 SST-DDES 计算近壁面纵向脉动速度值和峰值略大于实验结果，远壁面处与实验相当吻合。而 SST-URANS 计算的纵向速度脉动近壁面处小于实验结果，远壁面处又大于实验结果，并呈现越来越偏离的趋势。

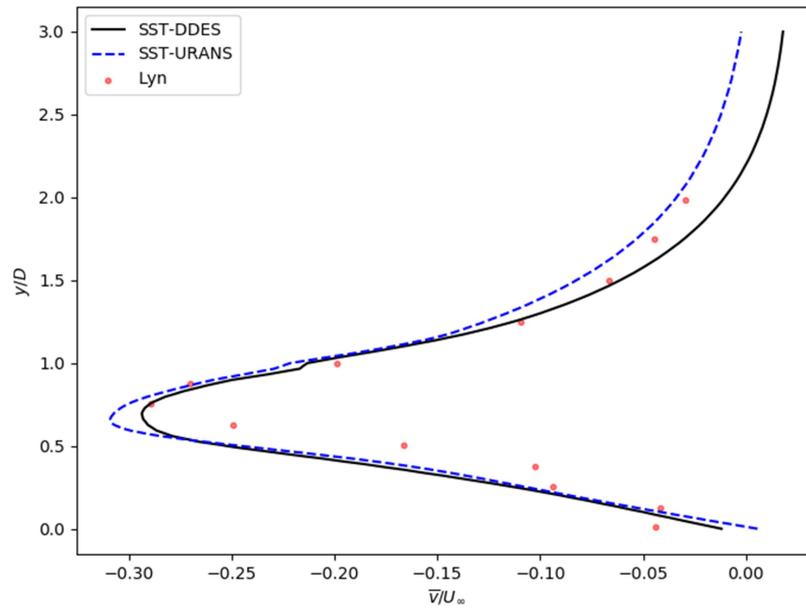


图 3-21 方柱绕流 $x/D=1$ 截面处时均纵向速度分布^[83]
 Fig.3-21 Mean vertical velocities of flow around a square cylinder at the plane $x/D=1$ ^[83]

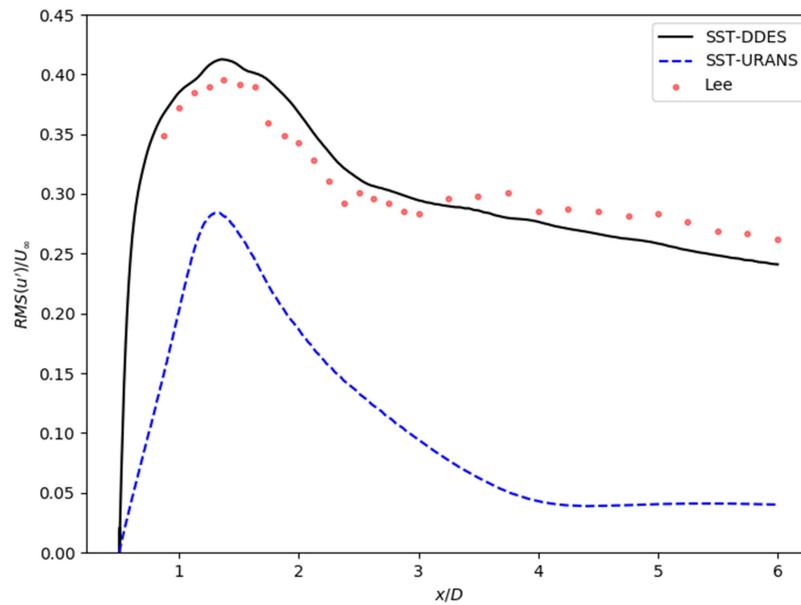
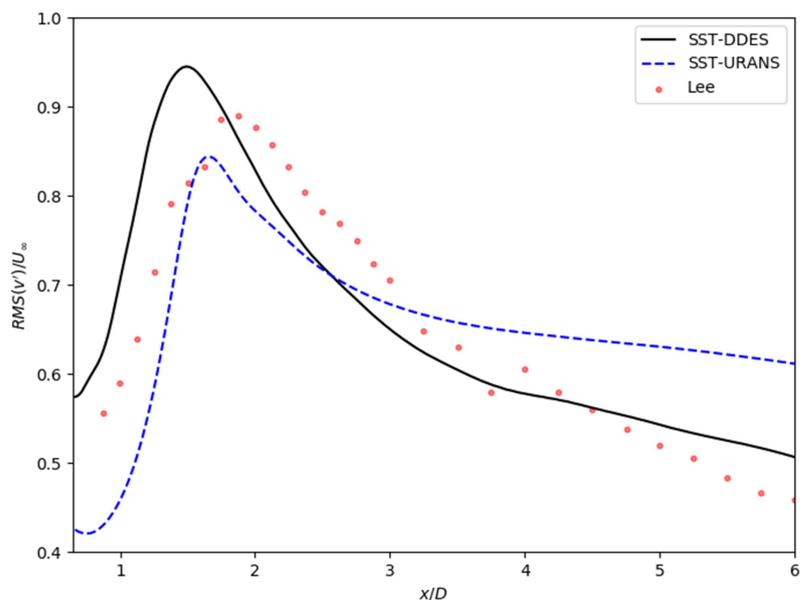


图 3-22 方柱绕流尾流中心轴处时均流向脉动速度分布^[84]
 Fig.3-22 Mean horizontal fluctuated velocity of flow around a square cylinder at the centerline^[84]

图 3-23 方柱绕流尾流中心轴处时均纵向脉动速度分布^[84]Fig.3-23 Mean vertical fluctuated velocity of flow around a square cylinder at the centerline^[84]

总体来说, SST-URANS 计算的时均流场特征与实验偏差较大, 因为其模化的雷诺应力不足而导致流场速度偏大, 从而计算的阻力系数偏小。SST-DDES 的计算结果则与实验结果相当接近, 体现了其在计算较高雷诺数的大分离流动时的优势。

3.4.3 瞬时流场特征对比分析

图 3-24 为使用 Q 准则得到的方柱绕流涡量等值面。相对于雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例, SST-URANS 计算的涡量等值面几乎没有捕捉到三维效应, 呈现出二维卡门涡街的效果。而 SST-DDES 则明显模拟得到了更多细小的涡结构, 三维效应非常明显。

图 3-25 为使用 SST-DDES 和 SST-URANS 模型计算的方柱绕流 X-Y 截面处的涡量等值线。可以看出 SST-DDES 在近壁面处展现了丰富复杂的旋涡结构, 且涡量往下游流场发展的过程中尚能保持相当一段距离, 同时在纵向 y 方向上逐渐扩散。而 SST-URANS 计算的旋涡结构相当规则, 二维效应明显, 从壁面出发后被迅速耗散, 涡街被约束在壁面后没有出现涡量扩散的现象。

总体来说, SST-URANS 在雷诺数更高的方柱绕流算例中并没有能够模拟三维效应, 计算的涡量耗散明显; 而 SST-DDES 则捕捉到丰富细小的旋涡结构, 三维效应明显, 其计算的涡量在离开壁面后尚能保持一段距离并且向两边扩散。

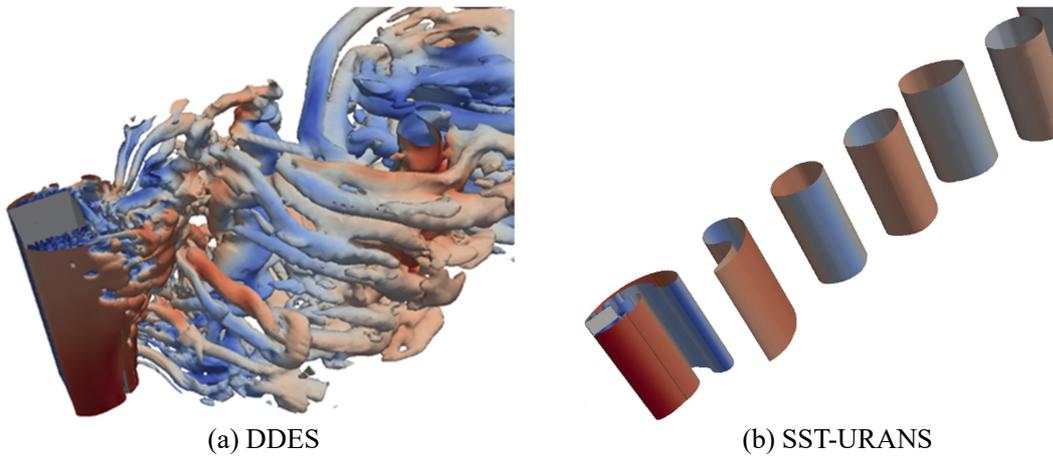


图 3-24 方柱绕流 Q 准则涡量等值面
Fig.3-24 Iso-surface of the Q-criterion of flow past a circular cylinder

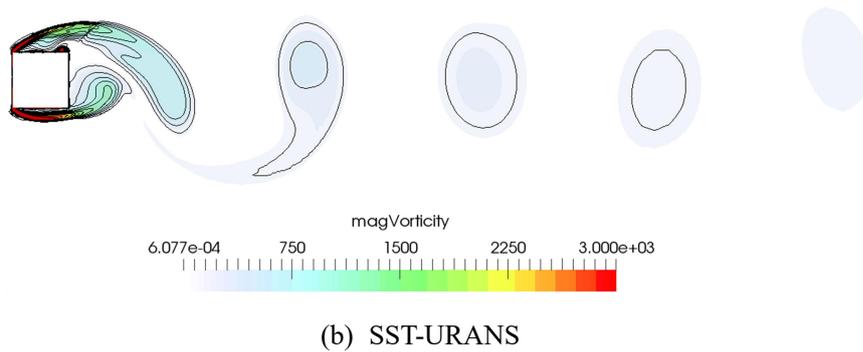
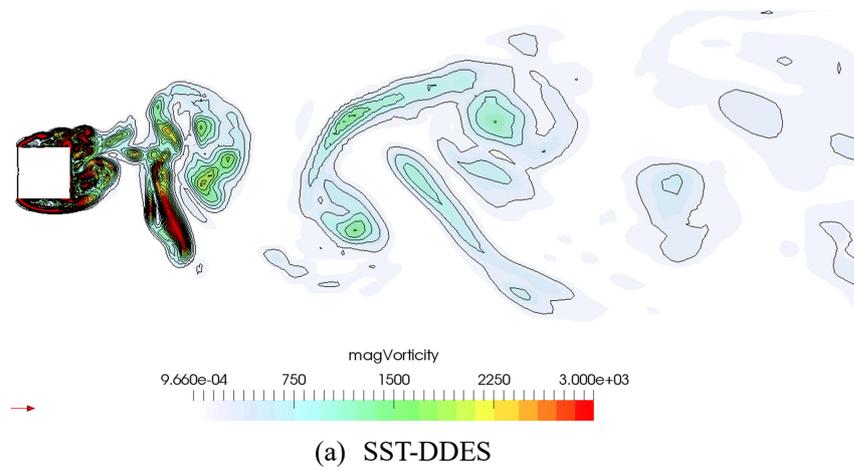


图 3-25 圆柱绕流 X-Y 截面处涡量等值线
Fig.3-25 Contours of vorticity magnitudes of the flow past a cylinder in the X-Y plane

3.5 本章小结

本章主要介绍了 DES 模型的原理及其存在的缺陷, 以及通过引入延迟函数解决了 DES 模型 MSD 问题的 DDES 模型。为了验证 DDES 模型在模拟大分离流动中相对 RANS 方法的优势, 利用 SST-DDES 模型和 SST-URANS 模型分别模拟了雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流: 先介绍了计算采用的数值格式和柱体绕流的算例配置情况, 然后比较了 SST-DDES 模型和 SST-URANS 模型计算的时均流场结果和瞬时流场结果, 分析了这两个模型模拟表现出现差异的原因, 得出了以下主要结论:

1) 雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例的流场时均特征中, SST-URANS 计算的涡黏系数过大, 导致流场速度偏小, 从而圆柱壁面压差大, 因此其计算的阻力系数 C_d 和圆柱壁面压力系数 C_p 大于 SST-DDES。同时 SST-URANS 计算的时均脉动速度在近壁面处大于 SST-DDES 和实验, 随后其幅值又迅速减小, 说明 SST-URANS 模型计算的耗散过大。SST-DDES 模型的各项计算结果相对与实验均吻合良好。

2) 雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流算例的流场时均特征中, 从脉动速度的计算中便可看出 SST-URANS 模化的雷诺应力严重不足。由此导致的结果是计算的流场速度偏大, 从而圆柱壁面压差小, 因此阻力系数 C_d 小于 SST-DDES, 同时 SST-URANS 计算的回流区长度依然偏小。

3) 对于 $Re=3900$ 圆柱绕流和 $Re=22000$ 方柱绕流算例, 可以发现 SST-URANS 和 SST-DDES 计算的流场瞬时特征的一些共性: SST-URANS 的涡量等值面呈现了二维卡门涡街的现象 (尤其是在方柱绕流算例中), 捕捉的涡量尺度比较大。而 SST-DDES 还在柱体展向方向额外呈现了卡门涡街现象, 同时捕捉到了很多小尺度涡量, 展现的湍流运动的尺度范围和三维效应比 SST-URANS 要明显很多; 从涡量等值线的计算上可以看出, SST-URANS 计算的旋涡结构较规则, 涡量于壁面下游被迅速耗散; SST-DDES 可以捕捉丰富复杂的旋涡结构, 涡量离开壁面后还能保持一段距离。

总体而言, DDES 模型计算的时均流场特征和瞬时流场特征均比 URANS 模型改进很多。因为 DDES 模型能够模拟更多小尺度湍流运动, 所以计算结果自然更精确。对于类似柱体绕流这样湍流运动尺度范围大的大分离流动, DDES 模型比对 URANS 模型的优势非常明显。

第四章 尺度自适应模型

4.1 引言

上一个章节所讲的 DDES 是一种典型的 RANS/LES 混合界面模型。它将 RANS 特征长度尺度和 LES 特征长度相比较, 由此定义混合长度以自动决定 RANS 和 LES 交接界面。DDES 模型模拟远壁面大分离流动区域的能力本质上仍然来自于 LES, 即引入数值网格尺度来降低模拟湍流粘性系数从而解析出更多的湍流脉动。与此同时, 存在着一类这样的 RANS/LES 模型, 它们可以实现在近壁面使用 RANS 模型计算而在远壁面得到类 LES 模型表现。但是它们不依赖于数值网格尺度, 而是引入物理特征长度尺度来实现 RANS/LES 混合特性。因此它们本质上是一种 RANS 模型, 一般称之为“二代 URANS”。而尺度自适应模型 SAS 就是“二代 URANS”模型中最为常用的 RANS/LES 混合模型。

SAS 模型的“尺度自适应”特性集中体现在它定义的一个正比于二阶速度梯度的特征长度尺度——冯卡门尺度, 该尺度可以根据流场中湍流运动的大小而自适应改变自身大小。因为 SAS 模型与 DDES 模型等发展较为成熟的 RANS/LES 混合模型相比较而言还较“年轻”, 其模型特性和模拟能力还未得到充分检验, 因此本章主要探究 SAS 模型原理以及检验其在以柱体绕流为典型的大分离流动中的模拟表现。

本章首先讲解了 SAS 模型的原理及其自适应特性的理论解释; 其次分别使用 DDES 模型和 SAS 模型计算雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流这两个柱体绕流的标准算例, 对比分析了 SAS 模型的模拟表现; 然后探讨了冯卡门限制器对于 SAS 模型模拟表现的影响。

4.2 SAS 模型及其自适应原理

4.2.1 Rotta $k-kL$ 双方程模型

SAS 模型起源于 Rotta 构造的一个 $k-kL$ 双方程输运模型, 其中 k 为湍动能, L 则为湍流特征积分尺度, 代表含有大部分湍动能的大尺度涡结构。这一小节简要介绍一下 Rotta $k-kL$ 双方程模型的必要细节, 以方便读者能够更好地理解 SAS 模型的自适应原理。

考虑主要剪切应变方向为纵向(主要流动方向为 x 轴)的自由剪切流的情况, 特征积分尺度 L 被定义为:

$$kL = \int_{-\infty}^{\infty} R_{ii}(\bar{x}, r_y) dr_y \quad (4-1)$$

式中 k ——湍流动能;

R_{ii} ——两点相关张量的迹;

R_{ij} ——两点相关张量, 其定义为:

$$R_{ij} = \overline{u_i(\bar{x})u_j(\bar{x} + r_y)} \quad (4-2)$$

可以从图 4-1 看出定义的 R_{ij} 是位置 \bar{x} 处的点与距离它为 r_y 处位置的点两点间的流向速度相关。在各向同性湍流中, R_{ij} 的特性为距离 $r_y = 0$ 时相关系数 R_{ij} 最大即点与自身的相关为 1; 随着距离 r_y 越来越大, 两点间的速度相关系数也越来越小, 表示此两点间湍流运动的相关性越来越小, 直至逼近于 0。图 4-2 形象地体现了这一点。

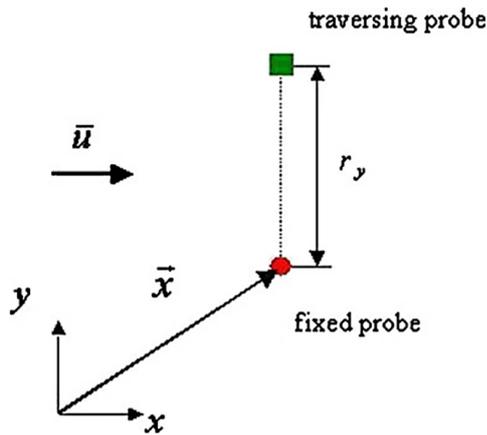


图 4-1 两点相关系数的测量^[31]
Fig.4-1 Two-point correlation measurement^[31]

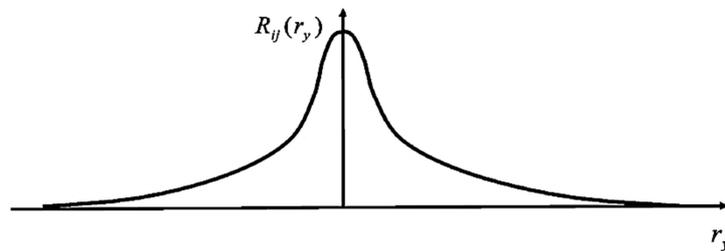


图 4-2 各向同性湍流中的两点相关系数^[31]
Fig.4-2 Two-point correlation for homogenous turbulence^[31]

从式 (4-1) 中可以看出积分长度尺度 L 正比于图 4-2 相关系数曲线下面积与

湍动能 k 的相除。因此积分长度尺度 L 可以由两点间速度相关来进行定义。Rotta 基于此推导得到了剪切流中关于 $\psi = kL$ 这个湍流特征物理量的输运方程，其形式如下：

$$\underbrace{\frac{D\psi}{Dt} + \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial U(\vec{x}+r_y)}{\partial x} - \frac{\partial U(\vec{x})}{\partial x} \right] R_{ii} dr_y}_{\text{对流项}} = \underbrace{-\frac{3}{16} \frac{\partial U(\vec{x})}{\partial y} \int_{-\infty}^{\infty} R_{21} dr_y - \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(\vec{x}+r_y)}{\partial y} R_{12} dr_y}_{\text{生成项}} \\ + \underbrace{\frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r_k} (R_{(ik)i} - R_{(ik)}) dr_y + \nu \frac{3}{8} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 R_{ii}}{\partial r_k \partial r_k} dr_y}_{\text{耗散项}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} \left[R_{(12)i} + \frac{1}{\rho} (\overline{p'v'} + v'p') \right] dr_y - \nu \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\}}_{\text{扩散项}} \quad (4-3)$$

在剪切层中，因为式 (4-3) 中等号左侧的积分项包含 x 轴方向梯度的积分，相较 y 轴方向的梯度很小，所以可以被略去。值得注意的是等号右侧生成项中的第二项：

$$-\frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(\vec{x}+r_y)}{\partial y} R_{12} dr_y \quad (4-4)$$

它包含了位置 $\vec{x}+r_y$ 的点于 y 轴方向的速度梯度，为了对这一项进行建模，Rotta 对速度梯度项进行了泰勒分解：

$$\frac{\partial U(\vec{x}+r_y)}{\partial y} = \frac{\partial U(\vec{x})}{\partial y} + \frac{\partial^2 U(\vec{x})}{\partial y^2} r_y + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 U(\vec{x})}{\partial y^3} r_y^2 + \dots \quad (4-5)$$

这样就使式 (4-4) 中的梯度项移到积分号外：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(\vec{x}+r_y)}{\partial y} R_{12} dr_y \rightarrow \frac{\partial U(\vec{x})}{\partial y} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} dr_y + \frac{\partial^2 U(\vec{x})}{\partial y^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 U(\vec{x})}{\partial y^3} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y^2 dr_y + \dots \quad (4-6)$$

Rotta k - kL 模型与其他双方程模型相比最大的不同就是其输运方程中出现了如式 (4-6) 所示的关于平均速度的高阶梯度项。除此以外 kL 输运方程中的其他项与其他双方程模型中的 ε 输运方程或 ω 输运方程基本一致。因为在各向同性湍流中，两点相关系数 R_{12} 具有对称性，基于这个观察 Rotta 假设式 (4-6) 中等号右侧第二项（含关于速度的二阶梯度项）为 0，即：

$$\frac{\partial^2 U(\vec{x})}{\partial y^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y = 0 \quad (4-7)$$

由此关于速度的三阶梯度项成为了式 (4-6) 中占主要贡献的项。但是该速度三阶梯度项的出现有三个不合理之处：1) 从物理意义上讲，速度三阶梯度项会对

湍流运动产生很强的影响本身就是不合理的；2) 速度三阶梯度项会使模型在近壁面边界层内的对数律层中表现不正确。在对数律层中，含速度三阶梯度项的积分项变为：

$$-\frac{3}{16} \frac{1}{2} \frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial y^3} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y^2 dr_y = -\overline{u'v'} \widehat{\zeta}_2 L^3 \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} \quad (4-8)$$

该项在对数律层中为正数，因此它表现成了源项。实际上要使模型在壁面处遵循对数律需要它表现为汇项。3) 最后因为三阶梯度在数值上是很难进行计算的，尤其对于三维流动的情况。

基于以上的原因，实际使用 Rotta $k-kL$ 模型时通常会省去速度三阶梯度项，但这样 Rotta $k-kL$ 模型便失去了它的特点，并且表现劣于其他双方程模型。因此 Rotta $k-kL$ 模型始终无法成为流行的湍流模型。

4.2.2 冯卡门尺度 L_{vk} 及其物理意义

Menter 认为 Rotta $k-kL$ 模型基于各向同性湍流的假设，舍去二阶速度梯度项而保留速度三阶梯度项是不合理的。与之相反，他们认为该二阶速度梯度项本质上代表着非各向同性湍流运动的影响，应该是式 (4-6) 中最主要的一项。值得注意的是，若二阶速度梯度项使模型在各向异性湍流运动的对数律层中表现出了正确的行为。如下形象地描述了这一过程。

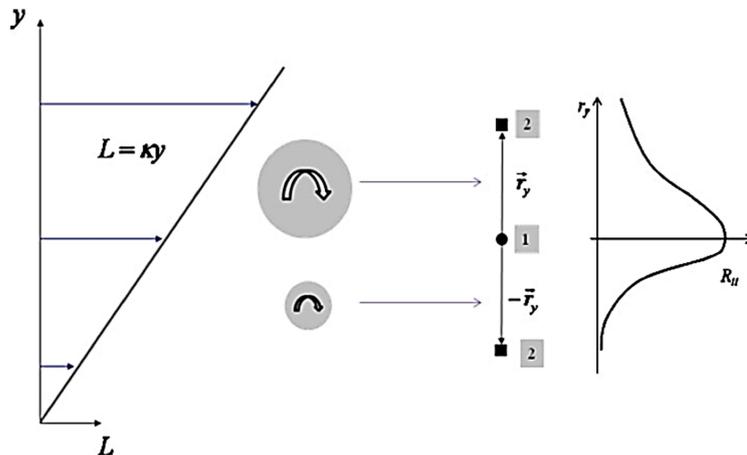


图 4-3 各向异性湍流对数律层中的两点相关系数^[31]

Fig.4-3 Two-point correlation in inhomogeneous flow in a logarithmic layer^[31]

如图 4-3 所示，大尺度涡随着离壁面距离越来越远而发展，可以明显看出离壁面较近的 $-r_y$ 处的相关系数小于离壁面较远的 $+r_y$ 处的相关系数，因此近壁流中的相关性是不对称的。而二阶速度梯度项恰好能够体现出该不对称性。

因此, Menter 将二阶速度梯度项作为湍流运动各向同性程度的度量: 在各向同性湍流中, 关于二阶速度梯度项的积分项应当为 0 (因为两点相关在各向同性湍流中的对称性导致积分 $\int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y = 0$); 而在各向异性湍流中, 该含有二阶速度梯度项的积分项反应了湍流运动各向异性的程度。Menter 假设积分 $\int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y$ 与二阶速度梯度成正比:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y = -const \cdot \overline{u'v'} L^2 \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \cdot L \right) \quad (4-9)$$

式中 const——满足对数律所需要的正常数;

因此结合式 (4-7) 和式 (4-9), 含二阶速度梯度积分项具体形式为:

$$-\frac{3}{16} \frac{\partial^2 U(\bar{x})}{\partial y^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12} r_y dr_y = -const \cdot P_k \cdot \frac{\psi}{k} \left(\frac{L}{L_{vk}} \right)^2 \quad (4-10)$$

式中 $P_k = -\overline{u'v'} \partial U / \partial y$;

L_{vk} ——二维剪切流中的冯卡门尺度, 其形式为:

$$L_{vk} = \kappa \left| \frac{\partial U / \partial y}{\partial^2 U / \partial y^2} \right| \quad (4-11)$$

κ ——冯卡门常数, 通常取为 0.41;

对于三维流动的边界层中的冯卡门尺度 L_{vk} , 其定义为:

$$L_{vk} = \kappa \left| \frac{U'}{U''} \right|; U'' = \sqrt{\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2}}; U' = S = \sqrt{2 \cdot S_{ij} S_{ij}}; S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (4-12)$$

由此 Menter 在 Rotta $k - kL$ 模型的基础上, 推导得到了湍流特征长度尺度为冯卡门尺度 L_{vk} 的 KSKL 模型。KSKL 模型可以转化为 $k - \omega$ 模型或者 $k - \varepsilon$ 模型的等价形式, 即 SAS 模型。

冯卡门尺度最先由冯卡门提出, 其物理意义是二维平板流动边界层厚度的长度尺度。而 Menter 推导得到的长度尺度 L_{vk} 与其有着一致的形式: 速度一阶导数与速度二阶导数的相除。该冯卡门尺度出现在 SAS 模型输运方程中的源项中, 这是其他双方程模型例如 $k - \omega$ 模型或者 $k - \varepsilon$ 模型所不曾出现的。例如对于标准 $k - \omega$ 模型:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = \rho \frac{k}{\omega} (S^2 - c_\mu \omega^2) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (4-13)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = \rho(c_{\omega 1} S^2 - c_{\omega 2} \omega^2) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (4-14)$$

如果把式(4-13)和式(4-14)中的源项想象成一个黑盒，就可以发现唯一从外部输入的变量是剪切应变 S ，其量纲为 $1/T$ 。因此以 $k-\omega$ 模型为例，根据其源项定义的湍流特征尺度——湍流耗散频率 $\omega \sim S \sim 1/T$ ，根本不含二阶梯度项。

接下来再对标准双方程模型定义的湍流特征尺度与冯卡门尺度 L_{vk} 作定性的比较分析。通过估计标准双方程模型定义的湍流扩散项可以得到：

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma} \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right) \propto \nu_T \frac{\Theta}{\delta^2} \quad (4-15)$$

式中 Θ ——任意一个物理变量，一般情况下是 ω 或者 ε ；

δ ——湍流边界层厚度；

将式(4-15)代入式(4-14)可以发现：

$$L \sim \delta \quad (4-16)$$

换句话说，在剪切层中使用标准双方程模型计算，其湍流特征长度尺度因为扩散项的影响，将一直正比于剪切层的厚度。对于稳态流的情况，这是一个恰当的估计；但是对于非稳态流动，因为模型的特征长度尺度永远正比于剪切层厚度，它将抑制模型解析出小尺度湍流运动，所以导致传统 URANS 的模拟非稳态流动的表现不尽如人意。与之相对，含有高阶速度梯度源项的模型允许解析出小尺度湍流运动，因为其定义的特征长度尺度可以根据湍流运动活跃程度自适应地调节大小。

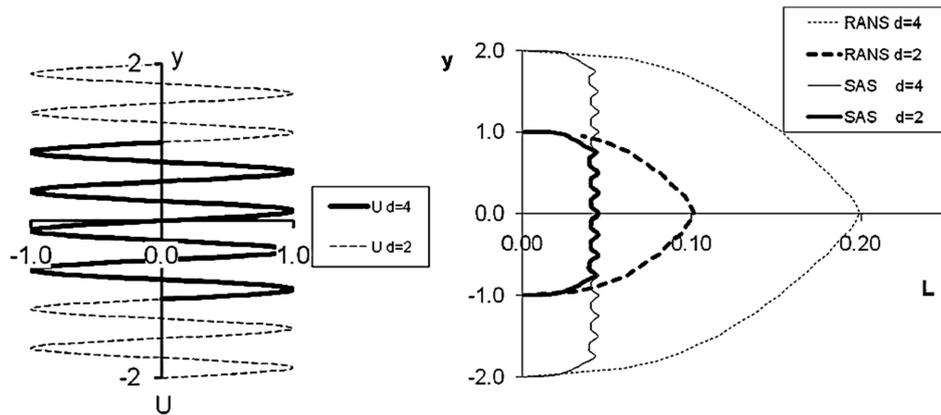


图 4-4 一维平均流及不同模型的特征长度尺度^[31]

Fig.4-4 1D mean flow and turbulence scale returned by different turbulence models^[31]

以上的观点可以通过一个实验来形象地进行验证。如图 4-4 所示，考虑平均

速度剖面 $U(y) = U_0 \cdot \sin(2\pi y / L_m)$ 的一维流动（可以通过周期外力实现），该一维流动的特征长度尺度为 L_m ，然后于来流入口距离为 d 处放置一个固体壁面。因此可以猜测合理的湍流模型特征尺度应该正比于 L_m ，而湍流层厚度可以用壁面距离 d 来近似。对于普通双方程模型，若没有湍流层厚度 d ，其反馈的湍流特征长度尺度趋近于无限；随着湍流层厚度 d 改变，其反馈的湍流特征长度尺度正比于湍流层厚度 d 。相比较下，SAS 模型反馈的湍流特征长度尺度 L_{vk} 保持不变，只与流动特征长度尺度 L_m 相关而与湍流层厚度 d 无关。这就是 SAS 模型“尺度自适应”特性的表现——模型可以根据实际存在（解析）的湍流长度尺度调整自身湍流特征长度尺度 L_{vk} 大小。

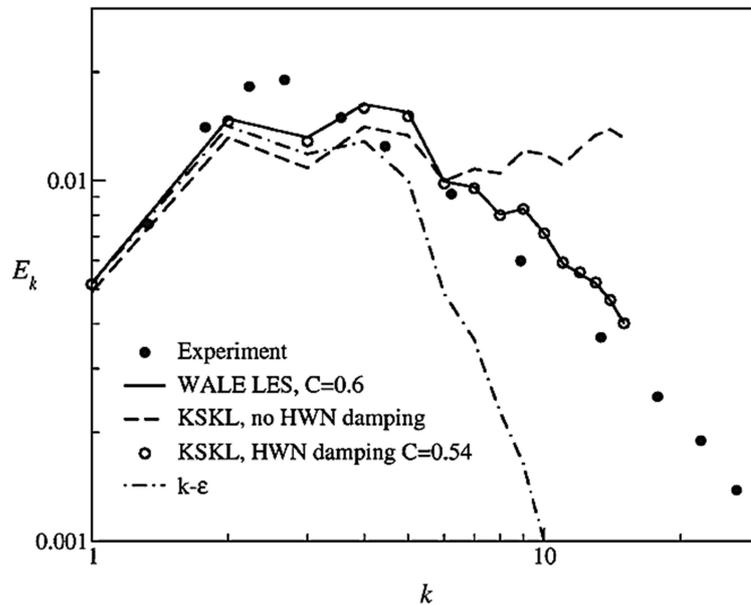


图 4-5 不同模型模拟的湍动能能谱^[31]

Fig.4-5 Turbulent Spectrum calculated by different turbulence models^[31]

总的来说，冯卡门尺度 L_{vk} 对于流动中存在的非稳态性非常敏感，在近壁面流动接近于层流的边界层内， L_{vk} 的值相当大；而在远壁面自由剪切流湍流运动活跃的区域， L_{vk} 根据解析出的湍流尺度的减小而迅速减小。实际情况下， L_{vk} 有可能减小到比数值网格尺度还要小，这就超越了网格的解析能力，带来的问题是有一部分小尺度涡（小于数值网格尺度）的能量不能被正确地耗散。因此需要引入包含网格尺度的 L_{vk} 限制器来限制 L_{vk} 的大小，防止其过小从而发生超出网格解析能力的情况。从图 4-5 可以看出，若不加 L_{vk} 限制器，KSKL 模型（SAS）将不能模拟得到正确的湍动能谱，波数较高（小尺度涡）部分湍动能明显高于实验结果。而

加上 L_{vk} 限制器后, KSKL 模型 (SAS) 模拟得到的湍动能能谱与实验结果吻合得很好。

4.2.3 SST-SAS 模型

人们可以将 SAS 自适应思想引入不同的 RANS 模型 (例如双方程 $k-\omega$ 模型或者 $k-\varepsilon$ 模型), 来构造得到不同的 SAS 模型。Menter 给出了 SAS 模型广义上的定义:

1) SAS 模型基于在现有 RANS 模型输运方程源项中引入高阶梯度项 (通常为二阶)。除了原 RANS 方程自带的一阶速度梯度项 (如应变率张量和涡量张量等), SAS 自适应特性体现在基于高阶速度梯度项的第二湍流特征长度尺度。

2) SAS 模型应该具备如下特性:

- a. 在稳态流动区域使用 RANS 模式进行计算;
- b. 在非稳态流动区域表现接近于 LES;
- c. 对于湍动能能谱高波数部分 (小于网格尺度限制的小尺度涡) 能够正确地将其耗散。

3) 特性 (2a) 和 (2b) 不显式依赖于网格或者时间步。而特性 (2c) 通常需要引入网格步长或者其他能够反应网格分辨率的信息。

基于如上定义, 可以推导得到基于 SST 双方程 RANS 模型的 SST-SAS 模型, 其转化相当简洁, 只需在 SST 模型湍频率 ω 输运方程中引入一个自适应源项:

$$Q_{SAS} = \max \left[\rho \zeta_2 \kappa S^2 \left(\frac{L}{L_{vk}} \right)^2 - C \cdot \frac{2\rho k}{\sigma_\phi} \max dr_y \left(\frac{|\nabla \omega|^2}{\omega^2}, \frac{|\nabla k|^2}{k^2} \right), 0 \right] \quad (4-17)$$

SST-SAS 模型输运方程具体如下:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - \rho c_\mu k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4-18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} &= \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \rho \beta \omega^2 + Q_{SAS} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ &+ (1 - F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4-19)$$

式中模型系数 $\zeta_2 = 3.51$, $\sigma_\phi = 2/3$, $C = 2$;

根据比较 SST-SAS 模型与 Smagorinsky 模型的涡粘系数, 可以推导得到一种 L_{vk} 限制器, 从而限制 SST-SAS 模型的涡粘系数不得低于 Smagorinsky 模型的涡粘

系数，具体形式如下：

$$L_{vk} = \max(\kappa S / |\nabla^2 U|, C_S \sqrt{\kappa \zeta_2 / ((\beta / c_\mu) - \alpha)} \cdot \Delta) \quad (4-20)$$

式中 S ——应变率张量；

C_S ——Smagorinsky 常数；

Δ ——网格特征尺度；

4.3 SAS 与 DDES 模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流

4.3.1 时均流场特征对比分析

表 4-1 展示了 SST-SAS 模型和 SST-DDES 模型计算的一些典型的流动系数(如阻力系数 C_d) 与实验值和 LES 计算结果的比较。时间平均操作所采用的时间间隔为 $0.39 D/U_\infty$ ，统计时间约为 78 个泄涡周期。从表中 SAS 计算的阻力稍大，而回流区长度明显大于 DDES 与实验结果。总体而言，对于雷诺数 $Re = 3900$ 的圆柱绕流算例，SAS 与 DDES 计算的时均流场特征系数均可以接受。

表 4-3 圆柱绕流流场时均特征系数

Table 4-3 Time-averaged characteristic coefficients of flow around a circular cylinder

数据来源	C_d	C_{pb}	St	L_{rec}/D	U_{min}/U_∞
实验 ^[78]	0.990	0.88	0.215	1.33	0.24
PIV ^[79]	—	—	0.208	1.51	0.34
LES ^[79]	—	—	0.208	1.56	0.26
SST-DDES	1.000	0.84	0.208	1.52	0.29
SST-SAS	1.03	0.85	0.207	1.75	0.28

图 4-6 为周向压力系数在圆柱壁面上的分布曲线，可以看出 DDES 与 SAS 的计算结果与实验都比较吻合，同时可以注意在 $\theta=60^\circ$ 到 $\theta=175^\circ$ 的范围内，SAS 的预测结果要更贴近实验一点。可以推断 SAS 和 DDES 在圆柱壁面附近预测的流场速度应该比较接近，因此圆柱壁面前后压差也比较接近。这说明了 SAS 和 DDES 在近壁面处都体现了作为 RANS/LES 模型所被期待的能力。

图 4-7 为圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。如图所示，SAS 和 DDES 表现出现了差异。DDES 的预测除了拐点附件有微小的偏差之外，与 PIV 实验结果吻合较好。而 SAS 在 $x/D=1.06$ 截面处计算的速度最小值明显小于 DDES 实验，同时在三个截面速度剖面的拐点处计算的速度都偏小。整体上 SAS 在近尾流场计算的速度剖面要比 DDES “饱和” 一些，这显示 SAS 计算的回流区域要比

DDES 大，表 4-1 中的回流区长度 SAS 要比 DDES 长 15%左右便体现了这一点。

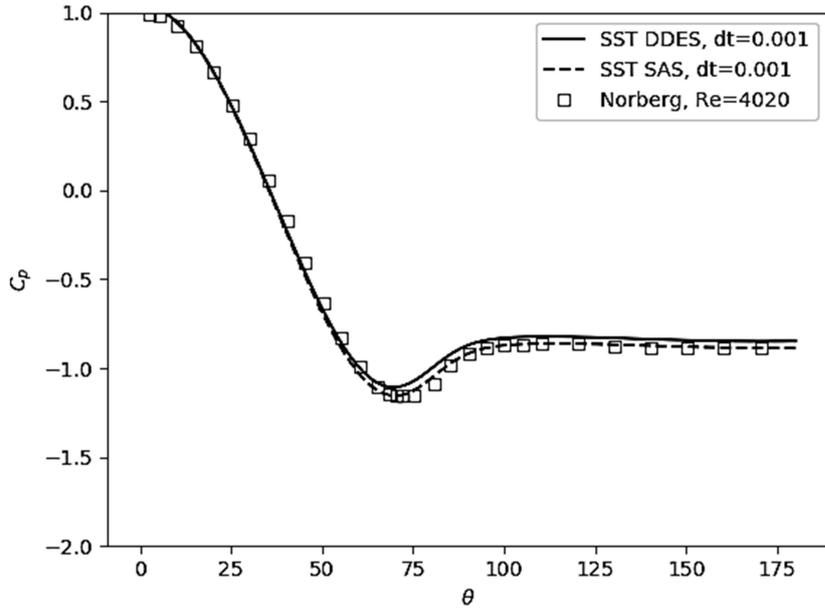


图 4-6 圆柱壁面周向压力系数分布曲线^[78]

Fig.4-6 Distributions of circumferential pressure coefficient on the surface of a circular cylinder^[78]

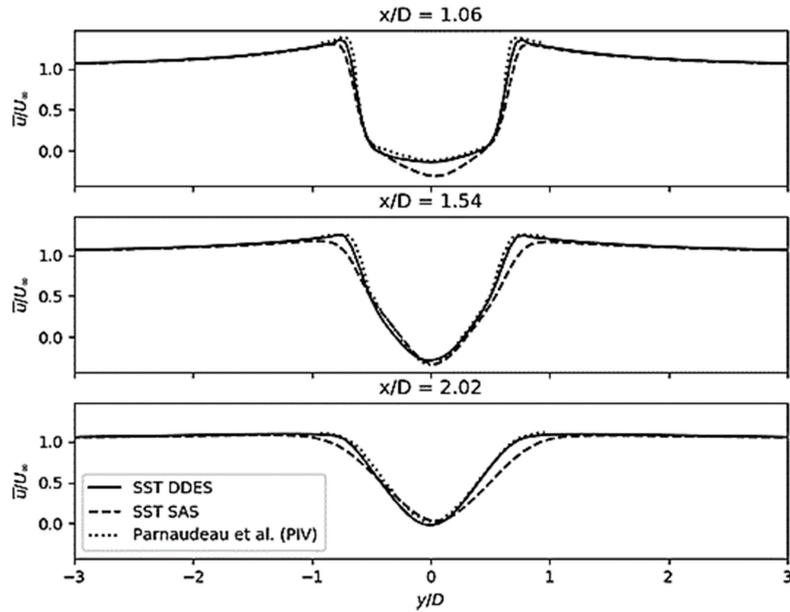


图 4-7 圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]

Fig.4-7 Mean stream-wise velocities at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

图 4-8 为圆柱近尾流场不同截面处的时均纵向速度剖面曲线。可以看出 DDES 除了预测的速度峰值略小，其他均与实验吻合良好。SAS 模型则与实验结果出现了相当程度的差异：它高估了 $x/D=1.06$ 截面处的纵向速度，而高估了截面 $x/D=1.54$

处和截面 $x/D=2.02$ 处的纵向速度值。尤其是在截面 $x/D=1.54$ 处 $y/D=\pm 0.5$ 的范围内，实验与 DDES 结果都表现为“下凹”，而 SAS 的预测结果则表现为“上凸”。

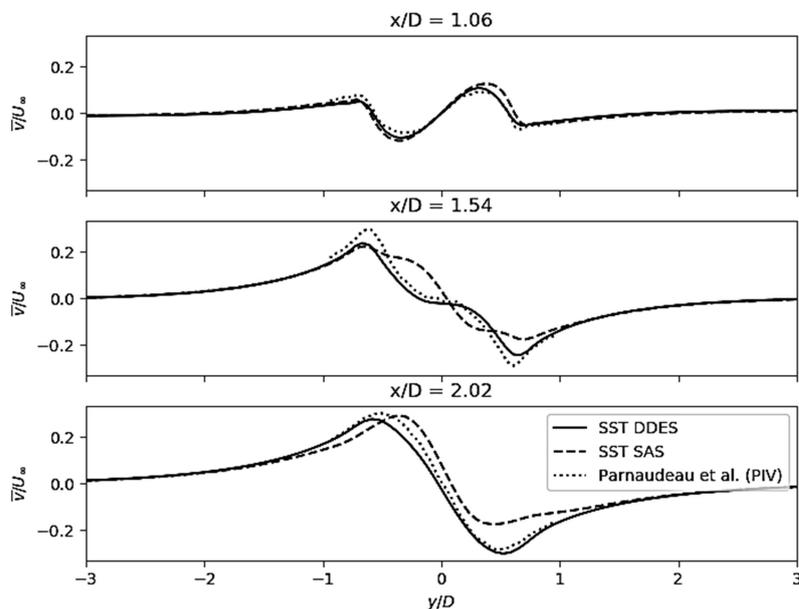


图 4-8 圆柱近尾流场不同截面处的时均纵向速度剖面曲线^[79]

Fig.4-8 Mean vertical-wise velocities at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

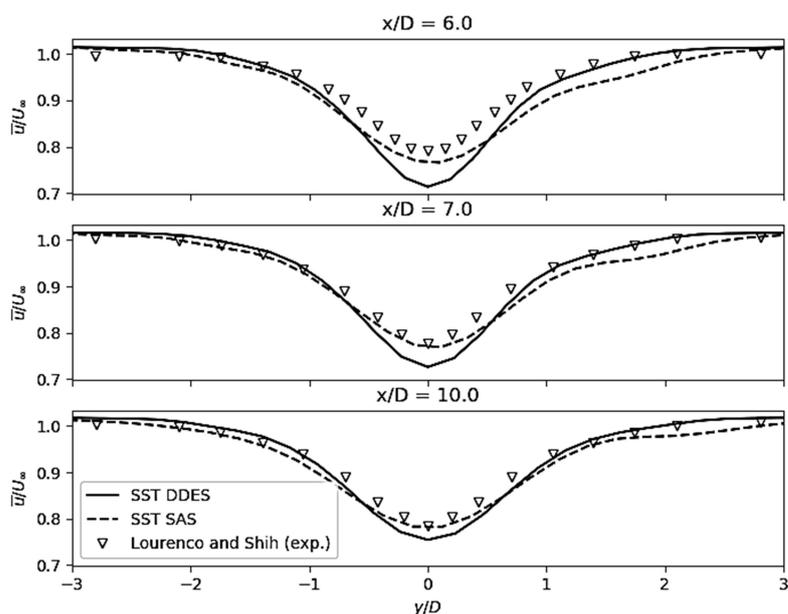


图 4-9 圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]

Fig.4-9 Mean stream-wise velocities at three locations in the far wake of flow around cylinder^[79]

图 4-9 为圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。此时便可看出

DDES 的预测结果出现了较大误差，其预测的尾流场流向速度最低值偏小，在截面 $x/D=6$ 处表现最为明显。而 SAS 的预测结果与实验吻合良好。可能的原因是远尾流场处的网格步长比较大，在远尾流场处 DDES 使用的 LES 模式预测的耗散值会偏大，导致结果出现偏差。SAS 因为其 RANS/LES 混合的机理不同，可以推断：由于在远尾流场处的湍流尺度比较大，冯卡门尺度 L_{vk} 大于网格尺度，所以 SAS 在远尾流场处的计算与网格尺度无关，相应得更精确一些。

图 4-10 为圆柱近尾流场不同截面处的时均流向脉动速度剖面曲线。可以看出 DDES 在拐点两侧预测的值与实验相当吻合，但是峰值却明显小于实验。而 SAS 预测的拐点比实验稍稍提前，整体预测的脉动速度值偏大，但是峰值与实验相当接近。这说明 SAS 预测的湍流运动幅值与实验相当，即其预测的湍流活跃程度与实际更接近一点。

总体而言，SAS 模型和 DDES 预测的流场时均特征都符合工程应用预期，除了 SAS 模型预测的回流区长度偏长。对于近尾流区的速度剖面的预测，DDES 更接近于实验结果。而对于远尾流区的速度剖面的预测，SAS 不依赖于网格的特点使 SAS 模型的预测结果更贴近实际。

4.3.2 瞬时流场特征对比分析

本节主要分析 SAS 和 DDES 模型模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流的瞬时流场特征。图 4-11 为圆柱绕流 Q 准则涡量等值面。可以观察到 SAS 和 DDES 均能够捕捉到较小的湍流旋涡结构和不规则的旋涡脱落，显示了它们模拟三维效应的能力。从第三章 RANS 模型模拟表现的分析中便可知道 RANS 通常无法模拟得到这样的效果。虽然 SAS 和 DDES 在涡量等值面的模拟中都表现出相似的 RANS/LES 混合特性，但是它们的混合机理却大不相同。如前文所述，SAS 本质上属于 URANS 模型，只包含物理尺度而不包含网格尺度。SAS 从 RANS 模式切换到 LES 模式的时机是由流场特性决定的。如图 4-12 不同时刻 SAS 模拟得到的涡量等值面可以看出， $t=1.2s$ 时 SAS 涡量等值面和 RANS 的结果很相近，无法模拟三维效应； $t=1.4s$ 涡量等值面突然发生了变化，小尺度旋涡结构从壁面出发逐渐被解析出来，表现开始接近 DDES 模型。这样的现象是因为 SAS 依靠冯卡门尺度 L_{vk} 来调节 RANS/LES 模式。计算刚开始时，流场还未发展，冯卡门尺度 L_{vk} 相当大，整个计算域均由 RANS 模式计算；随着计算的进行，流场逐步发展，冯卡门尺度 L_{vk} 也随之变小，由此涡粘系数变小从而更多的湍流小尺度运动被解析出来，此时 SAS 便切换成了类 LES 模式。相对地，因为 DDES 是混合界面模型，其通过壁面距离将计算域划分为 RANS

区域和 LES 区域。所以 DDES 的计算中，RANS/LES 模式的切换相当迅速，与时间无关。

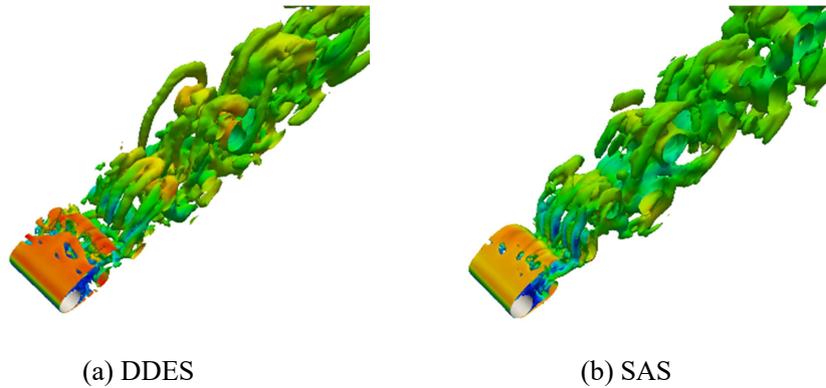


图 4-11 圆柱绕流 Q 准则涡量等值面
Fig.4-11 Iso-surface of the Q-criterion of flow past a circular cylinder

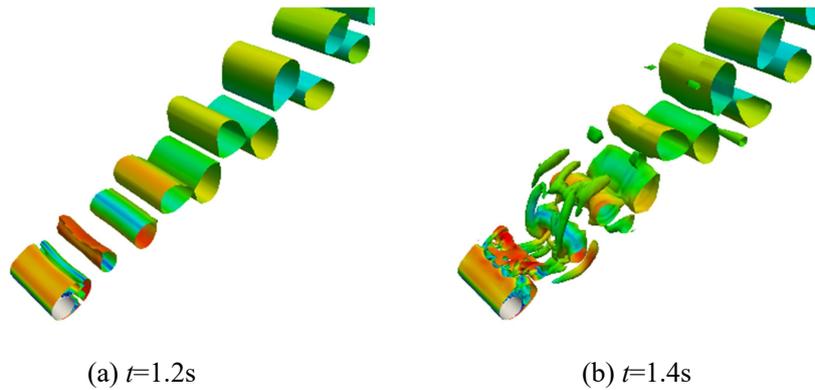


图 4-12 不同时刻 SAS 模拟的涡量等值面
Fig.4-12 Iso-surface of the Q-criterion simulated by SAS at different time

图 4-13 为分别使用 SAS 和 DDES 模型计算的圆柱绕流 X - Y 截面处的涡量等值线，而图 4-14 为使用 LES 模型分别在粗网格和细网格上计算的涡量等值线。可以注意到，SAS 预测的湍流转捩区域大于 DDES，与 LES 预测的细网格结果相似。而 DDES 预测的湍流转捩过渡区较短，与 LES 预测的粗网格结果相似。此外还可以看出，SAS 计算的涡量比 DDES 在下游持续更长的距离，而 DDES 计算的涡量在下被耗散得较快。这也可以看出 DDES 在远尾流流场预测表现不如 SAS 是因为其远尾流场处的耗散性过大。

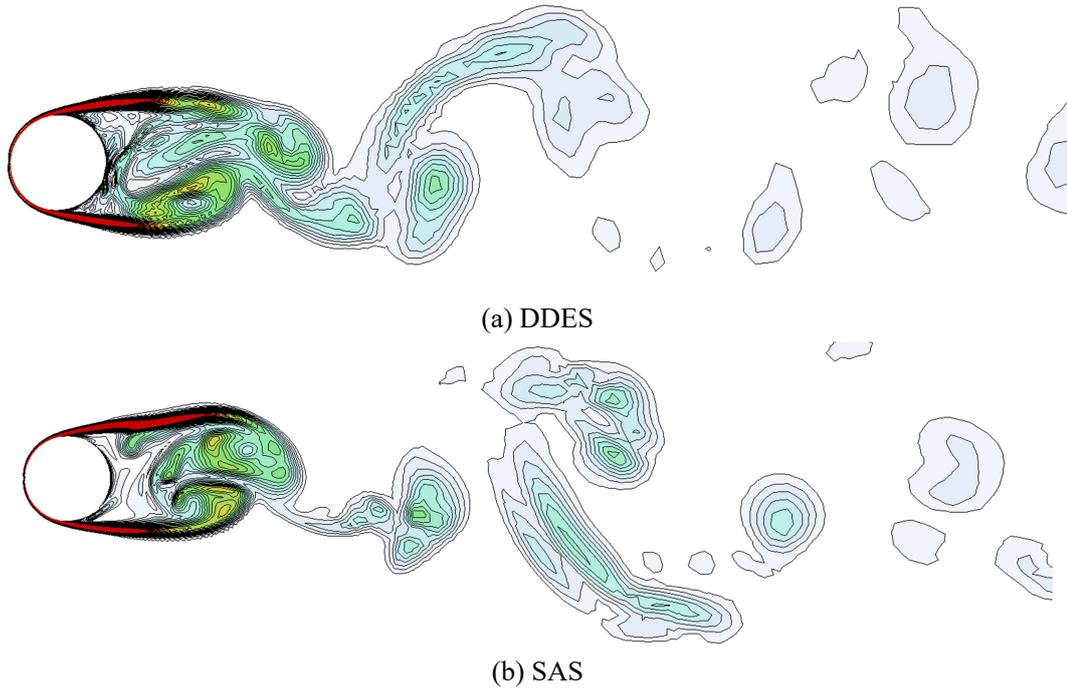
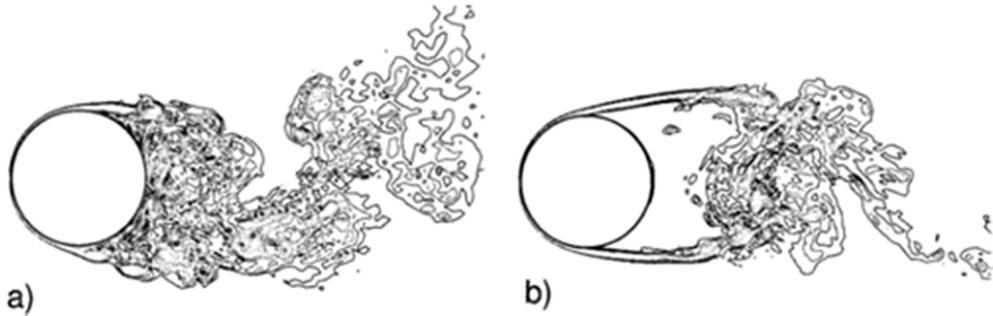


图 4-13 圆柱绕流 X-Y 截面处涡量等值线

Fig.4-13 Contours of vorticity magnitudes of the flow past a cylinder in the X-Y plane

图 4-14 LES 计算的圆柱绕流 X-Y 截面处涡量等值线^[78]Fig.4-14 Contours of vorticity of flow past cylinder in the X-Y plane computed by LES^[78]

4.4 SAS 与 DDES 模拟 $Re=22000$ 方柱绕流

4.4.1 时均流场特征对比分析

本节将 SAS 和 DDES 模型应用于模拟 $Re=22000$ 方柱绕流。表 4-2 展示了 SAS 和 DDES 模型计算的方柱绕流的流场时均特征系数与实验结果和 LES 计算结果的比较。可以看出 SAS 预测的阻力系数偏小，虽然没有如第三章 RANS 模型差距明显，但是也没用比 DDES 的计算结果更贴近实验。同时可以注意到，SAS 模型计算的回流区域也比较短，甚至比 RANS 还要短。对于时均流场特征系数的计算，

SAS 模型的表现更接近于 RANS。

表 4-2 方柱绕流流场时均特征系数
Table 3-2 Time-averaged characteristic coefficients of flow around a square cylinder

数据来源	C_d	St	L_{rec}/D
试验 ^[81]	2.35	0.135	—
LES ^[82]	2.18	0.130	1.07
DDES	2.40	0.126	1.14
SAS	2.10	0.127	0.96

图 4-15 为方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度分布。可以明显看出 SAS 计算的流向速度高于实验和 DDES 约 33%左右。如果说先前雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流的计算 SAS 只比 DDES 略微逊色,对于雷诺数更高 $Re=22000$ 方柱绕流的计算 SAS 的表现得并不合理,只比 RANS 模型好一些。因为流向速度计算得偏大,所以 SAS 模型计算的阻力系数会偏小也就成为了可以预见的结果。

图 4-16 为方柱近尾流场 $x/D=1$ 截面处时均流向速度分布。可以看出 SAS 在 $y/D=0$ 区域附件计算的时均流向速度与实验差距较大。虽然 DDES 也在此处与实验的结果有些差距,但是其余部分吻合良好。而 SAS 在 $y/D=0.4$ 至 $y/D=1.2$ 区域的斜率也与实验和 DDES 出现偏差。

图 4-17 为方柱近尾流场 $x/D=1$ 截面处时均纵向速度分布。可以看出 DDES 在远离壁面区域与实验结果出现了偏差,且有差距愈来愈大的趋势,SAS 在原理壁面区域的预测结果较为接近。但是 SAS 在靠近壁面 $y/D=1$ 以内的区域预测的纵向速度峰值高出实验和 DDES 约 15%左右,同时其在壁面处预测的纵向速度超出实验和 DDES 约 50%左右。

图 4-18 为方柱绕流尾流中心轴处时均流向脉动速度分布。可以发现 SAS 计算的湍流脉动速度明显不足,约小 40%左右,特别是在壁面后 $x/D=1$ 至 $x/D=3$ 的区域出现了“下凹”的现象。这说明了 SAS 和 RANS 一样出现了模化应力不足的问题,导致储存在湍流小尺度运动中的能量没有能够得到足够的耗散。可以推断这是 SAS 模型计算的速度场整体偏大的原因。图 4-19 为方柱绕流尾流中心轴处时均纵向脉动速度分布,可以看出 DDES 计算的峰值偏大,而 SAS 计算的峰值比较接近实验,同时两者都出现了随着尾流场下游向下而偏离实验结果的趋势。这说明了两者预测的远尾流场中的湍流运动都比实际的要稍微活跃一些。

总体而言，在雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流的模拟计算中，SAS 对于流场时均特征的计算并不如 DDES 模型精确，说明对于较高雷诺数的柱体绕流，SAS 模型的表现还值得进一步研究和改进。

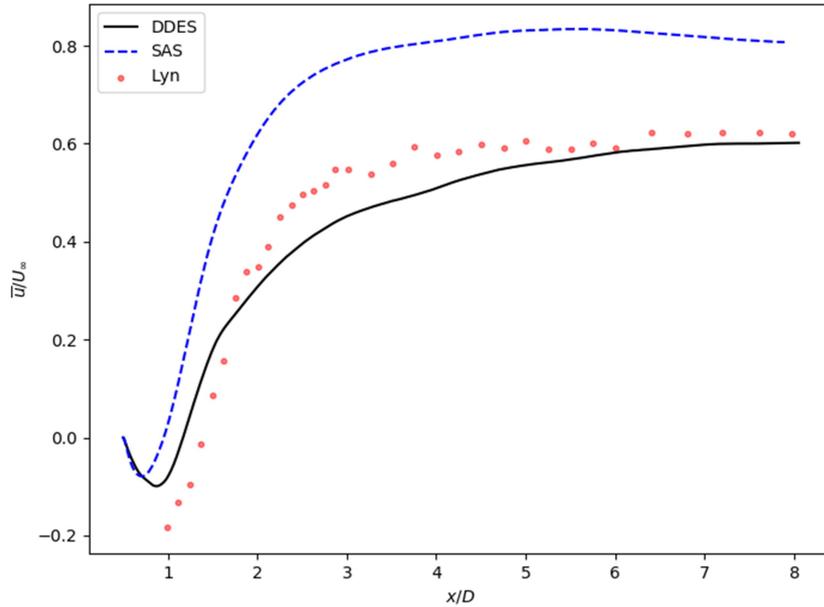


图 4-15 方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度分布^[83]

Fig.4-15 Mean horizontal velocities of the wake of flow around a square cylinder at the centerline^[83]

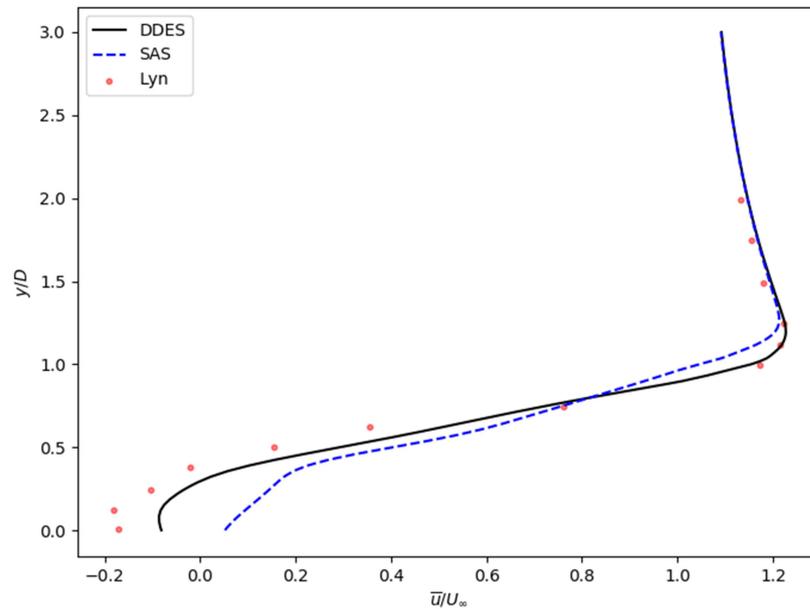


图 4-16 方柱绕流尾流 $x/D=1$ 截面处时均流向速度分布^[83]

Fig.4-16 Mean horizontal velocities of flow around a square cylinder at the plane $x/D=1$ ^[83]

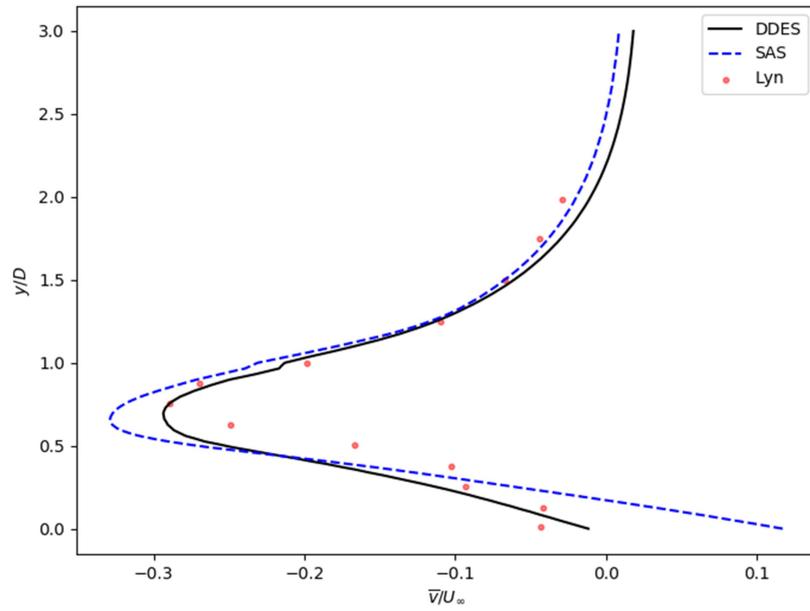


图 4-17 方柱绕流 $x/D=1$ 截面处时均纵向速度分布^[83]
 Fig.4-17 Mean vertical velocities of flow around a square cylinder at the plane $x/D=1$ ^[83]

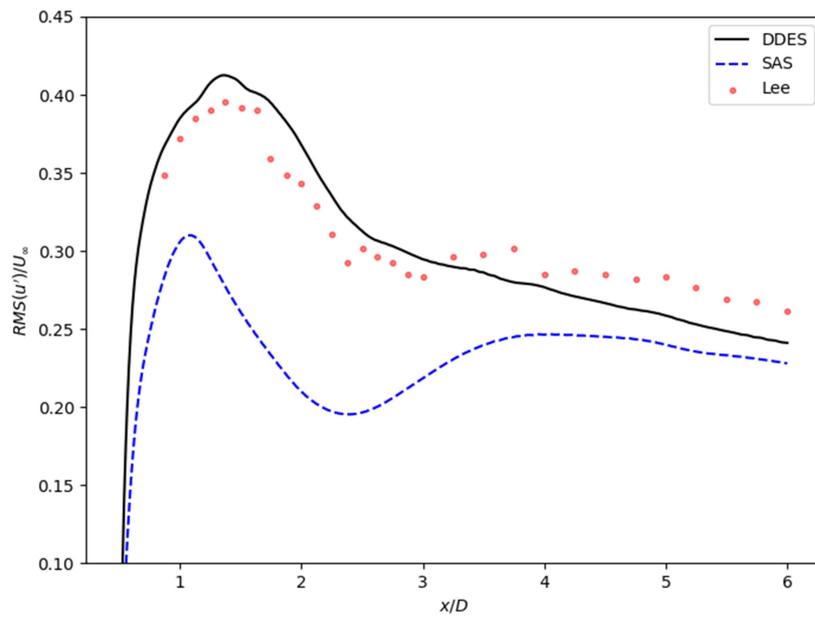
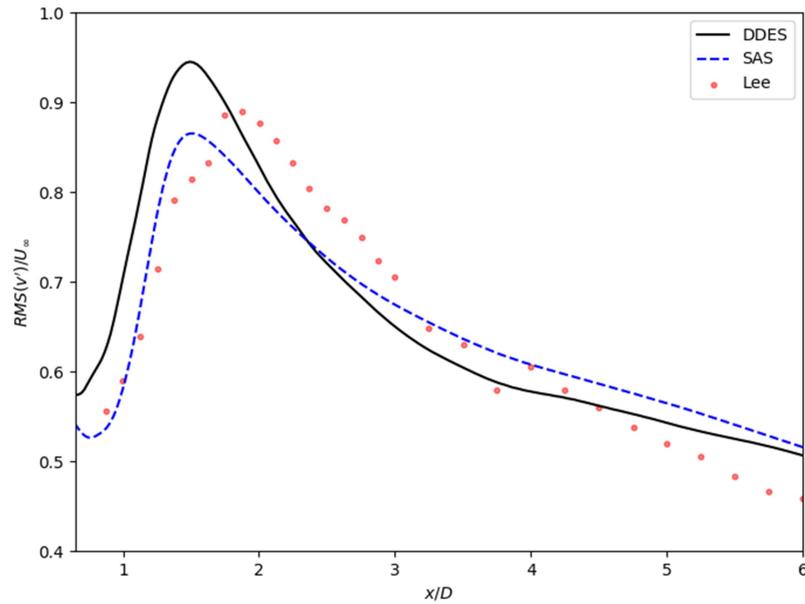


图 4-18 方柱绕流尾流中心轴处时均流向脉动速度分布^[84]
 Fig.4-18 Mean horizontal fluctuated velocity of flow around a square cylinder at the centerline^[84]

图 4-19 方柱绕流尾流中心轴处时均纵向脉动速度分布^[84]Fig.4-19 Mean vertical fluctuated velocity of flow around a square cylinder at the centerline^[84]

4.4.2 瞬时流场特征对比分析

图 4-16 为使用 Q 准则得到的方柱绕流涡量等值面。可以看出 SAS 模型模拟得到的涡量等值面与 RANS 模型在雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流中的涡量等值面非常相似：涡量等值面比较规则平滑，旋涡结构尺度比较大，无明显细小涡量结构；卡门涡街比较明显，且涡量在下游发展过程中扩散性不强。相比较之下，DDES 模型能够捕捉到丰富的小尺度涡结构，展向上的涡量发展具有相当程度的各向异性，三维效应明显。通过对涡量等值面模拟表现的比较可以发现，SAS 对于高雷诺数大分离流动的模拟仍然比较偏向 RANS 模型，其 RANS/LES 混合特性没有得到充分体现，值得进一步地探讨和改进其原理。而 DDES 通过壁面距离显式定义 RANS/LES 计算区域的方式目前分析来看更加合理。

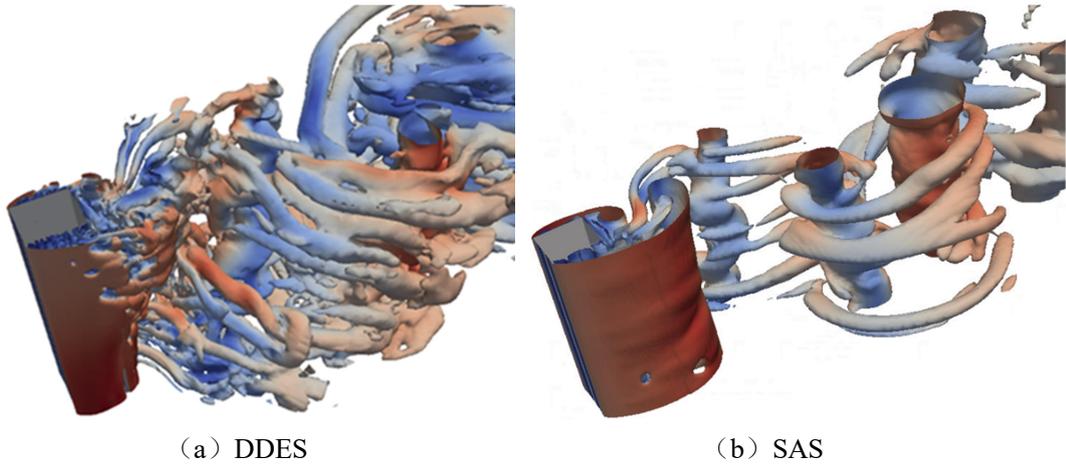


图 4-20 方柱绕流 Q 准则涡量等值面
Fig.4-20 Iso-surface of the Q -criterion of flow past a circular cylinder

4.5 冯卡门尺度限制器对 SAS 模型的影响

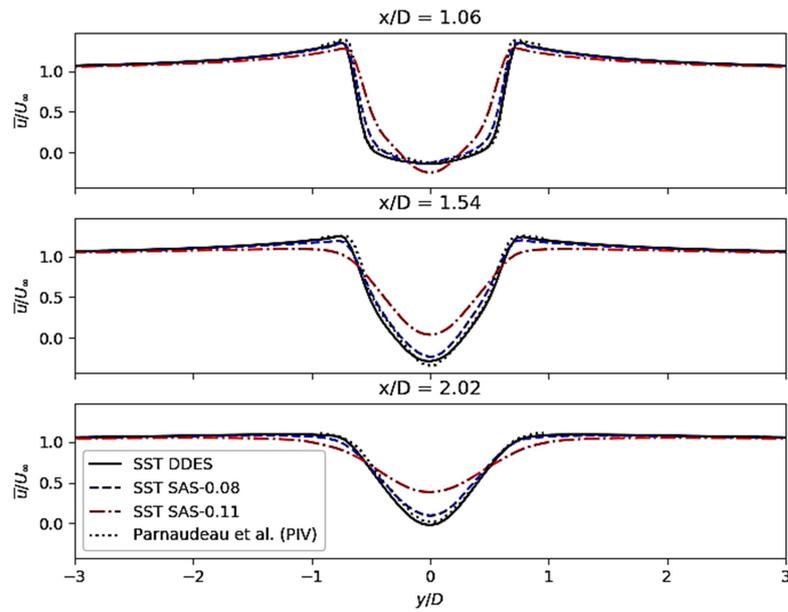


图 4-23 圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]
Fig.4-23 Mean stream-wise velocities at three locations in the far wake of flow around cylinder^[79]

如第二小节所述，冯卡门尺度 L_{vk} 根据流场中的不定常性自适应调节大小，是 SAS 自适应特性实现的关键。对于高雷诺数时的情况，流场中会存在很小的旋涡结构，而实际进行数值模拟的网格精度很有可能达不到解析小尺度湍流运动的要求。这时若使用 SAS 模型而不对 L_{vk} 进行限制，很有可能根据 L_{vk} 进行判断需要解析的湍流尺度超出了网格的解析能力。由此发生的情况就是相当一部分小尺度涡没有被模化，导致其中蕴藏的湍流动能无法被耗散。如图 4-21 湍动能能谱所示，

没有加上 L_{vk} 限制器的 SST-SAS 模型在模拟各向同性衰减湍流时其波数较高(尺度较小)的部分湍动能明显高于实验。因此需要引入网格尺度构造 L_{vk} 限制器,使 L_{vk} 小于网格尺度时使 SAS 完全变为 LES 模型保证其模拟行为是安全的。

原始文献中建议的 L_{vk} 限制器是基于 Smagorinsky 模型构造的,它的原理是限制 SAS 模型的涡粘系数不能小于使用 Smagorinsky 模型计算的涡粘系数,即:

$$\mu_t^{SAS} \geq \mu_t^{Smagorinsky} \quad (4-21)$$

式中 μ_t^{SAS} ——SAS 模型的涡粘系数;

$\mu_t^{Smagorinsky}$ ——Smagorinsky 模型的涡粘系数;

实际上流场中有相当一部份区域会小于网格尺度,此时理论上讲构造 L_{vk} 限制器的 LES 模型应该会对 SAS 模型的表现产生影响。为了探究 L_{vk} 限制器的变化是否会改变 SAS 模型的模拟表现,本节改动 L_{vk} 限制器模型常数 $C_S=0.11$ 至 $C_S=0.08$,并应用于圆柱绕流算例上。值得注意的是,模型表现的对比分析是在同一套较粗网格的计算结果上进行的。

图 4-21 至图 4-25 展示了圆柱绕流算例的流场时均特征的一些计算结果。可见对于 SST-DDES 模型已经能取得相当不错的计算结果的网格,限制器常数 $C_S=0.11$ 的 SAS 模型却表现得不尽如人意。可以看出, SAS 计算的圆柱壁面周向压力系数绝对值明显高于实验,其计算的近壁面流向速度和纵向速度也均与实验差距较大。甚至在原本计算效果比 SST-DDES 表现好的远尾流场速度剖面,使用这套网格上的 SAS 计算结果也要比 SST-DDES 差。而修改限制器常数为 $C_S=0.08$ 后, SAS 模型计算的各个结果都明显得到了改善。这说明 L_{vk} 限制器确实对 SAS 模型的模拟表现有着不可忽视的作用,值得将来深入地进行研究。

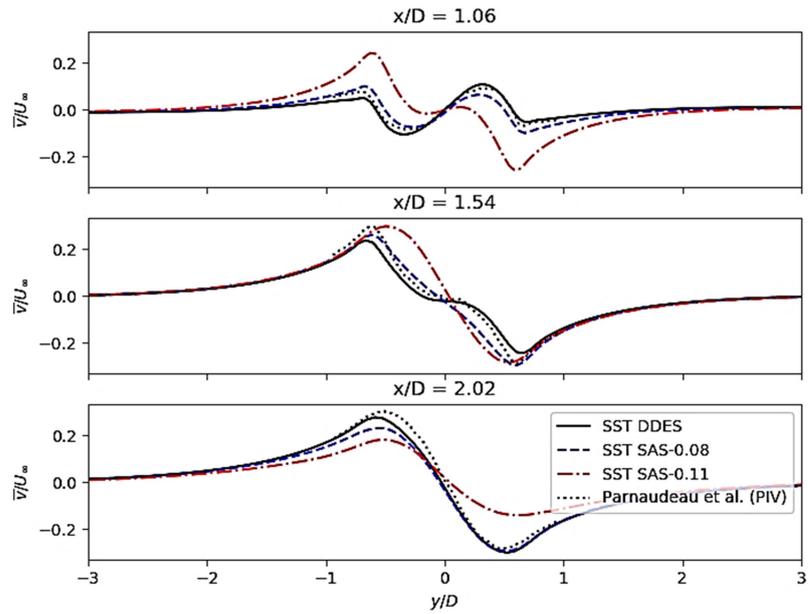


图 4-24 圆柱近尾流场不同截面处的时均纵向速度剖面曲线^[79]

Fig.4-24 Mean vertical-wise velocities at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

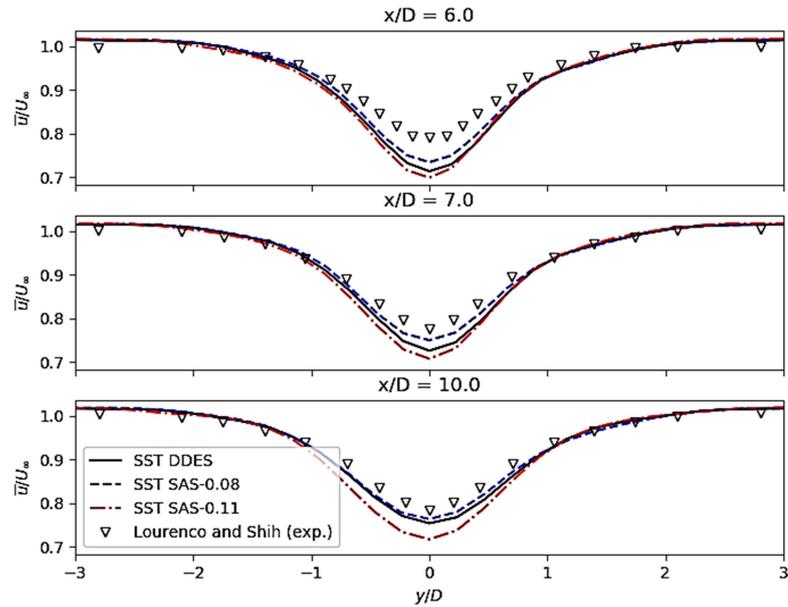


图 4-25 圆柱近尾流场不同截面处的时均流向脉动速度剖面曲线^[79]

Fig.4-25 Mean stream-wise fluctuations in the near wake of flow around cylinder^[79]

4.6 本章小结

本章主要介绍了 SAS 模型的基本原理以及 SST-SAS 模型的基本形式,再利用

SST-DDES 模型和动力 SST-DDES 模型分别模拟了雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流, 比较了这两种模型计算的时均流场结果和瞬时流场结果, 同时还探究了冯卡门尺度限制器对于 SST-SAS 模型的影响, 得出了以下主要结论:

1) 雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例的流场时均特征中, SAS 计算的阻力和回流区大于 DDES 与实验结果; 圆柱壁面周向压力系数 SAS 略优于 DDES; 近尾流场速度剖面的计算上 SAS 要比 DDES“饱和”一些, 这验证了 SAS 计算的回流区域要大于 DDES。对于远尾流区的速度剖面的预测, DDES 模型因为远尾流场的网格比较粗糙导致计算的耗散较大, 与实验结果有相当的差距; SAS 因为其网格没有依赖性, 所以计算的远尾流场速度剖面更贴近实验。

2) 雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例的流场瞬时特征中, SAS 模拟的涡量等值面与 DDES 相似, 都展示了丰富的三维效应, 捕捉到了小尺度旋涡结构。不同之处在于 DDES 计算的流场发展得很快, 而 SAS 需要检测到流场中的不定常性来实现自适应调节, 流场从层流发展到湍流有短时间延迟。

3) 雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流算例的流场时均特征中, SAS 因为其模化的雷诺应力不足, 导致其计算的流场速度整体偏大, 从而计算的阻力偏低, 接近于 RANS 模型计算方柱绕流的结果。同时 SAS 模拟的涡量等值面没有 DDES 三维效应明显, 解析的涡量尺度比较大, 而 DDES 能够捕捉到丰富的小尺度湍流结构。总体而言, 在雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流的模拟计算中, SAS 对于流场特征的计算并不如 DDES 模型精确, 说明对于较高雷诺数的柱体绕流, SAS 模型的表现还值得进一步研究和改进。

4) 在使用同一套网格计算的圆柱绕流中, DDES 模型能够获得很好的模拟表现, 而 SAS 模型的计算结果与实验有相当的误差。而将 SAS 模型的冯卡门尺度限制器 L_{vk} 的系数 $C_S=0.11$ 改为 $C_S=0.08$ 后, SAS 的模拟表现明显改善, 接近于 DDES。这说明冯卡门尺度 L_{vk} 限制器形式的变化对 SAS 模型有着相当大的影响, 值得将来进一步探索。

第五章 引入动力模式的延迟涡模型

5.1 引言

如第三章所述, DDES 是最常见的 RANS/LES 混合模型, 被广泛应用在航空航天和海洋工程等领域。它通过引入延迟函数, 修改模型中特征长度尺度的定义, 解决了 DES 模化应力损耗 MSD 的问题。但是在网格满足模拟要求的情况下 DDES 模型模拟表现和 DES 模型模拟表现相当。换句话说, DDES 模型相当于只提高了 DES 模型的下限, 而没有改善 DES 模型的上限。因此 DDES 模型仍有较大的完善空间。可以想到的思路有: (1) 对于 DDES 模型的 RANS 模块进行改善; (2) 对于 DDES 模型的 RANS/LES 交界界面处进行改善; (3) 对于 DDES 模型的 LES 模块进行改善。

与 RANS 模型一样, LES 亚格子应力 SGS 模型也发展了半个世纪的时间, 在模型构造及其改进上有很多的学术成果。其中一个被广泛研究和应用的 SGS 模型就是动力模式 (dynamic modelling)。动力模式是根据 LES 尺度不变性得到的建模思想, 可以被引入到 SGS 代数涡黏模型和 SGS 单方程模型中。同时作者注意到 DDES 模型 LES 模块定义的湍流粘性系数恰好与 SGS 单方程模型一致, 因此可以很自然将动力模式思想通过动力单方程 SGS 模型引入到 DDES 模型中。

本章作者采取第三种思路, 重新定义 DDES 模型的 LES 特征长度尺度, 引入将 SGS 模型中的动力模式以改进 DDES 模型。首先介绍了动力模式的基本概念和动力单方程 SGS 模型, 然后通过推导将动力模式引入到 DDES 模型中得到 dyDDES 模型, 最后分别使用 DDES 模型和 dyDDES 模型计算雷诺数 $Re=3900$ 圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流这两个柱体绕流的标准算例, 验证引入动力模式对 DDES 模型模拟表现的影响。

5.2 将动力模式引入延迟涡模型

5.2.1 动力模式

Smagorinsky 代数涡黏模型作为最先提出的 SGS 模型, 有着模型简单和鲁棒性好等优点。但是它的缺点也很明显: (1) 不能够正确地模拟壁面对数律, 需要壁面函数; (2) 模拟的 SGS 应力与通过 DNS 得到的真实 SGS 应力差异显著^[85];

(3) 不能够模拟能量逆传现象（能量从大尺度涡散射给小尺度涡）；(4) 模型系数 C_s 需要根据流动的具体类型进行标定等。有学者认为不可能通过一个单一且通用的常数来模拟流动中存在的各种现象。因此 Smagorinsky 模型中的模型系数 C_s 不应该为一个随着流动类型进行标定的常数，而是根据解析出的流动特征动态取值的变系数。动力模式的主要思想就是使用解析出的湍流尺度中所包含的信息来动态地确定模拟过程中的模型系数。以下对动力模式进行具体介绍。

动力模式基于 LES 模型理论中的尺度不变性假设^[77]，认为在网格足够精细的情况下，网格尺度附近的小尺度涡和稍大于网格尺度（测试尺度）的涡具有相似的性质。它定义了一个二次滤波的操作。首先是网格尺度滤波操作：

$$\overline{f}(x) = \int f(x') \overline{G}(x, x') dx' \quad (5-1)$$

式中用上划线表示在网格尺度上进行的空问滤波操作。

再定义测试尺度滤波操作（测试尺度通常取为网格尺度的 2 倍）：

$$\widetilde{f}(x) = \int f(x') \widetilde{G}(x, x') dx' \quad (5-2)$$

式中用波浪线表示在测试尺度上进行的空问滤波操作。

对进行过网格尺度滤波操作的物理量再进行测试尺度滤波操作后变为：

$$\widetilde{\overline{G}} = \widetilde{G} \overline{G} \quad (5-3)$$

将网格尺度滤波操作应用于 Navier-Stokes 粘性流动方程中，得：

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x} = 0 \quad (5-4)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5-5)$$

式中 τ_{ij} 为需要被模化的 SGS 应力，其具体形式为：

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (5-6)$$

现在对已经进行过网格尺度滤波操作的 Navier-Stokes 方程再进行一次测试尺度滤波操作，得到：

$$\frac{\partial \widetilde{\overline{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{\overline{u_i u_j}}) = -\frac{\partial \widetilde{\overline{p}}}{\partial x_i} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \widetilde{\overline{u}_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5-7)$$

式中 T_{ij} 为测试尺度的 SGS 应力，其具体形式为：

$$T_{ij} = \widetilde{\overline{u_i u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}} \widetilde{\overline{u_j}} \quad (5-8)$$

再将测试尺度和网格尺度间解析出的湍流应力定义为：

$$L_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \quad (5-9)$$

这里解析的湍流应力 T_{ij} 即代表介于网格滤波尺度和测试滤波尺度之间的湍流小尺度涡对于 SGS 应力的贡献。将式(5-7)至(5-9)联系起来,即可得到 Germano 等式:

$$L_{ij} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \quad (5-10)$$

该等式将可以在计算中解析出来的湍流应力 L_{ij} 与网格尺度 SGS 应力 T_{ij} 和测试尺度 SGS 应力 τ_{ij} 直接联系起来。

接下来以 Smagorinsky 代数涡粘模型为例,介绍如何将动力模式引入到 Smagorinsky 模型中得到动力 Smagorinsky 模型。

Smagorinsky 网格滤波尺度 SGS 应力形式为:

$$\tau_{ij} - (\delta_{ij} / 3)\tau_{kk} \approx m_{ij} = -2C_S^\Delta \overline{\Delta}^2 |\overline{S}| \overline{S_{ij}} \quad (5-11)$$

Smagorinsky 测试滤波尺度 SGS 应力形式为:

$$T_{ij} - (\delta_{ij} / 3)T_{kk} \approx M_{ij} = -2C_S^{\alpha\Delta} \widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S_{ij}} \quad (5-12)$$

式中

$$\widetilde{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (5-13)$$

$$|\widetilde{S}| = \sqrt{2\widetilde{S_{mn}}\widetilde{S_{mn}}} \quad (5-14)$$

式中 C_S^Δ —— 网格滤波尺度 Smagorinsky 模型系数

$C_S^{\alpha\Delta}$ —— 测试滤波尺度 Smagorinsky 模型系数, α 代表测试滤波尺度相对网格滤波尺度的倍数,通常取为 2。

结合式(5-11)至(5-14)可得动力 Smagorinsky 湍流应力形式:

$$L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij} = (C_S^\Delta)^2 M_{ij} \quad (5-15)$$

式中 M_{ij} 具体形式为:

$$M_{ij} = -2\Delta^2 \left[\alpha^2 \left(\frac{C_S^{\alpha\Delta}}{C_S^\Delta} \right)^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S_{ij}} - |\overline{S}| \overline{S_{ij}} \right] \quad (5-16)$$

根据尺度不变性原理,网格滤波尺度的涡和测试滤波尺度的涡应该具有相似

的性质，所以可得：

$$C_S^\Delta = C_S^{\alpha\Delta} \quad (5-17)$$

这就使 M_{ij} 可以从解析出的湍流运动计算出来。但是因为 M_{ij} 有五个独立分量且式(5-15)要在任意空间点和时间点都被满足，单个模型参数 C_S^Δ 不能够做到这一点，整个方程是超定的。所以通常式(5-15)需要经过统计平均操作来计算，得到 C_S^Δ 的形式：

$$(C_S^\Delta)^2 = \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \quad (5-18)$$

如果不经过该平均操作，动力模型计算的涡黏系数场通常是高度变化的并且有相当一部分区域涡黏系数是负值，这就带来了数值计算上的不稳定。

5.2.2 动力单方程 SGS 模型

上一小节描述了动力模式的基础理论，可以看出它有两种可取的特性：(1) 模型参数没有被描述为一个根据具体流动类型进行标定的先验参数，或者被设定为一个常系数。相对地，它由计算中解析出的流场特征来动态地取值。由此引进动力模式的 SGS 模型解决了早期代数涡黏 SGS 模型的一些缺陷：可以正确模拟壁面率而无需壁面模型，且可以用一种普适的形式应用于各种流动中；(2) 因为模型系数是根据流场特性动态得到的，所以在流动的某些区域，该模型系数有可能变为负值，这代表动力模式可能还具备模拟能量逆传现象的能力。

尽管动力 Smagorinsky 模型优于许多模型系数为常数的传统 SGS 模型，它仍旧存在一些缺陷：(1) 动力 Smagorinsky 模型数学推导存在不一致性和病态性。虽然通过局部平均的方法可以部分解决方程病态性的问题，但是这种方法只是为了避免数值上的不稳定性，而不是动态模式本身必要的操作。一个真正鲁棒的动态模型必须能够利用在空间和时间上变化的系数的局部值来提供稳定和精确的解；(2) 因为 Smagorinsky 模型的推导过程中假设 SGS 能量的生成项与耗散项当地动态平衡，所以湍流运动演变过程中的非当地效应和历史效应被忽略了。同时动力 Smagorinsky 模型仍旧是一个代数涡黏模型，无法被直接引入到 SST-DDES 双方程模型中。

以下介绍一种动力单方程 SGS 模型，相对于动力 Smagorinsky 模型，它有如下的优势：(1) 直接计算 SGS 动能，考虑到了流场结构的局部细节和湍流运动的发展过程，即空间效应和历史效应；(2) 该模型可以直接利用计算出的局部动态

模型系数而无需平均操作；(3) 通过该动力单方程 SGS 模型，可更直接简便地推导具有动力模式的 SST-DDES 模型。

Kim 和 Menon^[86]在 Yoshizawa^[87]提出的单方程 SGS 模型基础上，提出了一种具有动力模式的 k 方程亚格子模型。原始单方程 SGS 模型如下：

$$\frac{\partial k_{sgs}}{\partial t} + u_i \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_i} = -\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu_T \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_i} \right) \quad (5-19)$$

式中 $k_{sgs} = \frac{1}{2}(\overline{u_i^2} - \overline{u_i}^2)$ ——SGS 湍流动能；

$-\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ——SGS 湍流动能生成项；

ε ——SGS 湍流动能耗散项；

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu_T \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_i} \right)$ ——SGS 湍流动能扩散项；

SGS 应力 τ_{ij} 由 SGS 涡黏系数 ν_T 构造为：

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \overline{S_{ij}} + \frac{2}{3} \delta_{ij} k_{sgs} \quad (5-20)$$

式中涡黏系数 ν_T 具体形式为：

$$\nu_T = c_\nu k_{sgs}^{1/2} \overline{\Delta} \quad (5-21)$$

式 (5-19) 中 SGS 湍流动能耗散项 ε 通常构造为：

$$\varepsilon = c_\varepsilon \frac{k_{sgs}^{3/2}}{\overline{\Delta}} \quad (5-22)$$

该模型为湍动能输运方程，相对于 Smagorinsky 代数涡黏 SGS 模型，没有简单地假设湍动能生成项和耗散项局部动态平衡地假设。它考虑了对流项和扩散项，因此该模型能够将 Smagorinsky 模型忽略的空间效应和历史效应考虑进来。

参考将动力模式引入到 Smagorinsky 模型得到动力 Smagorinsky 模型的方式，可以得到具有动力模式的单方程湍动能 SGS 模型（模型中 c_ν 和 c_ε 为动态取值的系数）。

首先根据 Germano 等式^[88]，得到网格滤波尺度与测试滤波尺度之间的湍流应力 L_{ij} ：

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = 2c_\nu M_{ij} \quad (5-23)$$

式中 M_{ij} 具体形式为:

$$M_{ij} = -(\widetilde{\Delta K}^{1/2} \widetilde{S}_{ij} - \overline{\Delta k}_{sgs}^{1/2} \overline{S}_{ij}) \quad (5-24)$$

$$K = L_{ii} / 2 + \widetilde{k}_{sgs} \quad (5-25)$$

由式 (5-23) 至 (5-25) 可得:

$$c_v = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (5-26)$$

以下再推导 c_ε 的具体形式。测试滤波尺度的 SGS 耗散率形式为:

$$E = \nu \left(\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \overline{\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j}} \right) \quad (5-27)$$

网格滤波尺度的 SGS 耗散率形式为:

$$\varepsilon = \nu \left(\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \overline{\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}} \right) \quad (5-28)$$

根据式 (5-27) 和式 (5-28), 可得:

$$F = E - \varepsilon = \nu \left(\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \overline{\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j}} \right) \quad (5-29)$$

由此可以推导得到 SGS 耗散率模型系数 c_ε 如下:

$$c_\varepsilon = \frac{F}{G} \quad (5-30)$$

式中 G 具体形式为:

$$G = \frac{K^{3/2}}{\widetilde{\Delta}} - \frac{\widetilde{k}_{sgs}^{3/2}}{\widetilde{\Delta}} \quad (5-31)$$

5.2.3 引入动力模式的 SST-DDES 模型

参考动力单方程 SGS 模型的构造过程, 可以相当直接地将动力模式引入 SST-DDES 模型, 得到动力 SST-DDES 模型^[89,90]。通过 SST-DDES 模型的具体形式, 可以得到如下观察:

当 SST-DDES 模型从 RANS 计算模式切换到 LES 计算模式时, 其湍流特征尺度变化如下:

$$L_T = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega} \rightarrow C_{DES} \Delta \quad (5-32)$$

其湍动能输运方程耗散项变化如下：

$$C_\mu k \omega \rightarrow \frac{k^{3/2}}{C_{DES} \Delta} \quad (5-33)$$

其湍黏系数变化如下：

$$\nu_t = k / \omega \rightarrow C_\mu C_{DES} \sqrt{k} \Delta \quad (5-34)$$

比较式 (5-21) 动力单方程 SGS 模型的湍黏系数与式 (5-34) SST-DDES 模型 LES 模式时的湍黏系数, 可以发现两者形式高度一致。因此得到动力 SST-DDES 模型, 只需要将模型系数 C_{DES} 替换成它的动态版本, 即:

$$C_{DES} = c_v / C_\mu \quad (5-35)$$

值得注意的是, 原始动力单方程 SGS 模型只有关于 SGS 湍动能的输运方程, 因此对于 SGS 湍流耗散率需要额外显式构造。而 SST-DDES 模型为双方程模型, 有关于湍频率 (湍流耗散率) 的输运方程, 因此本文采用的动力 DDES 模型 (dynamic DDES, dyDDES) 并没有另外定义一个模型系数 c_ϵ 以重新定义 SGS 湍流耗散率。

5.3 DDES 模型与 dyDDES 模型模拟 $Re=3900$ 圆柱绕流

5.3.1 时均流场特征对比分析

表 5-1 展示了不同 SST-DDES 模型的计算的一些典型的流动系数 (如阻力系数 C_d) 与实验值和 LES 计算结果的比较。时间平均操作所采用的时间间隔为 0.39, D/U_∞ , 统计时间约为 78 个泄涡周期。可以看出, 由 DDES 和 dyDDES 所得到的计算结果均相当精确, 可以认为比较接近 LES 的计算结果。总体而言, 对于雷诺数 $Re = 3900$ 的圆柱绕流算例, dyDDES 与 DDES 计算的时均流场特征系数没有太大出入。

图 5-1 为周向压力系数在圆柱壁面上的分布曲线。压力系数在上游驻点处达到略大于 1 的最大值, 随即在分离角附近 (约为 65°) 达到最小值。可以看出, 由 dyDDES 与 DDES 计算的周向压力系数分布曲线几乎完全重合, 都相当接近于实验结果, 说明二者对于圆柱壁面周向压力系数的计算都很精确。图 5-2 与图 5-3 为圆柱尾流场不同截面处的流向平均速度剖面曲线, dyDDES 和 DDES 的计算结果出现

了一定程度的差异。

表 5-4 圆柱绕流流场时均特征系数

Table 5-4 Time-averaged characteristic coefficients of flow around a circular cylinder

	C_d	C_{pb}	St	L_{rec}/D	U_{min}/U_∞
试验 ^[78]	0.990	0.88	0.215	1.33	0.24
PIV ^[79]	—	—	0.208	1.51	0.34
LES ^[79]	—	—	0.208	1.56	0.26
DDES	1.000	0.84	0.208	1.52	0.29
dyDDES	0.972	0.84	0.210	1.52	0.20

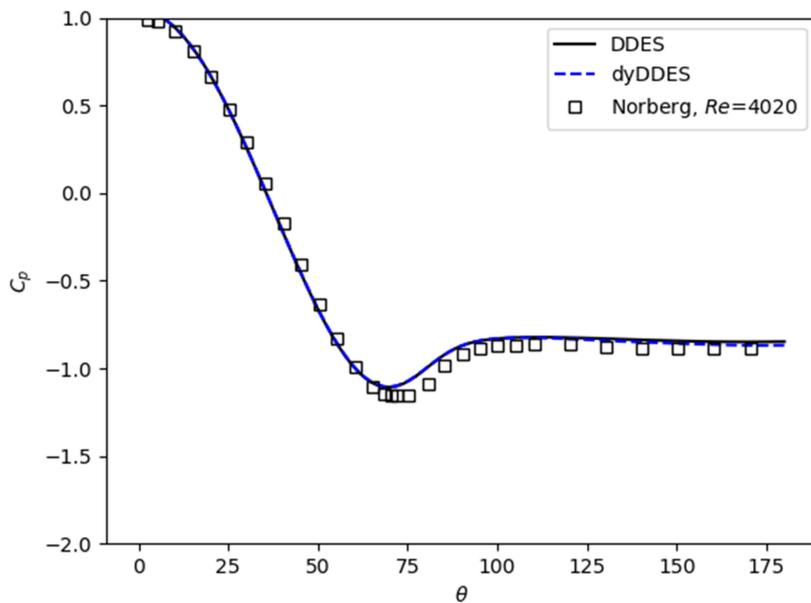


图 5-1 圆柱壁面周向压力系数分布曲线^[78]

Fig.5-1 Distributions of circumferential pressure coefficient on the surface of a circular cylinder^[78]

图 5-2 为圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。除了在截面 $x/D=1.54$ 处 dyDDES 计算的流向速度最小值略低于 DDES 的计算结果和实验结果，其他截面处的结果二者均吻合良好。图 5-3 为圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线。这时候便可以看出相对于 DDES，dyDDES 的计算结果更接近于实验结果，而 DDES 预测的流向速度最低值低于实验结果，以截面 $x/D=6.0$ 处最明显。造成这种现象的原因可能为 DDES 计算的湍流耗散过大，导致涡量随着下游发展而被过早的耗散掉。而 dyDDES 计算的湍流耗散相对更接近于真实情况，

因此涡量尚能在下游保持一段距离而不被完全耗散掉。图 5-4 为圆柱近尾流场的时均流向脉动速度。可以看出 DDES 计算的峰值小于实验结果，而 dyDDES 计算的结果相对与实验结果比较接近，但是仍存在一定的差异。

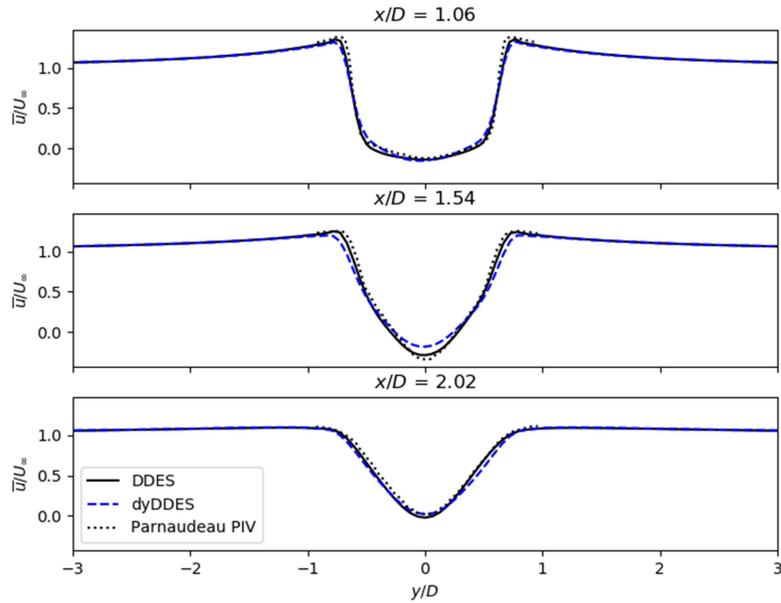


图 5-2 圆柱近尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]

Fig.5-1 Mean stream-wise velocities at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

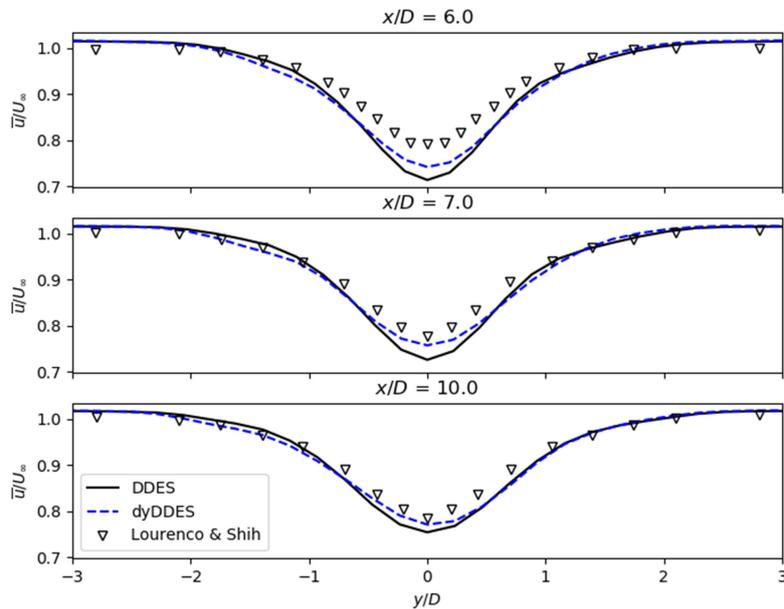


图 5-3 圆柱远尾流场不同截面处的时均流向速度剖面曲线^[79]

Fig.5-3 Mean cross-flow velocity at three locations in the near wake of flow around cylinder^[79]

通过上文的比较可以看出，对于雷诺数 $Re = 3900$ 的圆柱绕流时均特征的计算

结果，加入动力模式后的 DDES 模型模拟表现获得了一定程度的改进，尤其是对于远尾流场流向时均速度的计算。以下再来探究动力模式对于 DDES 模型模拟瞬时流场结构的影响。

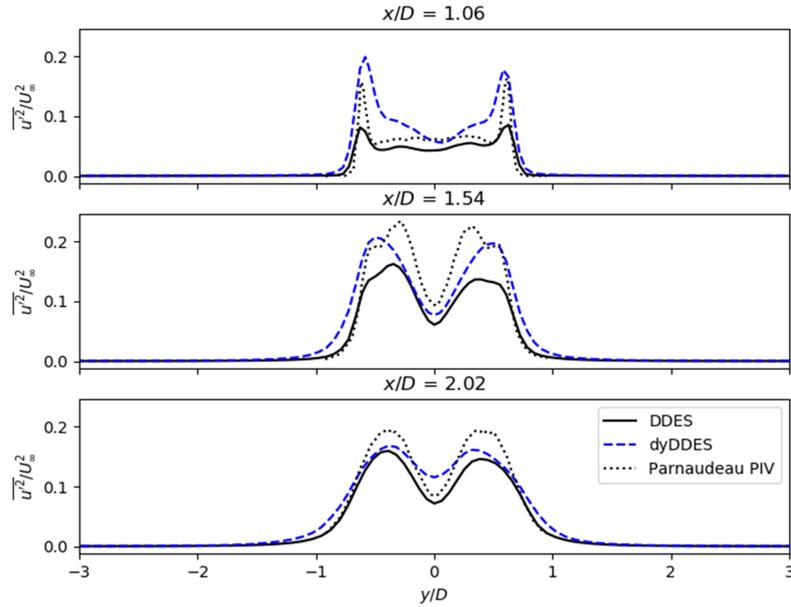
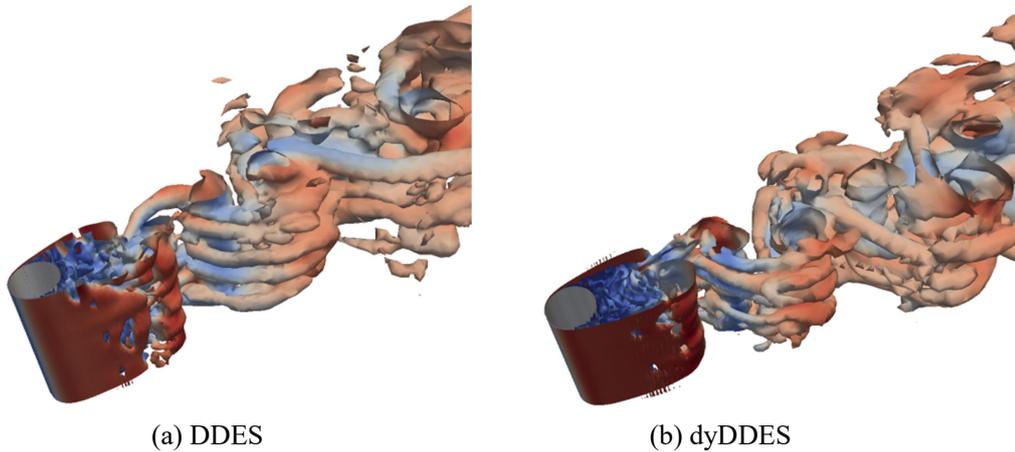


图 5-4 圆柱近尾流场不同截面处的时均脉动速度剖面曲线^[79]

Fig.5-4 Mean stream-wise normal Reynolds stresses in the near wake of flow around cylinder^[79]

5.3.2 瞬时流场特征对比分析



(a) DDES

(b) dyDDES

图 5-5 圆柱绕流 Q 准则涡量等值面

Fig.5-5 Iso-surface of the Q-criterion of flow past a circular cylinder

由图 5-5 Q 准则涡量等值面可以看出，虽然 DDES 和 dyDDES 均捕捉到了非定常性很强的湍流结构，但是相对于 DDES，dyDDES 捕捉到的湍流结构要更加

精细。在近壁面处，dyDDES 捕捉到了相当数目的细小的旋涡。而在远尾流处，DDES 模拟的旋涡结构比 dyDDES 更大而平缓。

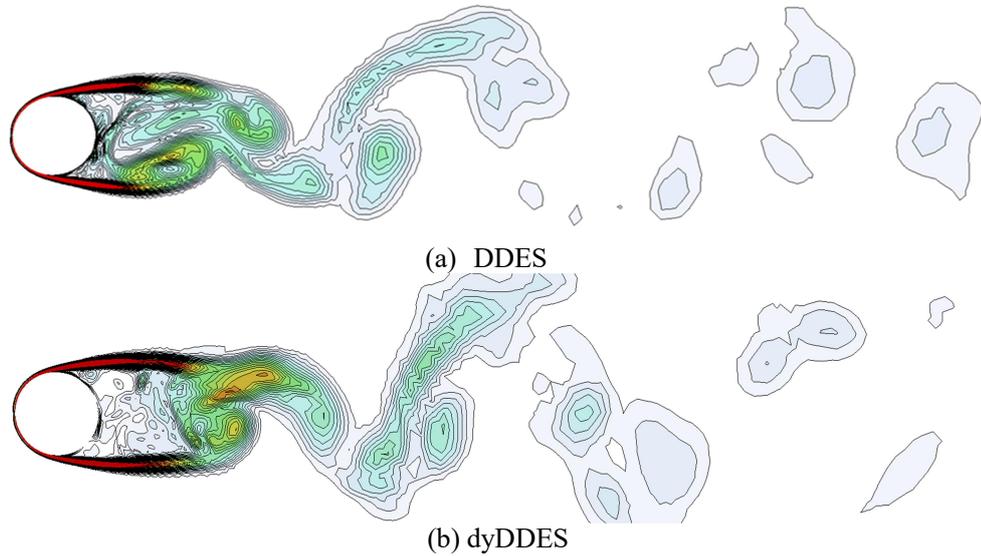
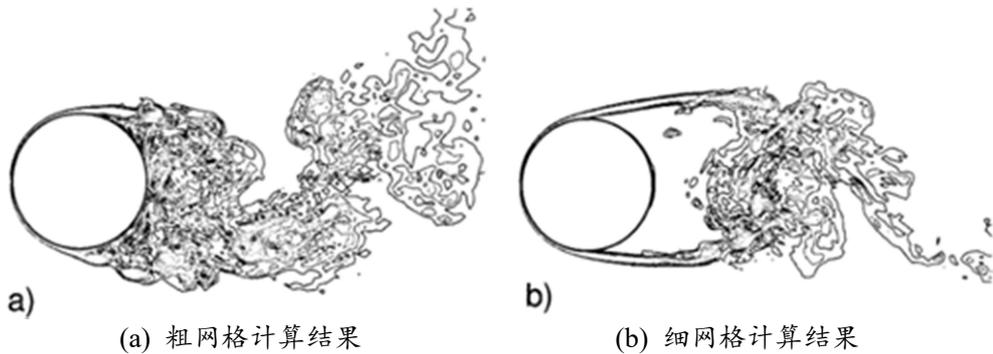


图 5-6 圆柱绕流 X-Y 截面处涡量等值线

Fig.5-6 Contours of vorticity magnitudes of the flow past a cylinder in the X-Y plane



(a) 粗网格计算结果

(b) 细网格计算结果

图 5-7 LES 计算的圆柱绕流 X-Y 截面处涡量等值线^[78]

Fig.5-7 Contours of vorticity of flow past cylinder in the X-Y plane computed by LES^[78]

图 5-6 为分别使用 dyDDES 和 DDES 模型计算的圆柱绕流 X-Y 截面处的涡量等值线，而图 5-7 为使用 LES 模型分别在粗网格和细网格上计算的涡量等值线。从中可以看出，DDES 计算的圆柱壁面后的回流区域相当狭窄，接近于 LES 模型在粗网格上计算得到的结果。而 dyDDES 计算的圆柱壁面后的回流区域更接近于 LES 模型在细网格上的计算结果，即相对更接近于实际情况。同时可以发现，DDES 计算的涡量随着向下游发展而被迅速耗散，而 dyDDES 计算的涡量相对保持了更远的距离。由图 5-8 圆柱远尾流场截面 $x/D=10$ 处的涡量云图可以看出，DDES 计算的涡量幅值明显小于 dyDDES，即 dyDDES 计算的湍流运动在远尾流场处要比

DDES 活跃, 不像 DDES 那样将涡量迅速耗散。此观察解释了图 5-3 中为何 dyDDES 模拟远尾流场时均流向速度比 DDES 更接近于实验结果。

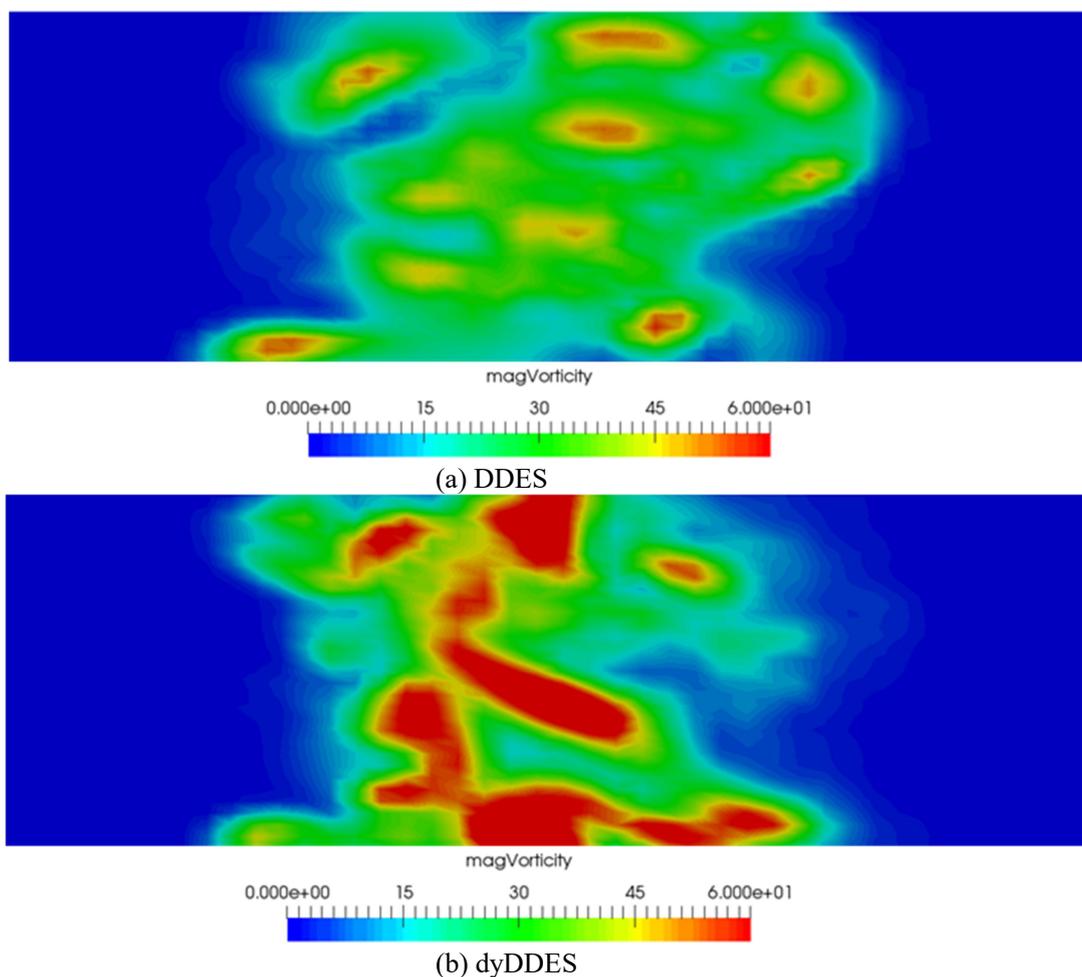


图 5-8 圆柱远尾流场截面 $x/D = 10$ 处的涡量云图

Fig.5-8 Contours of vorticity magnitudes of the flow past a cylinder in the plane $x/D = 10$

本文进一步探究了 dyDDES 模型根据流场特性动态计算的动力系数 C_{DES} 在流场中的分布特征。图 5-9 展示了圆柱绕流展向截面处 C_{DES} 变化云图。由图可以发现, 在圆柱壁面附近, C_{DES} 变化相当剧烈, 而在往下游慢慢变得均匀平缓。相对于原始常数 $C_{DES} = 0.6$, 动力 C_{DES} 变化幅度较大, 峰值超过常数 C_{DES} 值的 2 倍而同时有相当的区域 C_{DES} 趋于 0。为了研究流场特征对于动力 C_{DES} 取值的影响, 图 5-10 展示了圆柱绕流展向截面处湍流动能 k 的变化云图。可以发现, 动力 C_{DES} 的变化云图与 k 的变化云图有着非常相似的拓扑结构, 在 k 比较大即湍流活动剧烈的地方, 动力 C_{DES} 的值也相应比较大。实际上, 在动力 C_{DES} 取值接近于 0 的地方, 相应的湍动能 k 的取值也接近于 0。这表明: dyDDES 计算的动力系数 C_{DES} 根据流场

中湍流运动的活跃程度来动态地调整自身大小。在湍流运动剧烈的地方，动力 C_{DES} 取到峰值；而在湍流运动很少即接近于层流状态的区域，动力 C_{DES} 取值趋近于 0。因此，理论上引入动力模式的 DDES 模型更能够捕捉到丰富的湍流结构。

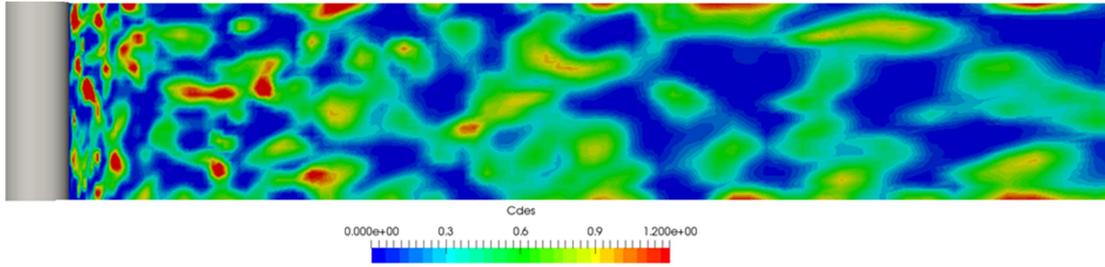


图 5-9 圆柱绕流展向截面处 C_{DES} 变化云图

Fig.5-9 Contours of C_{DES} magnitudes of the flow past a cylinder in the span-wise plane

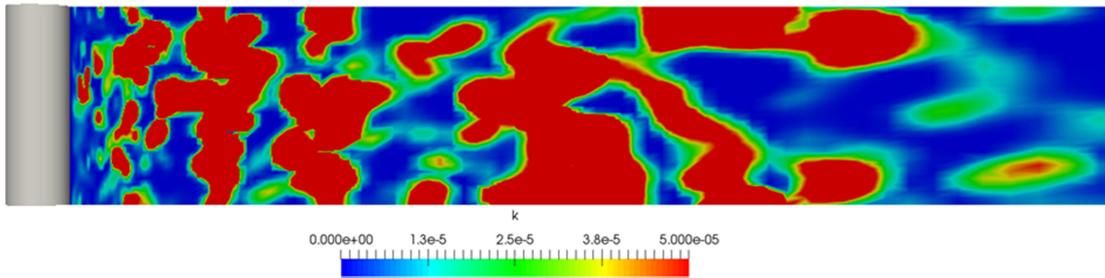


图 5-10 圆柱绕流展向截面处 k 变化云图

Fig.5-10 Contours of k magnitudes of the flow past a cylinder in the span-wise plane

5.4 DDES 模型与 dyDDES 模型模拟 $Re=22000$ 方柱绕流

5.4.1 时均流场特征对比分析

表 5-2 展示了 dyDDES 和 DDES 计算的方柱绕流的时均流场特征系数与实验结果和 LES 计算结果比较。可以看出 dyDDES 与 DDES 模型的计算结果相当接近，而 dyDDES 模型的计算结果略优于 DDES 模型的结果。其中 dyDDES 和 DDES 计算的阻力系数 C_d 均略大于实验结果而斯特劳哈尔数 St 略小于实验结果。

图 5-11 为方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度分布。由图 5-11 中可以看出，在 $x/D=1.5$ 截面以内即方柱近壁面区域，dyDDES 与 DDES 模型的计算结果非常接近。而随着流场向下游发展，DDES 的预测结果开始明显低于实验结果，而 dyDDES 则相对与实验结果比较接近。根据计算圆柱绕流算例时 dyDDES 和 DDES 模型的表现，可以推测相对 DDES 模型及 dyDDES 模型能够直接解析出更多且更小的湍流尺度运动，从而需要使用亚格子模型模化（即位于惯性子区）的湍流成

分更少。与此相应，dyDDES 提供的湍流耗散更接近于实际情况。

表 5-2 方柱绕流流场时均特征系数

Table 5-2 Time-averaged characteristic coefficients of flow around a square cylinder

数据来源	C_d	St	L_{rec}/D
试验 ^[81]	2.35	0.135	—
LES ^[82]	2.18	0.130	1.07
DDES	2.40	0.126	1.14
dyDDES	2.38	0.128	1.10

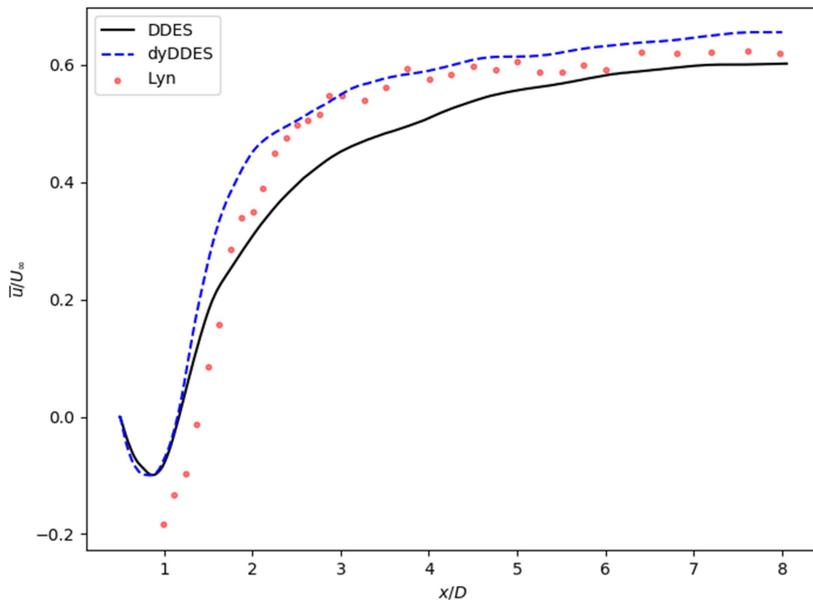


图 5-11 方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度分布^[83]

Fig.5-11 Mean horizontal velocities of the wake of flow around a square cylinder at the centerline^[83]

图 5-12 和图 5-13 为方柱近尾流场 $x/D=1$ 截面处时均流向速度和纵向速度剖面。可以看出，dyDDES 和 DDES 预测的流向速度剖面几乎完全一致。因为近壁面处 RANS 模型起主导作用，所以可以预期动力模式对于 DDES 模型的影响能够被忽略。但是值得注意的是，对于流向速度，dyDDES 模型的预测结果明显更接近于实验结果。

图 5-14 可以看出，DDES 模型预测的脉动速度峰值高于实验结果，而 dyDDES 模型预测的脉动速度峰值低于实验结果。根据上文可知，DDES 模型模拟的湍流成分要比 dyDDES 模型多，而脉动速度中所代表的湍流运动有相当一部分是被模

型模化的(对于 RANS 模型脉动速度即代表需要被模化的雷诺应力)。因此, DDES 模型预测的时均流向速度低于 dyDDES 模型, 而其预测的时均流向脉动速度则要高于 dyDDES 模型。从图 5-15 方柱绕流中心轴处时均纵向脉动速度分布中可以看出, DDES 模型的预测结果峰值明显高于实验结果, 而下游的预测结果又低于实验结果。dyDDES 模型预测的纵向脉动速度峰值更接近于实验, 但是其下游的预测结果与实验结果仍存在一定的偏差。

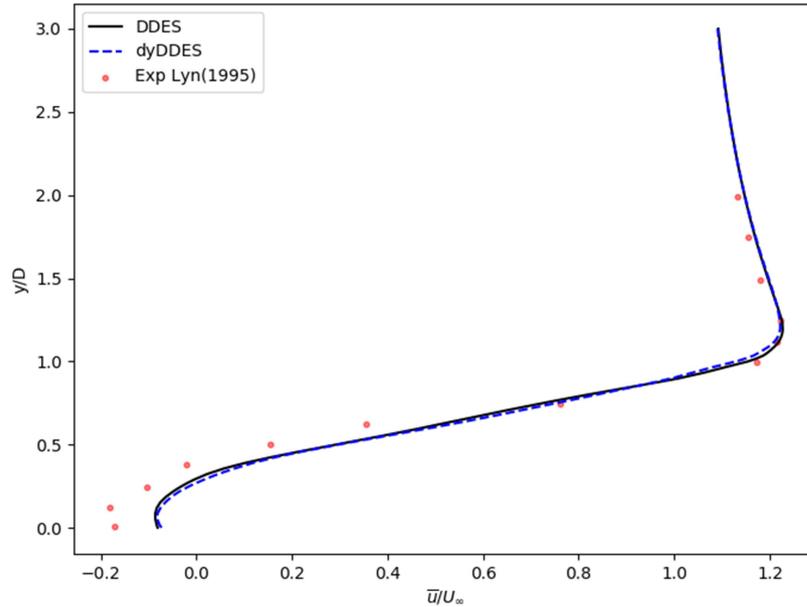


图 5-12 方柱绕流尾流 $x/D=1$ 截面处时均流向速度分布^[83]

Fig.5-12 Mean horizontal velocities of flow around a square cylinder at the plane $x/D=1$ ^[83]

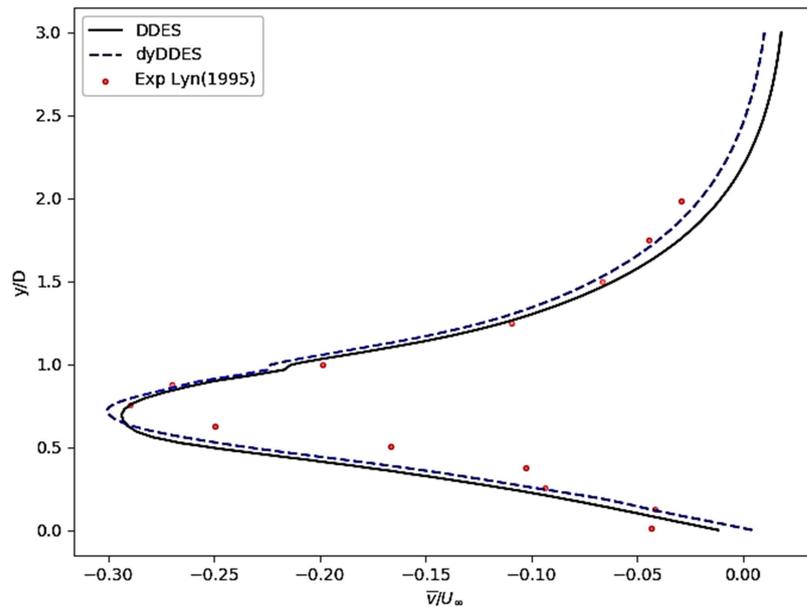


图 5-13 方柱绕流 $x/D=1$ 截面处时均纵向速度分布^[83]
 Fig.5-13 Mean vertical velocities of flow around a square cylinder at the plane $x/D=1$ ^[83]

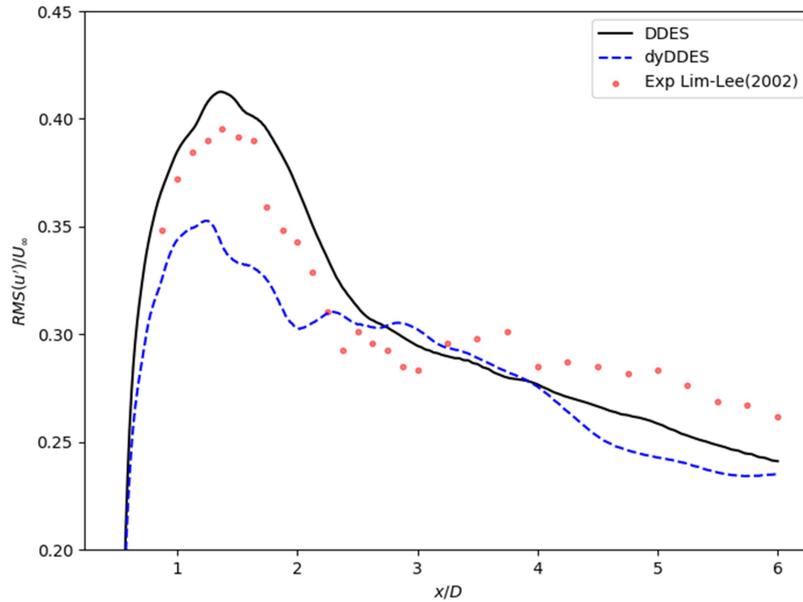


图 5-14 方柱绕流尾流中心轴处时均流向脉动速度分布^[84]
 Fig.5-14 Mean horizontal fluctuated velocity of flow around a square cylinder at the centerline^[84]

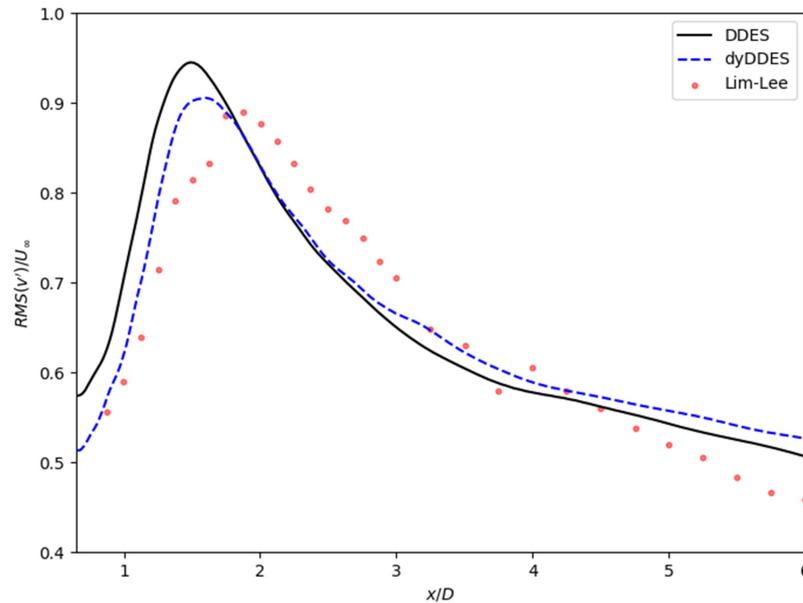


图 5-15 方柱绕流尾流中心轴处时均纵向脉动速度分布^[84]
 Fig.5-15 Mean vertical fluctuated velocity of flow around a square cylinder at the centerline^[84]

5.4.2 瞬时流场特征对比分析

图 5-16 为使用 Q 准则得到的方柱绕流涡量等值面。相对于雷诺数 $Re=3900$

的圆柱绕流算例，这里可以更明显地看出，dyDDES 模型解析出了精细的湍流小尺度结构。尤其在方柱壁面层流转捩处，可以看出 DDES 模型模拟的转捩现象要比 dyDDES 模型延迟一小段距离，因此 dyDDES 模型对于边界层分离现象的响应要比 DDES 模型迅速。由此也可以看出，雷诺数对于 DDES 模型和 dyDDES 模型的模拟表现差异也有一定的影响。在本文的雷诺数更高的方柱绕流算例中，引入动力模式对于 DDES 模型的模拟表现的改进更加明显。

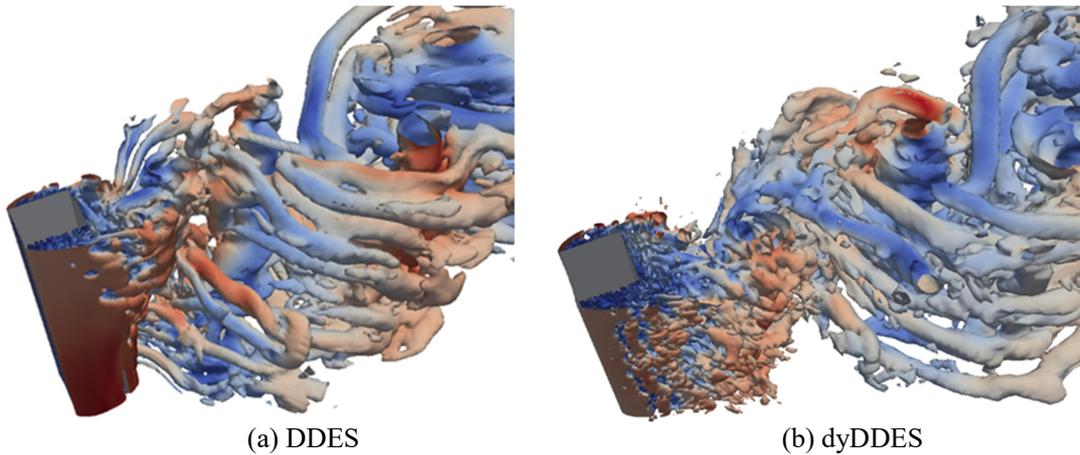


图 5-16 方柱绕流 Q 准则涡量等值面

Fig.5-16 Iso-surface of the Q-criterion of flow past a circular cylinder

总体而言，在雷诺数 $Re=22000$ 方柱绕流算例测试中，dyDDES 模型在时均流场特征系数相对 DDES 模型有一定的改进。由时均流向速度和瞬时涡量等值面等模拟结果可以看出，引入动力模式改进了 DDES 模型捕获小尺度湍流结构的能力，同时 dyDDES 模型也能够更加迅速地对边界层发生的分离现象产生响应。

5.5 本章小结

本章主要介绍了 LES 模型中的动力模式，以及如何根据动力单方程 SGS 模型将动力模式引入到 SST-DDES 模型中，从而得到动力 SST-DDES 模型。再利用 SST-DDES 模型和动力 SST-DDES 模型分别模拟了雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流和雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流，比较了这两种模型计算的时均流场结果和瞬时流场结果，分析了引入动力模式对于 DDES 模型的模拟大分离流动的影响，得出了以下主要结论：

1) 雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例中，DDES 模型和 dyDDES 模型计算的时均流场特征系数如阻力系数 C_d 等均较吻合实验结果，无明显差异。同时二者计算的圆柱近尾流场时均流向速度剖面曲线也相当接近。而对于远尾流场时均流向速

度剖面曲线的计算，dyDDES 模型要比 DDES 模型更接近于实验结果。造成这种现象的原因为 DDES 计算的湍流耗散过大，导致涡量随着下游发展而被过早的耗散掉，而 dyDDES 计算的湍流耗散相对更接近于真实情况。

2) 根据流场特性计算的模型常数 C_{DES} 根据流场中湍流运动的活跃程度来动态地调整自身大小。在湍流运动剧烈的地方，动力 C_{DES} 取到峰值；而在湍流运动很少即接近于层流状态的区域，动力 C_{DES} 取值趋近于 0。因此，理论上引入动力模式的 DDES 模型更能够捕捉到丰富的湍流结构。

3) 雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流算例中，dyDDES 模型计算的时均流场特征系数略优于 DDES 模型。而从对于方柱绕流尾流中心轴处时均流向速度剖面的计算中可以看出，dyDDES 模型明显更接近于实验结果。而从 Q 准则得到的方柱绕流涡量等值面图中可以看出，dyDDES 模型可以模拟得到比 DDES 模型更精细的湍流结构。总体来说，雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流算例中不同模型表现的差异要比雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例明显，由此可以推断雷诺数的大小对 DDES 模型因引入动力模式而产生的模拟表现差异有一定的影响。

第六章 总结与展望

6.1 全文总结

在海洋工程中，结构物经常会受到因结构物与来流相互作用而引起的湍流现象的影响。RANS/LES 混合方法结合两者优点，在边界层内使用计算效率高的 RANS 方法，在边界层外使用精度高的 LES 方法，是目前湍流模型研究最有生命力的一个分支。RANS/LES 混合方法最有可能打破 CFD 实际工程应用的困局，有着极为广阔的应用前景和重要的战略目的，值得人们进行深入的研究。

本文主要工作为对 DDES、SAS 模型进行了研究，对 DDES 引入动力模式开发了 dyDDES 模型从而实现了 DDES 的改进。同时本文基于开源 CFD 平台 OpenFOAM，使用 RANS、DDES、SAS 和自主开发的 dyDDES 模型对雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流和对于雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流算例进行计算，得到如下主要结论：

(1) RANS 计算的时均流场特征均于实验结果差距较大，而 DDES 与实验吻合良好；瞬时流场特征的计算上来看，RANS 模拟的涡量结构尺寸较大，DDES 能够解析出更多小尺度涡结构且三维效应明显；总体来讲，DDES 的模拟表现明显优于 RANS，验证了其在大分离流动的模拟中能够以经济的计算成本获得较高的精度。

(2) 对于圆柱绕流算例，SAS 计算的时均流场特征稍劣于 DDES；因为其不依赖于网格的特性，在远尾流场速度剖面的计算中优于 DDES。而对于方柱绕流算例，SAS 出现了和 RANS 一样的问题：模化的湍流应力过小导致计算的流场速度和阻力均偏小，同时模拟的涡量等值面显示的涡量尺寸比较大，三维效应没有 DDES 明显。说明 SAS 模型的模拟表现不如 DDES 稳定，其改进空间还较大。同时，对于使用同一套计算网格的圆柱绕流算例，SAS 模拟表现明显不如 DDES 模型，但是将其 L_{vk} 限制器的系数 $C_S=0.11$ 改为 $C_S=0.08$ 后，SAS 的模拟表现明显改善，接近于 DDES。这说明冯卡门尺度 L_{vk} 限制器形式的变化对 SAS 模型有着相当大的影响，值得将来进一步探索。

(3) 对于圆柱绕流算例，dyDDES 计算的流场时均特征系数略优于 DDES，尤其是对于远尾流场时均流向速度剖面曲线的计算，dyDDES 模型要比 DDES 模

型更接近于实验结果;通过比较 dyDDES 计算的模型常数 C_{DES} 云图与湍动能云图,发现流场特性计算的模型常数 C_{DES} 根据流场中湍流运动的活跃程度来动态地调整自身大小;而对于方柱绕流算例, dyDDES 计算的时均流场特征明显优于 DDES,模拟的涡量等值面也解析出了更多的细小的旋涡结构,由此可以推断雷诺数的大小对 DDES 模型因引入动力模式而产生的模拟表现差异有一定的影响。

6.2 研究展望

虽然本文对目前广泛的使用的 DDES 模型和 SAS 模型进行了详细的调查研究,同时通过引入动力模式对 DDES 模型做了相应的改进并进行了两个典型柱体绕流的算例验证,但是因为硕士阶段的学业时间有限,本文对于 RANS/LES 混合模型的研究与应用仍处于初步阶段,工作存在诸多不足,未来可以从以下几个方面进行更深入的研究:

(1) RANS/LES 混合模型的种类很多,本文仅对其中使用较广泛的 DDES 模型和 SAS 模型做了探讨,其他仍有很多 RANS/LES 混合方法可以进行研究与应用,例如引入 WMLES 机制的 IDDES 模型,人为划分 RANS/LES 计算区域的 ZDES 模型以及通过模化湍动能系数来控制 RANS/LES 混合程度的二代 URANS 模型 PANS。它们的原理和优劣势各不相同,未来可对其中一个进行有针对性地深入研究。

(2) 本文选择柱体绕流中典型的雷诺数 $Re=3900$ 的圆柱绕流算例和雷诺数 $Re=22000$ 的方柱绕流算例作为标准算例。实际上大分离流动除了柱体绕流以外也有很多种类型的流动,本文采用两个标准算例虽然可以进行系统的比较分析,但是算例较少导致普适性不足。今后的工作应该增加更多的算例,以更加开阔的角度分析对比模型的模拟表现。

(3) 本文方柱绕流的算例中 SAS 模型的计算结果并不理想,但是这并不能说明 DDES 模型优于 SAS 模型。因为本文采用的算例不多,所以这种情况有可能只是特例。今后应该更加全面地对验证 SAS 模型的模拟能力。

(4) 本文观察到 SAS 模型的 L_{vk} 限制器的系数的改变会相当程度地影响 SAS 模型的计算结果,说明了 L_{vk} 限制器的形式对 SAS 模拟能力有着不可忽视的影响。为了更加系统地研究 L_{vk} 限制器的特性,将来可基于多个 LES 模型构造 L_{vk} 限制器,同时也能探究 L_{vk} 限制器的最优构造形式。

(5) 本文将动力模式引入到 DDES 模型中构造开发了 dyDDES 模型,但是动力模式作为一个普适的思想可引入多个湍流模型当中。可以注意到 IDDES 模型的形式与 DDES 模型保持一致,仅仅是对网格尺度和特征湍流尺度的定义做出了

改进。因此完全可以将动力模式引入到 IDDES 模型当中。同时可以注意到原始文献中 SAS 模型的 L_{vk} 限制器基于 Smagorinsky 代数涡粘模型构造, 即其中的模型系数为一个常数。因此也可以将动力模式引入到 L_{vk} 限制器中, 构造动力 SAS 模型。

参 考 文 献

- [1] Pope, S.B. Turbulent flows[B]. UK: Cambridge University Press. 2000:9.
- [2] Gonçalves, R.T., Rosetti, G.F., Fajarra, A.L.C, et al. An overview of relevant aspects on vortex-induced motions (VIM) of spar and monocolumn platforms[J]. Journal of Offshore Mechanics & Arctic Engineering, 2012, 134(1):014501.
- [3] Spalart, P., Allmaras, S.A. one-equation turbulence model for aerodynamic flows[J]. Recherche Aerospaciale, 1994, 1(1):5-21.
- [4] Menter, F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. AIAA Journal, 1994, 32(8):1598-1605.
- [5] Kolmogorov, A.N . The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers[J]. Proceedings Mathematical & Physical Sciences, 1991, 434(1890):9-13.
- [6] Smagorinsky, J. General circulation experiments with the primitive equations. monthly weather review 91, 99-165[J]. Monthly Weather Review, 1963, 91:99-164.
- [7] Fureby, C. Large-eddy simulation: current capabilities, recommended practices, and future research[J]. AIAA Journal, 2009, 48(8):1772-1784.
- [8] 肖志祥, 罗堃宇, 刘健. 宽速域 RANS-LES 混合方法的发展及应用[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(3):338-353.
- [9] Deck, S., Weiss, P.E., Renard, N. A rapid and low noise switch from RANS to WMLES on curvilinear grids with compressible flow solvers[J]. Journal of Computational Physics, 2018: 363.
- [10] Kim, D.H., Yang, K.S., Senda, M. Large eddy simulation of turbulent flow past a square cylinder confined in a channel[J]. Computers & Fluids, 2004, 33(1):81-96.
- [11] Hwan, J.J., Sik, Y.H. Large eddy simulation of flow over a twisted cylinder at a subcritical Reynolds number[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2014, 759(3):579-611.
- [12] Cheng, W., Pullin, D.I., Samtaney, R., et al. Large-eddy simulation of flow over a cylinder with from to : a skin-friction perspective[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2017:121-158.
- [13] 赵伟文, 万德成. 用大涡模拟方法数值模拟 Spar 平台涡激运动问题[J]. 水动力学研究与进展, 2015, 30(1):40-46.
- [14] Davidson, L., Peng, S. Embedded large-eddy simulation using the partially averaged Navier-Stokes Model[J]. AIAA Journal, 2013, 51(5):1066-1079.
- [15] Menter, F., Schutze, J., Kurbatskii, K.A., et al. Scale-resolving simulation techniques in industrial CFD[C]. AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference. 2011.
- [16] 李钊. RANS/LES 嵌入耦合方法研究[D]. 北京: 清华大学.2015.

- [17] Spalart, P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations[J]. *International Journal of Heat & Fluid Flow*, 2000, 21(3):252-263.
- [18] Slotnick, J., Khodadoust, A., Alonso, J., et al. CFD vision 2030 study: a path to revolutionary computational aerosciences[C]. Hampton: NASA, 2014.
- [19] Piomelli, U., Balaras, E. Wall-layer models for large-eddy simulations[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2002, 34:349-374.
- [20] Fan, T.C., Tian, M., Edwards, J.R., Validation of a hybrid Reynolds-averaged/large-eddy simulation method for simulating cavity flameholder configurations[C]. 31st AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibition, Anaheim, USA, 2001.
- [21] Menter, F.R., Egorov Y. The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. part 1: theory and model description[J]. *Flow Turbulence & Combustion*, 2010, 85(1):113-138.
- [22] Batten, P., Goldberg, U., Chakravarthy, S. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation[J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(3):485-492.
- [23] Spalart, P.R. Detached-eddy simulation[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2009, 41(1): 181-202.
- [24] Egorov, Y., Menter, F. Development and application of SST-SAS turbulence model in the DESIDER project[C]. *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling*. Berlin, German, 2008.
- [25] Deck S. Recent improvements in the zonal detached eddy simulation (ZDES) formulation[J]. *Theoretical Computational Fluid Dynamics*, 2012, 26(6):523-550.
- [26] Langhe, D.C., Merci, B., Dick, E. Very large eddy simulation and RNG turbulence models[C]. *AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. Anaheim, USA, 2001.
- [27] Langhe, D.C., Merci, B., Lodefier, K., et al. Hybrid RANS/LES modelling with an approximate renormalization group. II: Applications[J]. *Journal of Turbulence*, 2005, 6(13):1-18.
- [28] Chen, S.Y., Xia, Z.H., Pei, S.Y., et al. Reynolds-stress-constrained large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, 703(1):1-28.
- [29] Girimaji, S.S. Partially-averaged Navier-Stokes model for turbulence: a Reynolds-averaged Navier-Stokes to direct numerical simulation bridging method[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2006, 73(3):413.
- [30] Menter, F.R., Egorov, Y. A Scale adaptive simulation model using two-equation models[C]. *AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, USA, 2005.
- [31] Menter, F.R., Egorov Y. The scale-adaptive simulation method for unsteady

- turbulent flow predictions. part 1: theory and model description[J]. *Flow Turbulence & Combustion*, 2010, 85(1):113-138.
- [32] 杜若凡, 阎超, 罗大海. PANS 方法在双圆柱绕流数值模拟中的性能分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2015, 41(8):1374-1380.
- [33] 罗大海, 阎超, 王小永. 部分平均 Navier-Stokes 方法模拟超声速斜面空腔流动[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(9):2167-2173.
- [34] Egorov, Y., Menter, F. Development and application of SST-SAS turbulence model in the DESIDER project[C]. *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling*. Berlin, German, 2008.
- [35] Zhao, R., Xu, J.L., Yan, C., et al. Scale-adaptive simulation of flow past wavy cylinders at a subcritical Reynolds number[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2011, 27(5):660-667.
- [36] 杜磊, 宁方飞. 高亚临界雷诺数圆柱绕流的尺度自适应模拟[J]. *力学学报*, 2014, 46(4):487-496.
- [37] Babu, S.V., Zografakis, G., Barakos, G.N. Evaluation of scale-adaptive simulations for transonic cavity flows[C]. *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*. Switzerland, 2015.
- [38] Egorov, Y., Menter, F.R., Lechner, R., et al. The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. part 2: application to complex flows[J]. *Flow Turbulence & Combustion*, 2010, 85(1):139-165.
- [39] Mockett, C., Haase, W., Thiele, F. Go4Hybrid: a European initiative for improved hybrid RANS-LES modelling[J]. *Notes on Numerical Fluid Mechanics & Multidisciplinary Design*, 2015, 130(2):299-303.
- [40] Shur, M., Spalart, P.R., Strelets, M. A rapid and accurate switch from RANS to LES in boundary layers using an overlap region[J]. *Flow Turbulence & Combustion*, 2011, 86(2):179-206.
- [41] Shur, M., Spalart, P.R., Strelets, M.K., et al. Synthetic turbulence generators for RANS-LES interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems[J]. *Flow Turbulence & Combustion*, 2014, 93(1):63-92.
- [42] 陈海昕, 李钊, 张宇飞. 一种 RANS/LES 嵌入耦合方法[C]. *中国力学大会*, 上海: 中国力学学会, 2015.
- [43] Weng, Z. Generation of synthetic turbulence for the embedded-IDDES model[C]. Beijing, China, 2015.
- [44] 李栋, 王翔宇. 嵌入式 RANS / LES 混合方法在槽道流动数值模拟中的应用[J]. *西北工业大学学报*, 2015, 33(5):799-803.

- [45] Spalart, P.R., Jou, W., Strelets, M., et al. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach[C]// Liu, C., Liu, Z. Advances in DNS/LES. Columbus: Greyden Press, 1997.
- [46] Strelets, M. Detached eddy simulation of massively separated flows[C]. AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibit. Reno, America, 2001.
- [47] Fröhlich, J., Terzi, D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2008, 44(5):349-377.
- [48] 王翔宇, 李栋. SST-DES 在小分离流动数值模拟中的改进[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(9):1245-1249.
- [49] Spalart, P.R., Deck, S., Shur, M.L., et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities[J]. Theoretical & Computational Fluid Dynamics, 2006, 20(3):181.
- [50] Menter, F.R., Kuntz, M., Langtry, R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model[J]. Turbulence, heat and mass transfer. 2003, 4(1):625-632
- [51] Shur, M.L., Spalart, P.R., Strelets, M.K., et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities[J]. International Journal of Heat & Fluid Flow, 2008, 29(6):1638-1649.
- [52] Xiao, Z.X., Liu, J., Huang, J.B., et al. Comparisons of three improved DES methods on unsteady flows past tandem cylinders[C]//Progress in Hybrid RANS-LES modelling. Berlin, German, 2012.
- [53] Gritskevich, M.S., Garbaruk, A.V., Schütze, J., et al. Development of DDES and IDDES formulations for the $k-\omega$ shear stress transport model[J]. Flow Turbulence & Combustion, 2012, 88(3):431-449.
- [54] Spalart, P.R., Strelets, M.K. Attached and detached eddy simulation[C]. Symposium on Hybrid RANS-LES Methods. Strasbourg, France, 2016.
- [55] Manceau, R. Progress in hybrid temporal LES[C]. Symposium on Hybrid RANS-LES Methods. Strasbourg, France, 2016.
- [56] Menter, F. Stress-blended eddy simulation(SBES)—a new paradigm in hybrid RANS-LES modelling[C]. Symposium on Hybrid RANS-LES Methods. Strasbourg, France, 2016.
- [57] Lardeau, S. Consistent strain/stress lag eddy-viscosity model for hybrid RANS/LES[C]. Symposium on Hybrid RANS-LES Methods. Strasbourg, France, 2016.
- [58] Xiao, H., Jenny, P. A consistent dual-mesh framework for hybrid LES/RANS modeling[J]. Computer Physics. 2012, 231(4):1848–1865.

- [59] Uzun, A., Hussaini, M.Y. An application of delayed detached eddy simulation to tandem cylinder flow field prediction[J]. *Computers & Fluids*, 2012, 60(10):71-85.
- [60] Holmes, S. Predicting spar VIM using CFD[J]. *Proceedings of the ASME 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2008.
- [61] 赵伟文, 万德成. 基于 SA-DDES 的三维圆柱绕流数值模拟[C]. 第二十七届全国水动力学研讨会暨第五届海峡两岸水动力学研讨会论文集, 江苏, 中国, 2015:382-387
- [62] 徐晶磊, 高歌, 杨焱. 基于当地流动结构的 RANS/LES 混合模型[J]. *航空学报*, 2014, 35(11):2992-2999.
- [63] Vreman, A.W. An eddy-viscosity subgrid-scale model for turbulent shear flow: Algebraic theory and applications[J]. *Physics of Fluids*, 2004, 16(10):3670.
- [64] Xu, J., Li, M., Gao, G. A dynamic hybrid RANS/LES approach based on the local flow structure[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2017, 67:250-260.
- [65] Frendi, A., Tosh, A., Girimaji, S. Flow past a backward-facing step: comparison of PANS, DES and URANS results with experiments[J]. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science & Mechanics*, 2006, 8(1):23-38.
- [66] Girimaji, S.S, Suman, S. Partially averaged navier stokes (PANS) method for turbulence simulations: Theory and practice[M]// *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [67] Ma, J.M., Peng, S.H., Davidson, L., et al. A low Reynolds number variant of partially-averaged Navier-Stokes model for turbulence[J]. *International Journal of Heat & Fluid Flow*, 2011, 32(3):652-669.
- [68] Hu, C.L, Wang, G.Y., Chen, G.H., et al. A modified PANS model for computations of unsteady turbulence cavitating flows[J]. *Science China Physics Mechanics & Astronomy*, 2014, 57(10):1967-1976.
- [69] 高瑞泽, 徐晶磊, 赵瑞, 等. XY-SAS 模型对于分离流动的性能分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2010, 36(4):415-419.
- [70] 张扬, 白俊强, 华俊. 基于卡门尺度和滤波方法的 SST 方程改进[J]. *力学学报*, 2013, 45(3):442-446.
- [71] 白俊强, 王晨, 张扬. 一种基于冯卡门尺度的湍流模式在模拟稳态和非稳态流动问题中的应用[J]. *工程力学*, 2014, 31(11):39-45
- [72] Menter, F.R., Kuntz, M. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles[C]. *The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains*. 2004:339-352.
- [73] Nikitin, N.V., Nicoud, F., et al. An approach to wall modelling in large-eddy

- simulations[J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(7):1629-1632.
- [74] Kok, J.C. A stochastic backscatter model for grey-area mitigation in detached eddy simulations[J]. *Flow Turbulence & Combustion*, 2017, 99(1):1-32.
- [75] 杜若凡, 阎超, 韩政, 等. DDES 延迟函数在超声速底部流动中的性能分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2017, 43(8):1585-1593.
- [76] Meneveau, C., Katz, J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2000, 32(1):1-32.
- [77] Kravchenko, A.G., Moin, P. Numerical studies of flow over a circular cylinder at $Re_D = 3900$ [J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(2): 403-417.
- [78] Parnaudeau, P., Carlier, J., Heitz, D., et al. Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at Reynolds number 3900[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(8): 085101.
- [79] Hunt, J.C.R., Wray, A.A., Moin, P. Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows[C]. Center for turbulence research report CTR-S88, Stanford University, USA, 1988.
- [80] Norberg, C. Flow around rectangular cylinders: Pressure forces and wake frequencies[J]. *Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 1993, 49: 187–196.
- [81] Schmidt, S. Grobstruktursimulation turbulenter strömungen in komplexen geometrien und bei hohen Reynoldszahlen[C]. Mensch Mensch & Buch-Verlag, Berlin, Germany, 2000.
- [82] Lyn, D.A., Einav, S., Rodi, W., Park, J.H. A laser-doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, 304:285-319
- [83] Lim, H., Lee, S. Flow control of circular cylinders with longitudinal grooved surfaces[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(10): 2027-2035.
- [84] Clark, R.A., Ferziger, J.H., Reynolds, W.C. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979, 91:1-16.
- [85] Kim, W.W., Menon, S. A new dynamic one-equation subgrid-scale model for large eddy simulation[C]. *Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 1995.
- [86] Yoshizawa, A. Bridging between eddy-viscosity-type and second-order turbulence models through a two-scale turbulence theory[J]. *Physics review*, 1993, 48(1):273-281.
- [87] Germano, M. Turbulence: the filtering approach[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, 238:325–336.
- [88] Yin, Z., Reddy, K.R., Durbin, P.A. On the dynamic computation of the model

constant in delayed detached eddy simulation[J]. *Physics of Fluids*, 2015, 27(2):4-8.

- [89] He, C.X., Liu, Y., YAVUZKURT S. A dynamic delayed detached-eddy simulation model for turbulent flows[J]. *Computers & Fluids*, 2017, 146:174-189.

致 谢

仅以此文献给我的外公，和我的父母，以及一切爱我的人。

突然间两年半的硕士生活就结束了，自己的学生生涯也由此告一段落；即将踏入社会，开始工作，开始一段新的人生旅程，我却仍然没有什么强烈的实感：就这样结束了么？就这样开始了么？回想起来当初本科毕业的时候也差不多是这样的状态，懵懵懂懂的，看着朝夕相处的同学们提着行李箱一个一个消失在走廊尽头。我倚靠在空荡荡的宿舍门口，看着他们的背影，想着也许以后还能经常见面，也许这就是能看见他们的最后一眼了吧。毕业的季节总带着一些感伤：带着一份对过去的不舍，也带着一份对未来的迷茫和期待。现在也依然是这样，只不过，现在的我能够更坦然地面对未来的挑战了吧。

过去的一年发生了很多事情，不知道是不是因为本命年的原因，2018 的生活有着不少波折。毕业的压力，找工作的压力，期间还有亲人的离世，让在象牙塔里呆惯了的初次感受到了人生的五味杂陈。然而我觉得我依然是幸运的：小论文顺利发表了，误打误撞地找到一份还算满意的工作，过程虽然艰辛难熬但是准时完成了自己的大论文。因此我对现在充满了感激，感激导师同学对我的帮助，感激家人朋友对我的鼓励，感激生活还是对我温柔以待。在此我有必要对他们一一感谢。

首先需要感谢的是我的恩师陈飞儿。陈老师总是有着亲和的笑容，对学生施以长辈的关怀，深受我们的爱戴。而让我印象深刻的是陈老师学识的渊博和对待学术的严谨态度。他时常教导我们要求求真务实，脚踏实地；同时也要充满创新和开拓精神，有挑战难题的勇气和毅力。最让我感到钦佩的是陈老师的身体力行，教导着我们的同时也冲在学术研究的前线。他追求卓越的精神，让我们无一不受到深深的鼓舞。

感谢师兄赵伟文，在我短暂的硕士生涯中，赵师兄是最直接帮助我的人。无论是理论上遇到的疑惑还是实验时遇到的难题，赵师兄都不厌其烦地给我解答和一起探索。尤其在初期，我作为一个什么都不会的毛头小子，在学习中遇到了不少磕磕绊绊。是赵师兄手把手地教会我如何使用和开发 OpenFOAM 软件，如何进行学术论文的写作，如何进行理论研究和实验验证。最后对于我的论文，赵师兄也提供很多有价值的修改意见。在此我衷心地希望他在后来的科研和工作生涯中能够一帆风顺。

感谢师兄何家伟，何师兄是我的本科学长，同样来自大工的他对我的工作生活提供了很多热心的帮助。尤其是在我学术论文和展示 PPT 的完善上，何师兄的细心和不遗余力给我留下了深刻的印象。同时感谢我的师妹安筱婷，有点古灵精怪的她给我稍微枯燥的硕士生涯增添了不少色彩，也对我小论文和大论文的修缮上提供了不少建议。还有我的好基友谢辉同学，虽然毕业后不能够经常见面，但是我们的友谊丝毫没有褪色，无论是找工作时的鼓励和对于我大论文的修改，我总是能够感受到他的真诚。

最后感谢和我一起进组和 A402 办公室的各位小伙伴们，是你们陪伴着我一起度过了这宝贵的两年半，一起欢笑，一起努力，一起互相帮助。和你们在一起的日子是我宝贵的精神财富。

本文工作得到国家自然科学基金项目(Grant No. 11072154, 51379125)，海洋工程国家重点实验室自主研究课题基金 (Grant No. GKZD010059)，上海高校特聘教授(东方学者)岗位跟踪计划，国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(Grant No. 2013CB036103)和工信部高技术船舶科研项目的资助。在此一并表示衷心感谢。

攻读硕士学位期间已发表或录用的论文

- [1] Wu, D., Zhao, W.W., Wan, D.C. Comparative Study of SST-SAS and SST-DDES in Predicting Massively Separated Flow[C]. the Twenty-eighth (2018) International Ocean and Polar Engineering Conference, Sapporo, Japan, June 10-15, 2018, 31-37.
- [2] Wu, D., Zhao, W.W., Wan, D.C. Impact of dynamic subgrid scale modeling in DDES simulation of massively separated flows[C]. The 13th OpenFOAM Workshop (OFW13), June 24-29, 2018, Shanghai, China, 421-424.
- [3] 吴迪, 赵伟文, 万德成. 引入动力模式的 DDES 模型及其在大分离流动中的模拟应用[J]. 水动力学研究与进展, 2018, 33(6):766-777.

上海交通大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文《RANS/LES 混合湍流模型的研究及在柱体绕流中的应用》，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：吴迪

日期：2019 年 2 月 23 日

上海交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密，在___年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：吴迪

指导教师签名：陈天

日期：2019年2月23日

日期：2019年2月23日